

۱- اگر دو پیشامد A و B مستقل باشند و $P(A) = \frac{1}{6}$ ، $P(A \cap B) = \frac{1}{15}$ باشد، $P(A \cup B)$ را حساب کنید.

« پاسخ »

$$A, B \text{ مستقل هستند} : P(A \cap B) = P(A) \times P(B) \Rightarrow \frac{1}{15} = \frac{1}{6} P(B) \Rightarrow P(B) = \frac{2}{5}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cup B) = \frac{1}{6} + \frac{2}{5} - \frac{1}{15} = \frac{5 + 12 - 2}{30} = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}$$

۲- اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند و $P(A) = \frac{1}{3}$ و $P(B) = \frac{2}{7}$ باشد، $P(A \cap B)$ را حساب کنید.

« پاسخ »

$$A, B \text{ مستقل هستند} : P(A \cap B) = P(A) \times P(B) \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{3} \times \frac{2}{7} = \frac{2}{21}$$

۳- اگر $P(A) = \frac{1}{5}$ ، $P(B) = \frac{1}{6}$ و $P(A \cup B) = \frac{1}{3}$ باشد، $P(A|B)$ و $P(B|A)$ را حساب کنید.

« پاسخ »

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{1}{5} + \frac{1}{6} - P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = \frac{11}{30} - \frac{1}{3} = \frac{11 - 10}{30} = \frac{1}{30}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{30}}{\frac{1}{6}} = \frac{6}{30} = \frac{1}{5} \\ P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{30}}{\frac{1}{5}} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6} \end{array} \right.$$

۴- اگر $P(A) = \frac{3}{5}$ و $P(A \cap B) = \frac{2}{7}$ باشد، $P(B|A)$ را حساب کنید.

« پاسخ »

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{2}{7}}{\frac{3}{5}} = \frac{10}{21}$$

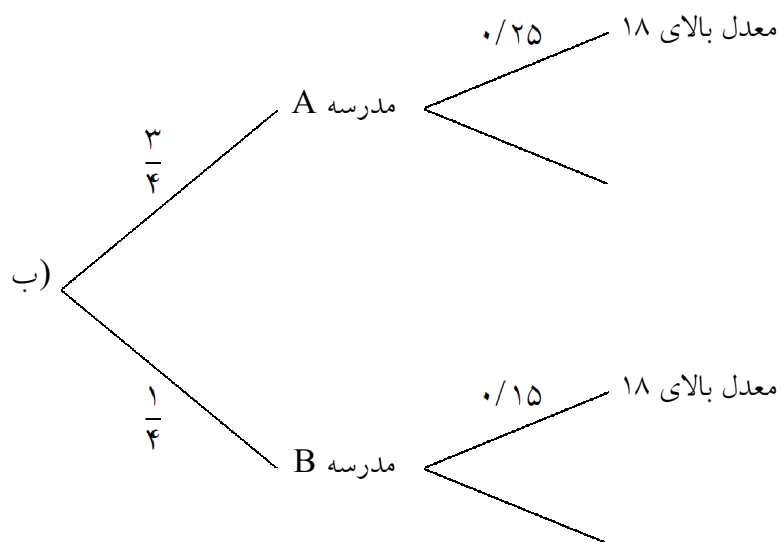
۵- مدرسه‌ی A سه برابر مدرسه‌ی B دانش‌آموز دارد. ۲۵ درصد دانش‌آموزان مدرسه‌ی A و ۱۵ درصد از دانش‌آموزان مدرسه‌ی B معدلی بالای ۱۸ دارند. اگر همه‌ی دانش‌آموزان هر دو مدرسه در یک محوطه حاضر باشند و به تصادف یکی از آنها را انتخاب کنیم:

الف) با چه احتمالی فرد انتخابی از مدرسه‌ی A و با چه احتمالی از مدرسه‌ی B است؟
ب) با چه احتمالی فرد انتخابی معدلی بالای ۱۸ دارد؟

« پاسخ »

