



مدیریت آموزش و پرورش منطقه ۱۴

دبیرستان غیر دولتی پسرانه پیام غدیر

پایانی اول ۹۸-۹۷

۹۷/۱۰/۱۵

تاریخ امتحان :

نام درس : حسابان ۲

مدت امتحان : ۹۰ دقیقه

نام و نام خانوادگی :

کلاس : دوازدهم

نام دبیر : آقای حیدری

رشته تحصیلی : ریاضی فیزیک

شماره :

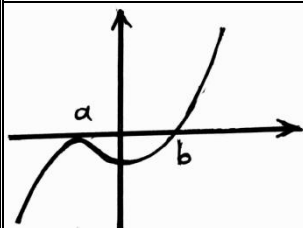
ساعت شروع امتحان : ۷:۱۵ صبح

تعداد برگ سؤال : ۲ صفحه

ردیف	بارم	
۱	۱/۵	شکل مقابل نمودار $y=f(x)$ است . نمودار $y=2f(2x+1)-1$ را رسم کنید .
۲	۰/۷۵	صعودی یا نزولی بودن تابع $y=\log_{1/5}(-x^2+3x^2-3x)$ را بررسی کنید .
۳	۱/۲۵	اگر f تابعی اکیداً نزولی باشد دامنه تابع $y=\sqrt{f(x-1)}-f(\sqrt{x+1})$ را بدست آورید .
۴	۱/۵	اگر باقیمانده تقسیم $p(x)$ بر $x-1, x+1$ به ترتیب برابر $۳, -۴$ باشد، باقیمانده تقسیم $p(x)$ بر x^2-1 را بیابید .
۵	۱	باقیمانده تقسیم $x^{20}+x^{13}$ بر $x^4-x^3+x^2-x+1$ را بیابید .
۶	۱	اگر تابع $f=\{(2, a^2+a), (-1, -2), (3, 0)\}$ صعودی اکید باشد . حدود a را بیابید .
۷	۱	نمودار $y=\frac{\sin^2 x }{1+\cos 2x}$ را در بازه $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ رسم کنید .
۸	۱/۲۵	شکل مقابل قسمتی از نمودار $y=a+2\sin bx$ است a, b را بیابید .
۹	۱/۲۵ ۱/۵	هریک از معادلات مثلثاتی زیر را حل کنید . ۱) $2\sin^2 x + \cos x - 1 = 0$ ۲) $\sin x + \cos x = 1$
۱۰	۱/۲۵	با توجه به شکل مقابل زاویه β را بدست آورید .
۱۱	۲	حاصل هریک از حدهای زیر را بدست آورید . ۱) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi^+}{2}} \frac{2[-\sin x] - [x]}{\cos x}$ ۲) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+3}{2x^2-3x-2}$

بارم	ردیف
۱/۲۵	۱۲
۱/۲۵	۱۳
۱	۱۴
۰/۷۵	۱۵
۰/۷۵	۱۶
۲۰	پیروزی سربلند باشید

اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-4}{2x^2+ax+b} = -\infty$ باشد a, b را بیابید.



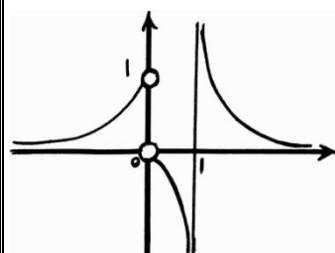
نمودار $y=f(x)$ به صورت مقابل است .

نمودار $y=\frac{1}{f(x)}$ در اطراف $x=a, x=b$ چگونه است ؟



نمودار $y=f(x)$ به صورت مقابل است

حاصل $\lim_{x \rightarrow -1^+} (f \circ f(x^2+x))$ را بیابید .



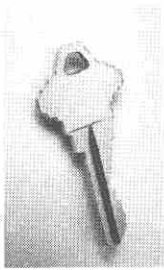
مجانِب های قائم تابع $y = \frac{\sqrt{x-1}}{x^2-4}$ را بدست آورید .

a را طوری بیابید که تابع $y = \frac{ax+2}{x^2-4x}$ فقط یک مجانب قائم داشته باشد .