الف) $\begin{cases} n(A) + n(B) = n(S) \\ n(A) = 3n(B) \end{cases} \Rightarrow 3n(B) + n(B) = n(S) \Rightarrow n(B) = \frac{1}{4}n(S) \text{ و } n(A) = \frac{3}{4}n(S)$

$$\Rightarrow \begin{cases} P(A) = \frac{3}{4} \\ P(B) = \frac{1}{4} \end{cases}$$



$$P(C) = \frac{3}{4} \times 0.25 + \frac{1}{4} \times 0.15$$

$$\Rightarrow P(C) = 0.1875 + 0.0375$$

$$\Rightarrow P(C) = 0.225$$

۶- مینا در انتخاب رشته‌ی خود برای تحصیل در دبیرستان بین سه رشته‌ی ریاضی، تجربی و انسانی مردد است. اگر او رشته‌ی ریاضی را انتخاب کند، به احتمال $0/45$ ، اگر تجربی را انتخاب کند به احتمال $0/1$ و اگر انسانی را انتخاب کند به احتمال $0/3$ در آزمون ورودی دانشگاه پذیرفته خواهد شد. اگر احتمال این که او رشته‌ی ریاضی را انتخاب کند $0/1$ ، احتمال این که رشته‌ی تجربی را انتخاب کند $0/6$ و احتمال این که رشته‌ی انسانی را انتخاب کند $0/3$ باشد، با چه احتمالی در دانشگاه پذیرفته خواهد شد؟

« پاسخ »

$$P(\text{ق}) = P(\text{انسانی}|\text{ق}) \times P(\text{انسانی}) + P(\text{تجربی}|\text{ق}) \times P(\text{تجربی}) + P(\text{ریاضی}|\text{ق}) \times P(\text{ریاضی})$$

$$= \frac{1}{10} \times \frac{45}{100} + \frac{6}{10} \times \frac{10}{100} + \frac{3}{10} \times \frac{30}{100} = \frac{45 + 60 + 90}{1000} = \frac{195}{1000} = 19/5\%$$

۷- در یک جعبه ۵ ساعت دیواری از نوع A، ۲ تا از نوع B و ۱۵ تا از نوع C وجود دارد و احتمال این که عمر آنها از ۱۰ سال بیشتر باشد برای نوع A، $\frac{4}{5}$ ، برای نوع B، $\frac{9}{10}$ و برای نوع C، $\frac{1}{3}$ است. به تصادف یک ساعت از کارتن بیرون می‌آوریم. با چه احتمالی عمر این ساعت بیش از ۱۰ سال است؟

« پاسخ »

A	۵
B	۲
C	۱۵
	۲۲

$$P(\text{kh}|A) = \frac{4}{5} \quad P(\text{kh}|B) = \frac{9}{10} \quad P(\text{kh}|C) = \frac{1}{3}$$

$$P(\text{kh}) = P(A) \times P(\text{kh}|A) + P(B) \times P(\text{kh}|B) + P(C) \times P(\text{kh}|C)$$

$$P(\text{kh}) = \frac{5}{22} \times \frac{4}{5} + \frac{2}{22} \times \frac{9}{10} + \frac{15}{22} \times \frac{1}{3} = \frac{4}{11} + \frac{9}{110} + \frac{15}{44} = \frac{40 + 9 + 15}{44} = \frac{64}{44} = \frac{16}{11}$$

۸- یک سکه را پرتاب می‌کنیم و اگر پشت بیاید ۳ سکه‌ی دیگر را با هم پرتاب می‌کنیم. در این آزمایش احتمال این که دقیقاً یک سکه رو ظاهر شود چه قدر است؟

« پاسخ »

$$S = \{R, PPPP, PPPR, PPRP, PRPP, PRRP, PRPR, PPRR, PRRR\}$$

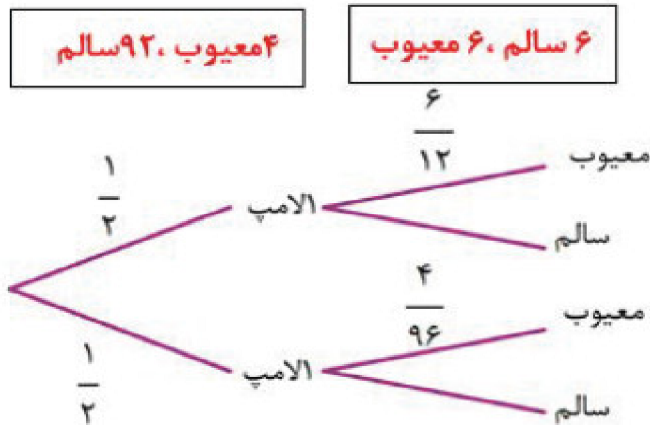
$$A = \{R, PPPR, PPRP, PRPP\}$$

$$P(A) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4} + \frac{3}{16} = \frac{11}{16}$$

۹- دو جعبه داریم. درون یکی از آنها ۱۲ لامپ قرار دارد که ۶ تا از آنها معیوب است و درون جعبه‌ی دیگر ۹۶ لامپ قرار دارد که ۴ تا از آنها معیوب‌اند. به تصادف جعبه‌ای انتخاب کرده، یک لامپ از آن بیرون می‌آوریم. چه قدر احتمال دارد لامپ موردنظر معیوب باشد؟

« پاسخ »

جعبه در باز



$$\frac{1}{2} \times \frac{6}{12} + \frac{1}{2} \times \frac{4}{96} = \frac{48}{192} + \frac{4}{192} = \frac{52}{192} = \frac{13}{48}$$

۱۰- سه ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۵ مهره‌ی سبز و ۴ مهره‌ی آبی است. ظرف دوم شامل ۷ مهره‌ی سبز و ۳ مهره‌ی آبی است. ظرف سوم شامل ۶ مهره‌ی سبز و ۴ مهره‌ی قرمز است. با چشم بسته یکی از ظرفها را انتخاب و یک مهره از آن بیرون می‌آوریم. با چه احتمالی این مهره آبی است؟

« پاسخ »

$$P(A) = \underbrace{\frac{1}{3}}_{0/5} \times \underbrace{\frac{4}{9}}_{0/5} + \underbrace{\frac{1}{3}}_{0/5} \times \underbrace{\frac{3}{10}}_{0/25} + \underbrace{\frac{1}{3}}_{0/5} \times \underbrace{0}_{0/25} = \frac{67}{270}$$

۱۱- یک سکه را پرتاب می‌کنیم و اگر پشت بیاید ۳ سکه دیگر را با هم پرتاب می‌کنیم. در این آزمایش احتمال این که دقیقاً یک سکه رو ظاهر شود، چه قدر است؟

« پاسخ »

$$P(A) = \underbrace{\frac{1}{2}}_{(0/5)} + \underbrace{\left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \right)}_{(0/75)} \times 3 = \frac{11}{16} \quad (0/25)$$

۱۲- اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند، به طوری که $P(A | B) = \frac{1}{2}$ و $P(B) = \frac{1}{3}$ ، آنگاه $P(A \cup B)$ را بیابید.

« پاسخ »

دو پیشامد مستقل $P(A | B) = P(A) = \frac{1}{2}$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B), \quad P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

$$P(A \cup B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$$

۱۳- ترکیبی از ۴ ماده‌ی شیمیایی داریم که دو تا از آن‌ها مواد A و B هستند. احتمال واکنش نشان دادن ماده‌ی A، $\frac{1}{5}$ و

احتمال واکنش نشان دادن ماده‌ی B، $\frac{1}{10}$ است. اگر ماده‌ی A واکنش نشان دهد، احتمال واکنش نشان دادن ماده‌ی B

$\frac{1}{4}$ خواهد شد. با چه احتمالی حداقل یکی از مواد A یا B واکنش نشان خواهد داد؟

« پاسخ »

$$P(B | A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{20} \quad (0/5)$$

$$P(A \cup B) = \frac{1}{5} + \frac{1}{10} - \frac{1}{20} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4} \quad (0/5)$$

۱۴- احتمال آن‌که عسل در کنکور قبول شود $0/7$ و احتمال آن‌که یاسمین در کنکور قبول شود $0/6$ می‌باشد، مطلوب است احتمال آن‌که:

(الف) هیچ‌کدام از آن‌ها در کنکور قبول نشوند؟

(ب) فقط یکی از آن‌ها در کنکور قبول شود؟

« پاسخ »

$$P(A' \cap B') = P(A') \times P(B') = 0/3 \times 0/4 = 0/12 \quad (الف)$$

$$P(A - B) + P(B - A) = P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B) \quad (ب)$$

$$= 0/7 - 0/42 + 0/6 - 0/42 = 0/46$$

۱۵- در جعبه‌ای ۷ مهره‌ی سفید و ۵ مهره‌ی سیاه و ۲ مهره‌ی قرمز موجود است. به تصادف ۴ مهره از آن بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال یک مهره‌ی قرمز و حداقل ۲ مهره‌ی سفید خارج شده است؟

« پاسخ »

$$\frac{\binom{2}{1} \binom{5}{2} \binom{5}{1} + \binom{2}{1} \binom{5}{3}}{\binom{14}{4}}$$

۱۶- دو تاس را با هم می‌ریزیم. مطلوبست احتمال این‌که:
الف) مجموع دو تاس ۸ باشد.

ب) تاس اول زوج و تاس دوم ۵ بیاید.
پ) حاصل ضرب اعداد رو شده ۱۲ باشد.

« پاسخ »

$$\{(2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)\} \Rightarrow P(A) = \frac{5}{36} \quad \text{الف)}$$

$$\{(2, 5), (4, 5), (6, 5)\} \Rightarrow P(B) = \frac{3}{36} \quad \text{ب) تاس اول زوج و تاس دوم ۵ بیاید}$$

$$\{(2, 6), (3, 4), (4, 3), (6, 2)\} \Rightarrow P(C) = \frac{4}{36} \quad \text{پ) حاصل ضرب اعداد رو شده ۱۲ باشد.}$$

۱۷- می‌خواهیم از بین ۳ دانش‌آموز کلاس دهم رشته‌ی ریاضی و ۲ دانش‌آموز کلاس دهم رشته‌ی تجربی یک تیم دو نفره‌ی تنیس روی میزانتخاب کنیم. اگر این عمل به تصادف صورت پذیرد، چه قدر احتمال دارد:

الف) هر دو نفر، هم‌رشته باشند؟

ب) ۱ نفر از رشته‌ی ریاضی و ۱ نفر از رشته‌ی تجربی باشد؟

« پاسخ »

$$n(S) = \binom{5}{2} = 10$$

$$\text{الف) } n(A) = \binom{3}{2} + \binom{2}{2} = 3 + 1 = 4 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{10} \Rightarrow P(A) = \frac{2}{5}$$

$$\text{ب) } n(B) = \binom{3}{1} \times \binom{2}{1} = 3 \times 2 = 6 \Rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{6}{10} \Rightarrow P(B) = \frac{3}{5}$$

۱۸- ۲ تاس را با هم می‌ریزیم. مطلوب است احتمال این‌که:
الف) مجموع دو تاس ۶ باشد.

ب) تاس اول زوج و تاس دوم فرد باشد.

ج) حاصل ضرب اعداد رو شده ۱۵ باشد.

« پاسخ »

$$n(S) = 36$$

$$A = \{(1, 5), (5, 1), (2, 4), (4, 2), (3, 3)\} \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{5}{36} \quad \text{الف)}$$

$$B = \{(2, 1), (2, 3), (2, 5), (4, 1), (4, 3), (4, 5), (6, 1), (6, 3), (6, 5)\} \Rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} \quad \text{ب)}$$

$$= \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

$$C = \{(3, 5), (5, 3)\} \Rightarrow P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{2}{36} = \frac{1}{18} \quad \text{ج)}$$

۱۹- می‌خواهیم از بین ۴ دانش‌آموز دهم رشته ریاضی و ۳ دانش‌آموز دهم رشته تجربی یک تیم دو نفره تیس انتخاب کنیم. اگر این عمل به تصادف صورت پذیرد، چه قدر احتمال دارد:
 الف) هر دو تیم هم‌رشته باشند؟
 ب) یک نفر رشته ریاضی و یک نفر رشته تجربی باشد؟

« پاسخ »

$$P(A) = \frac{\binom{4}{2} + \binom{3}{2}}{\binom{7}{2}} = \frac{6 + 3}{21} = \frac{9}{21} = \frac{3}{7} \quad \text{الف)}$$

$$P(B) = \frac{\binom{4}{1} \times \binom{3}{1}}{\binom{7}{2}} = \frac{4 \times 3}{21} = \frac{4}{7} \quad \text{ب)}$$