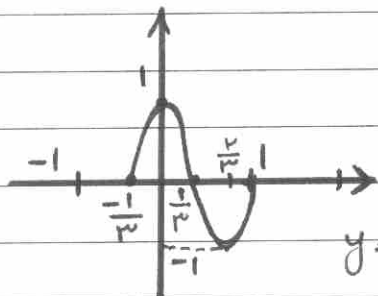
نام دبیر: آقای صدیق
تاریخ امتحان:
رشته تحصیلی: ریاضی و فیزیک

مدیریت آموزش و پرورش منطقه ۱۴
دبیرستان غیر دولتی پسرانه پیام غدیر
پایانی اول ۹۷-۹۸
پاسخ نامه درس: حسابان ۲

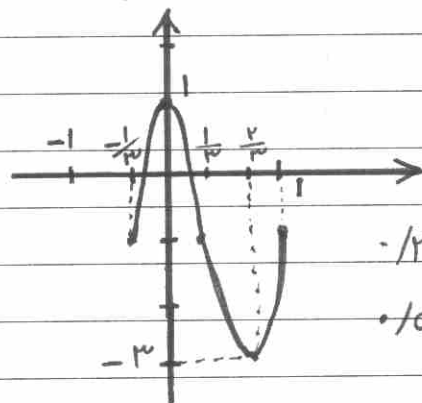
ساعت شروع امتحان: صبح



۱- اگر (x, y) در تابع f باشد فقط نظیر در تابع صورتی $(x_0 - 1, y_0 - 1)$ خواهد بود پس نمودار به صورت زیر است.



$$y = f(3x+1)$$



هر تغییر $1/25$
دانه $1/5$



$f(x) = \log x \rightarrow$ تابعی نزولی است (۱۲۵)

$f(g(x)) = \log(-x^3 + 3x^2 - 3x + 1)$

$g(x) = -x^3 + 3x^2 - 3x + 1 - 1 = -(x-1)^3$ تابعی به نمودار نزولی است (۱۲۵)

$x_1 < x_2 \xrightarrow{g \text{ نزولی است}} g(x_1) > g(x_2) \xrightarrow{f \text{ نزولی است}} f(g(x_1)) < f(g(x_2))$

پس $f \circ g$ که تابع صورتی است اکیداً صعودی است (۱۲۵)

$f(1-x) - f(x+1) \geq 0 \Rightarrow f(1-x) \geq f(x+1) \xrightarrow{f \text{ اکیداً نزولی}} |x-1| \leq x+1$

$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} x^2 - 2x + 1 \leq x + 1 \Rightarrow x^2 - 3x \leq 0 \Rightarrow 0 \leq x \leq 3$

$x \geq -1$ از طرف

$\Rightarrow D = [0, 3]$

$$p(1) = 3, \quad p(-1) = -5 \quad p(x) = (x^2 - 1)Q(x) + ax + b$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a+b=3 \\ -a+b=-5 \end{cases} \rightarrow b = \frac{-1}{2}, a = \frac{7}{2} \quad R = \frac{7}{2}x - \frac{1}{2}$$



$$x^3 + x^2 = (x^2 - x + x - x + 1)Q(x) + R \xrightarrow{x(x+1)} (x+1)(x^2 + x) = (x+1)Q(x) + R(x+1)$$

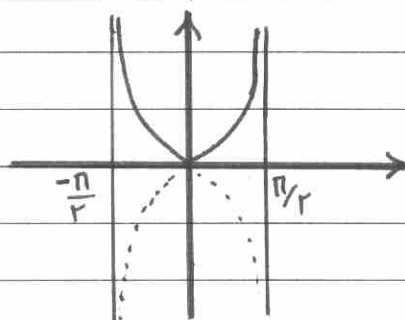
$$x = -1 \Rightarrow (x+1)((-1)^2 x + 1) = R(x+1) \Rightarrow R = x^2 + 1$$

$$-1 < r < 3 \xrightarrow{\text{بزرگ } f} f(-1) < f(r) < f(3) \Rightarrow -2 < a^2 + a < 0$$

$$\begin{cases} a^2 + a + r > 0 \xrightarrow{\Delta < 0} \text{همواره بزرگ} \\ a^2 + a < 0 \Rightarrow -1 < a < 0 \end{cases}$$

$$x \in [0, \frac{\pi}{2}) \Rightarrow y = \frac{\sin^2 x}{1 + \cos^2 x} = \frac{r \sin^2 x \cos^2 x}{r \cos^2 x} = \tan x$$

$$x \in (-\frac{\pi}{2}, 0) \Rightarrow y = \frac{-\sin^2 x}{1 + \cos^2 x} = -\tan x$$



$$T = \frac{12\pi}{18} - \frac{\pi}{18} = \frac{11\pi}{18} = \frac{2\pi}{3} = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = 3 \xrightarrow{\text{با توجه به نمودار}} b = 3$$

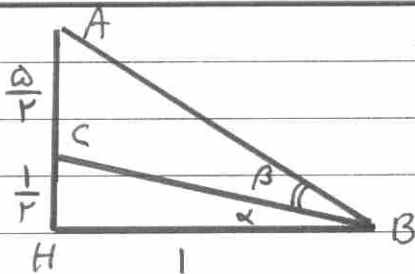
$$\text{در } \begin{matrix} \text{min} \\ \text{max} \end{matrix} a + r = 1 \Rightarrow a = -1$$

$$1) \quad r \sin^2 x - 1 + \cos x = 0 \Rightarrow -\cos^2 x + \cos x = 0 \Rightarrow \cos^2 x = \cos x$$

$$\Rightarrow rx = rK\pi \pm x \Rightarrow x = rK\pi \quad \vee \quad x = \frac{rK\pi}{r}$$

$$۲) \sqrt{r} \sin(x + \frac{\pi}{r}) = 1 \Rightarrow \sin(x + \frac{\pi}{r}) = \frac{\sqrt{r}}{r} \quad (۱۵) \quad -۹$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} x + \frac{\pi}{r} &= 2K\pi + \frac{\pi}{r} \quad (۱۵) \rightarrow x = 2K\pi \\ x + \frac{\pi}{r} &= 2K\pi + \pi - \frac{\pi}{r} \quad (۱۵) \rightarrow x = 2K\pi + \pi - \frac{2\pi}{r} \end{aligned}$$



$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{AH}{BH} = r \quad (۱) \quad -۱۰$$

$$\tan \alpha = \frac{CH}{BH} = \frac{1}{r}$$

$$(۱) \rightarrow \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = r \rightarrow \frac{\frac{1}{r} + \tan \beta}{1 - \frac{1}{r} \tan \beta} = r$$

$$\Rightarrow \tan \beta = 1 \Rightarrow \beta = K\pi + \frac{\pi}{r} \Rightarrow \text{و چون } \beta = \frac{\pi}{r}$$

$$۱) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{r}^+} \frac{r[-\sin x] - [x]}{\cos x} = \frac{rx - 1 - 1}{0^-} = \frac{-\infty}{0^-} = +\infty \quad (۵) \quad (۱, ۲۵)$$

$$۲) \lim_{x \rightarrow r^-} \frac{x + r}{rx^r - rx - r} = \frac{\infty}{0^-} = -\infty \quad (۱۷۵)$$



$$\lim_{x \rightarrow r^+} \frac{x - r}{rx^r + ax + b} = -\infty = \frac{-1}{0^+} \Rightarrow rx^r + ax + b = r(x - r) \quad (۱۵) \quad -۱۲$$

$$\Rightarrow a = -1r, b = 1r \quad (۱۲۵) \quad (۱۲۵)$$

$$x \rightarrow a : f(x) \rightarrow 0^-$$

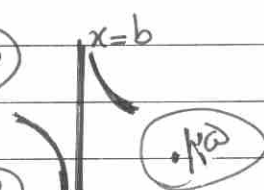
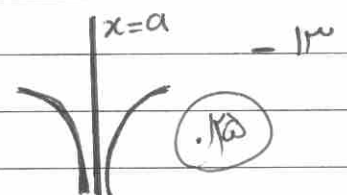
$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{f(x)} = \frac{1}{0^-} = -\infty \quad (۱۲۵)$$

$$x \rightarrow b^+ : f(x) \rightarrow 0^+$$

$$\lim_{x \rightarrow b^+} \frac{1}{f(x)} = +\infty \quad (۱۲۵)$$

$$x \rightarrow b^- : f(x) \rightarrow 0^-$$

$$\lim_{x \rightarrow b^-} \frac{1}{f(x)} = -\infty \quad (۱۲۵)$$



-۱۴

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} (f(f(x^2+x))) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(f(x)) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$$

(۰/۱۵) 0^-
(۰/۲۵) 1^-
(۰/۲۵)

-۱۵

$$x^2 - \varepsilon = 0 \rightarrow x = \pm \sqrt{\varepsilon}$$

(۰/۱۵) $\leftarrow$ مجانب مثبت

 $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x-1}}{x^2-\varepsilon} = \frac{1}{0^+} = +\infty$
 $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{\sqrt{x-1}}{x^2-\varepsilon} = \frac{1}{0^-} = -\infty$
 $x=2$ مجانب قائم
(۰/۲۵)

-۱۶

$$x^2 - 4x = 0 \rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=4 \end{cases}$$

$x=0$ مجانب قائم
 $x=4$ یک مجانب قائم داریم
 پس یک از این دو ریشه ریشه صحت هم هست

(۰/۱۵)

 $x=4$ ریشه صحت
 $4a+2=0 \rightarrow a=-\frac{1}{2}$
 (۰/۲۵)