۲۰- می‌خواهیم از بین ۷ سیب قرمز و ۵ سیب زرد ۲ سیب انتخاب کنیم. اگر این عمل به تصادف صورت پذیرد، چه قدر احتمال دارد:

الف) هر دو سیب هم‌رنگ باشند؟
 ب) یک سیب زرد و یک سیب قرمز باشد؟

« پاسخ »

الف)

$$P(A) = \frac{\binom{7}{2} + \binom{5}{2}}{\binom{12}{2}} = \frac{21 + 10}{66} = \frac{31}{66}$$

ب)

$$P(B) = \frac{\binom{7}{1} \times \binom{5}{1}}{\binom{12}{2}} = \frac{35}{66}$$

۲۱- یک تولیدی کیفیت دو نوع کیف A و B را تولید می‌کند. اگر ۳۶ درصد از مشتریان کیفیت نوع A و ۴۷ درصد از مشتریان کیفیت نوع B و ۱۵ درصد از مشتریان هر دو نوع کیفیت را خریداری کنند. چه قدر احتمال دارد یک مشتری حداقل یکی از دو نوع کیفیت را خریداری می‌کند؟

« پاسخ »

$$P(A) = ۰/۳۶ \quad P(B) = ۰/۴۷ \quad P(A \cap B) = ۰/۱۵$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = ۰/۳۶ + ۰/۴۷ - ۰/۱۵ = ۰/۶۸$$

۲۲- یک تاس را دوبار پرتاب می‌کنیم.

(آ) فضای نمونه‌ای این آزمایش تصادفی چند عضو دارد؟

(ب) پیشامد A که در آن مجموع دو عدد رو شده کم‌تر از ۵ است را مشخص کنید.

(پ) پیشامد B که در آن مجموع دو عدد رو شده مربع کامل است را مشخص کنید.

(ت) پیشامد $A - B$ را مشخص کنید.

« پاسخ »

۲ نمره

$$n(S) = 6 \times 6 = 36 \quad (\text{آ})$$

$$A = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (3, 1)\} \quad (\text{ب})$$

$$B = \{(1, 3), (3, 1), (2, 2), (3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3)\} \quad (\text{پ})$$

$$A - B = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1)\} \quad (\text{ت})$$

۲۳- اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند، به طوری که $P(A) = 0/4$ ، $P(B') = 0/7$ و $P(A \cap B) = 0/2$ ، مقدار $P(A \cup B)$ و $P(A \cap B')$ را به دست آورید.

« پاسخ »

۱ نمره

$$P(B') = 0/7 \Rightarrow P(B) = 1 - P(B') = 1 - 0/7 = 0/3$$

$$P(A \cap B') = P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = 0/4 - 0/2 = 0/2$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0/4 + 0/3 - 0/2 = 0/5$$

۲۴- جدول زیر را کامل کنید.

P(A)	P(B)	P(A')	P(B')	P(A - B)	P(A ∩ B)	P(A ∪ B)
۰/۵			۰/۳		۰/۲	
۰/۳	۰/۴			۰/۲		

« پاسخ »

قسمت اول

$$\begin{aligned}
 P(A) &= ۰/۵, P(B') = ۰/۳, P(A \cap B) = ۰/۲ \\
 P(A') &= ۱ - P(A) = ۱ - ۰/۵ = ۰/۵ \\
 P(B) &= ۱ - P(B') = ۱ - ۰/۳ = ۰/۷ \\
 P(A - B) &= P(A) - P(A \cap B) = ۰/۵ - ۰/۲ = ۰/۳ \\
 P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) = ۰/۵ + ۰/۷ - ۰/۲ = ۱
 \end{aligned}$$

قسمت دوم

$$\begin{aligned}
 P(A) &= ۰/۳, P(B) = ۰/۴, P(A - B) = ۰/۶ \\
 P(A') &= ۱ - P(A) = ۱ - ۰/۳ = ۰/۷ \\
 P(B') &= ۱ - P(B) = ۱ - ۰/۴ = ۰/۶ \\
 P(A \cap B) &= P(A) - P(A - B) = ۰/۳ - ۰/۶ = ۰/۶ \\
 P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) = ۰/۳ + ۰/۴ - ۰/۶ = ۰/۶
 \end{aligned}$$

P(A)	P(B)	P(A')	P(B')	P(A - B)	P(A ∩ B)	P(A ∪ B)
۰/۵	۰/۷	۰/۵	۰/۳	۰/۳	۰/۲	۱
۰/۳	۰/۴	۰/۷	۰/۶	۰/۲	۰/۶	۰/۶

۲۵- درون جعبه‌ای ۳ مهره سفید، ۴ مهره سیاه و ۲ مهره زرد وجود دارد. از این جعبه، سه مهره با هم و به تصادف بیرون می‌آوریم. مطلوب است محاسبه‌ی:
 (آ) احتمال آن‌که هر سه مهره خارج شده هم‌رنگ باشند.
 (ب) احتمال آن‌که حداقل دو مهره خارج شده سفید باشد.

« پاسخ »

۱/۲۵ نمره

$$n(S) = \binom{9}{3} = ۸۴$$

$$(آ) \Rightarrow n(A) = \binom{3}{3} + \binom{4}{3} = ۱ + ۴ = ۵ \Rightarrow P(A)$$

$$= \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۵}{۸۴}$$

$$(ب) \Rightarrow n(B) = \binom{3}{2} \binom{6}{1} + \binom{3}{3} = ۳ \times ۶ + ۱ = ۱۹$$

$$\Rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{۱۹}{۸۴}$$

۲۶- در جعبه‌ای ۴ مهره‌ی آبی و ۳ مهره‌ی قرمز وجود دارد. اگر از این جعبه ۳ مهره به تصادف خارج کنیم چه قدر احتمال دارد:

الف- هر سه مهره آبی باشند؟

ب- هر سه مهره هم‌رنگ باشند؟

« پاسخ »

۲ نمره

$$\text{الف - } p(A) = \frac{\binom{4}{3}}{\binom{7}{3}} = \frac{4}{35}$$

$$\text{ب - } p(B) = \frac{\binom{4}{3} + \binom{3}{3}}{\binom{7}{3}} = \frac{4 + 1}{35} = \frac{5}{35} = \frac{1}{7}$$

۲۷- دو تاس را با هم می‌ریزیم. احتمال آن‌که مجموع دو تاس برابر ۷ باشد را محاسبه کنید.

« پاسخ »

۱/۵ نمره

$$A = \{(1, 6), (6, 1), (5, 2), (2, 5), (3, 4), (4, 3)\}$$

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

۲۸- تاسی را سه بار می‌اندازیم مطلوب است احتمال آن‌که:

الف) هر سه عدد رو شده مثل هم باشند.

ب) هر سه عدد رو شده متمایز باشند. (هیچ دو عددی مثل هم نباشند).

ج) مجموع اعداد رو شده‌ی سه تاس بزرگ‌تر از ۱۷ نباشند.

« پاسخ »

$$\text{الف) } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{216} = \frac{1}{36} \quad (0/25)$$

$$(0/25)$$

$$(0/25)$$

$$\text{ب) } P(B) = \frac{(6 \times 5 \times 4)}{216} = \frac{120}{216} \quad (0/25)$$

$$\text{ج) } C = \{(6, 6, 6)\} \quad (0/25)$$

$$P(C) = \frac{1}{216} \quad (0/25) \Rightarrow P(C') = 1 - P(C) \quad (0/25) \Rightarrow P(C') = \frac{215}{216} \quad (0/25)$$

۲۹- خانواده‌ای دارای ۴ فرزند است، مطلوب است:

الف) تعداد اعضای فضای نمونه‌ای.

ب) پیشامد A که در آن دو فرزند سوم و چهارم دختر باشند.

ج) پیشامد B که در آن حداقل یک فرزند پسر باشد.

د) پیشامد C که در آن تعداد فرزندان دختر از تعداد فرزندان پسر بیشتر باشد.

ه) هر یک از پیشامدهای $A \cap B$ و $A - C$ و B' را مشخص کنید، آیا پیشامدهای A و C ناسازگارند؟

« پاسخ »

$$\text{الف) } n(S) = 2^4 = 16$$

$$\text{ب) } A = \{(d, d, d, p), (d, d, p, d), (d, p, d, d), (p, d, d, d)\} \Rightarrow n(A) = 4$$

$$\text{ج) } B = \{(p, d, d, d), (p, d, d, p), (p, d, p, d), (p, d, p, p), (p, p, d, d), (p, p, d, p), (p, p, p, d), (p, p, p, p)\} \\ \Rightarrow n(B) = 15$$

$$\text{د) } C = \{(d, d, d, d), (d, d, d, p), (d, d, p, d), (d, p, d, d), (p, d, d, d)\} \Rightarrow n(C) = 5$$

$$\text{ه) } A \cap B = \{(d, d, d, d), (d, d, p, d), (p, d, d, d)\}$$

$$A - C = \{(d, d, d, p)\} \quad , \quad B' = \{(d, d, d, d)\}$$

$$A \cap C = \{(d, d, d, d), (d, d, p, d), (p, d, d, d)\} \neq \emptyset$$

خیر، سازگارند.

۳۰- خانواده‌ای دارای ۳ فرزند است،

الف) فضای نمونه‌ای جنسیت فرزندان این خانواده را مشخص کنید.

ب) پیشامد A که در آن حداقل ۲ فرزند این خانواده دختر باشند را مشخص کنید.

ج) پیشامد B که در آن فقط ۱ فرزند این خانواده پسر باشد را مشخص کنید.

د) احتمال آن که فرزندان، به صورت یک در میان پسر و دختر (یا دختر و پسر) باشند را به دست آورید.

« پاسخ »

$$\text{الف) } S = \{(p, p, p), (p, d, p), (p, p, d), (d, p, p), (d, d, p), (d, p, d), (p, d, d), (d, d, d)\}$$

(۰/۵)

$$\text{ب) } A = \{(d, d, p), (d, p, d), (p, d, d), (d, d, d)\} \quad (۰/۵)$$

$$\text{ج) } B = \{(p, d, d), (d, p, d), (d, d, p)\} \quad (۰/۵)$$

$$\text{د) } C = \{(p, d, p), (d, p, d)\} \Rightarrow P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} \quad (۰/۵)$$

(صفحات ۸ و ۱۳)

۳۱- در جاهالی خالی عبارت یا عدد مناسب قرار دهید.

الف) در فضای نمونه ای S، پیشامد \emptyset را پیشامد می‌نامیم.

ب) اگر A و B دو پیشامد ناسازگار در فضای نمونه ای S باشند و $P(B) = 0/1$ و $P(A \cup B) = 0/7$ باشد، آن‌گاه $P(A)$ برابر است.

« پاسخ »

الف) نشدنی (0/25) (صفحه ۳) ب) 0/6 (0/25) (صفحه ۸)

۳۲- اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند به طوری که $P(A) = \frac{2}{5}$ و $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$ آن‌گاه $P(B')$ را به دست آورید.

« پاسخ »

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad (0/25)$$

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{5} + P(B) - \frac{2}{5} \times P(B) \quad (0/25)$$

$$P(B) = \frac{1}{6} \quad (0/25) \quad \text{و} \quad P(B') = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6} \quad (0/25)$$

صفحه ۷

۳۳- احتمال این که شخصی گروه خونی B^+ داشته باشد ۳۰٪ و احتمال اینکه او ناراحتی کلیه داشته باشد ۱۵٪ است، چه قدر احتمال دارد:

الف) این شخص گروه خونی B^+ و ناراحتی کلیه داشته باشد.

ب) این شخص گروه خونی B^+ یا ناراحتی کلیه داشته باشد.

« پاسخ »

$$\text{الف) } p(A \cap B) = p(A) \times p(B) = \frac{30}{100} \times \frac{15}{100} = \frac{45}{1000}$$

$$\text{ب) } p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = \frac{30}{100} + \frac{15}{100} - \frac{45}{1000} = \frac{405}{1000}$$

- ۳۴- خانواده‌ای دارای ۳ فرزند است.
 الف) تعداد اعضای فضای نمونه‌ای این آزمایش تصادفی را مشخص کنید.
 ب) پیشامد A که در آن فرزند سوم پسر باشد را مشخص کنید.
 ج) پیشامد B که در آن حداکثر یک فرزند دختر باشد را مشخص کنید.

« پاسخ »

الف) $n(s) = 2^3 = 8$ (۰/۲۵)
 ب) $A = \{(d, d, p), (d, p, p), (p, p, p), (p, d, p)\}$ (۰/۵)
 ج) $B = \{(d, p, p), (p, d, p), (p, p, p), (p, p, d)\}$ (۰/۲۵)

- ۳۵- از جعبه‌ای که حاوی ۱۰ سیب سالم و ۴ سیب خراب است، ۳ سیب به تصادف برمی‌داریم، مطلوب است احتمال آن که:

- الف) هر سه سیب سالم باشند.
 ب) دو سیب سالم و یکی خراب باشد.
 ج) تعداد سیب‌های سالم از تعداد سیب‌های خراب بیشتر باشد.

« پاسخ »

الف) $p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{10}{3}}{\binom{14}{3}} = \frac{120}{364}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)
 ب) $p(B) = \frac{\binom{10}{2} \times \binom{4}{1}}{\binom{14}{3}} = \frac{180}{364}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)
 ج) $p(C) = p(A) + p(B) = \frac{300}{364}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)

- ۳۶- اگر $P(A') = 0/3$ و $P(B) = 0/7$ و $P(A \cup B) = 0/9$ آن‌گاه حاصل $P(A \cap B)$ را به دست آورید.

« پاسخ »

$P(A) = 1 - P(A') = 1 - 0/3 = 0/7$ (۰/۲۵)
 $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0/7 + 0/7 - 0/9 = 0/5$ (۰/۲۵)

۳۷- از جعبه‌ای که شامل ۵ مهره‌ی قرمز و ۴ مهره‌ی آبی است، ۳ مهره به تصادف خارج می‌کنیم. مطلوب است:
 الف) هر سه مهره هم رنگ باشند.
 ب) دو مهره آبی و یک مهره قرمز باشد.

« پاسخ »

$$P(A') = \frac{n(A')}{n(S)} = \frac{\binom{5}{3} + \binom{4}{3}}{\binom{9}{3}} = \frac{14}{84} \quad \text{الف)}$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{\binom{4}{2} \binom{5}{1}}{\binom{9}{3}} = \frac{30}{84} \quad \text{ب)}$$

۳۸- در جعبه‌ی A، ۴ مهره‌ی قرمز و ۳ مهره‌ی آبی و در جعبه‌ی B، ۳ مهره‌ی قرمز و ۲ مهره‌ی آبی وجود دارد. یکی از این دو جعبه را به تصادف انتخاب کرده و ۱ مهره به تصادف از آن جعبه خارج می‌کنیم. چقدر احتمال دارد این مهره آبی باشد؟

« پاسخ »

$$p(A) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{7} + \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} = \frac{51}{140}$$

۳۹- اگر $P(A) = \frac{1}{3}$ و $P(B') = \frac{3}{4}$ و A و B دو پیشامد ناسازگار باشند، حاصل $P(A \cup B)$ را به دست آورید.

« پاسخ »

$$P(B) = 1 - P(B') = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

$$A \text{ و } B \text{ ناسازگار} \Rightarrow P(A \cap B) = \emptyset \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$$

- ۴۰- در جعبه‌ای ۴ مهره سفید و ۷ مهره سیاه موجود است. دو مهره به تصادف با هم خارج می‌کنیم. احتمال هر یک از پیشامدهای زیر را تعیین کنید.
- (۱) دو مهره غیر هم‌رنگ باشند.
 - (۲) حداکثر یک مهره سفید باشد.

« پاسخ »

$$\text{الف) } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{4}{1} \times \binom{7}{1}}{\binom{11}{2}} = \frac{28}{55} \quad (0/25)$$

$$\text{ب) } P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{\binom{4}{1} \binom{7}{1} + \binom{7}{2}}{\binom{11}{2}} = \frac{49}{55} \quad (0/25)$$