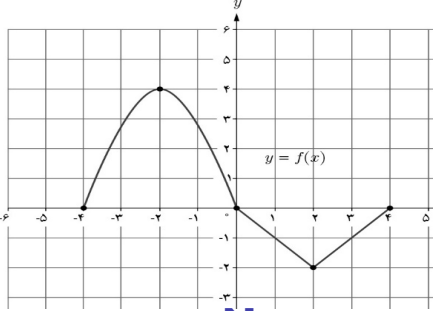
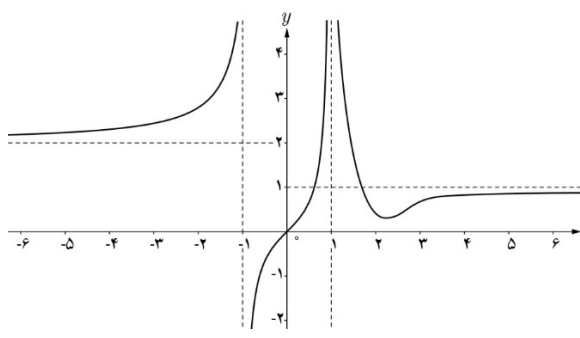


ردیف	سؤالات	پاسخنامه نیاز دارد	بارم										
1	درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید. (الف) تابع $y = -(x+1)^3 + 1$، تابعی اکیداً یکنوا است. (ب) معادله‌ی مثلثاتی $2\cos 3x = 4$ در $\mathbb{R}$ جواب دارد. (ج) شیب خط مماس بر تابع $y = -x + 2$ در $x = 0$ برابر 2 است.	درست نادرست درست نادرست درست نادرست	0/75										
2	گزینه‌ی صحیح را انتخاب کنید. (1) اگر $f(x) = \sqrt[3]{x-1} + 2$، حاصل $f^{-1}(4)$ کدام است؟ (الف) 4 (ب) 8 (ج) 9 (د) 1 (2) دوره تناوب تابع $f(x) = 4\tan\left(\frac{x}{2}\right) + 1$ کدام است؟ (الف) 2π (ب) π (ج) 4π (د) $\frac{\pi}{2}$ (3) حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{[x]}{x \sin x}$ کدام است؟ (نماد $[]$ علامت جزء صحیح است) (الف) صفر (ب) -1 (ج) $+\infty$ (د) $-\infty$ (4) اگر $f'(1) = 6$، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{3x - 3}$ کدام است؟ (الف) -1 (ب) 1 (ج) 2 (د) -2		2										
3	پاسخ صحیح هر قسمت را از جدول داده شده انتخاب نمایید. (یکی از موارد جدول اضافی است) (1) اگر $f(x + \sqrt{2}) = -2x + 2$، حاصل $f(\sqrt{2} - 1)$. (2) حاصل عبارت $8\cos 15^\circ \sin 15^\circ$. (3) حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[4]{x^4 + 2x}}{x - 1}$. (4) مقدار مشتق تابع $y = -x^2 + 1$ در مبدا مختصات.	<table border="1"> <thead> <tr> <th>الف</th><th>ب</th><th>ج</th><th>د</th><th>هـ</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr> </tbody> </table>	الف	ب	ج	د	هـ	0	1	2	3	4	1
الف	ب	ج	د	هـ									
0	1	2	3	4									
4	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. (الف) تابع $y = \sqrt[5]{x^2 - 2x}$ را می توان به صورت ترکیب دو تابع $f(x) = x^2 - 2x$ و $g(x) = \dots\dots\dots$ نوشت. (ب) مجموع جواب های معادله ی $\sin x = 0$ در بازه ی $[0, 2\pi]$ برابر است با $\dots\dots\dots$. (ج) اگر $x^3 + 2x + b$ بر $x + 1$ بخش پذیر باشد، مقدار b برابر است با $\dots\dots\dots$. (د) در تابع $f(x) = 2 - \sqrt{3}$، حاصل $f'(x)$ برابر است با $\dots\dots\dots$.		1										
5	با توجه به تابع $y = f(x)$ در شکل مقابل، به سوالات زیر به پاسخ دهید. (الف) این تابع در چه بازه‌ای نزولی و در چه بازه‌ای صعودی است؟ (0/5) (ب) دامنه‌ی تابع را چنان محدود کنید که تابع وارون پذیر باشد. (0/25) (ج) نقطه‌ی A را روی نمودار چنان مشخص کنید که $f'(A) > 0$ باشد. (0/25) (د) برد تابع $y = 3f(1+2x)$ چه بازه ای است؟ (0/5) (ه) نمودار $y = f(2x)$ را باتوجه به نمودار $y = f(x)$ رسم کنید. (0/5)		2										

6	باتوجه به نمودار تابع f، حاصل عبارت های زیر را بیابید.  الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ب) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ ج) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$ د) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$	
7	دوره‌ی تناوب، ماکسیمم و مینیمم تابع $y = -\sin(-3x - \sqrt{2}) + 2$ را بیابید.	0/75
8	اگر $f(x) = 2x + 3$ و $g(f(x)) = 8x^2 + 22x + 20$ باشد، ضابطه‌ی $f \circ g(x)$ را بیابید.	1/5
9	اگر $f(x) = \frac{x}{x+2}$ ، دامنه‌ی تابع $f \circ f$ را به کمک تعریف بیابید.	1
10	اگر $f(x) = 1 - \sqrt{x+2}$ ، ضابطه و دامنه‌ی وارون این تابع را بیابید.	1/5
11	حاصل عبارت $4\sin x \cos x (2\sin^2 x - 1)$ را به ازای $x = 7/5^\circ$ بیابید.	1/5
12	جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $\cos x (2\cos x - 9) = 5$ را بیابید.	1/5
13	حاصل حدهای زیر را بیابید. الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt[3]{x}}{x^2 - 3x + 2}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1-x}{ x-2 }$ ج) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - \sqrt{16x^2 - 7x + 22}}{x - \sqrt{x+2}}$	3
14	معادله‌ی خط مماس بر نمودار تابع $y = \sqrt{2x+13}$ در نقطه‌ی به طول -2 واقع بر آن را بیابید.	1/5
طراح: جعفر باغنده موفق باشید جمع بارم 20		

www.Nomreyar.com - وبسایت آموزشی نمره یار

۱/۵	$y = 1 - \sqrt{x+2} \Rightarrow 1-y = \sqrt{x+2} \Rightarrow 1-2y+y^2 = x+2 \Rightarrow$ $x = y^2 - 2y - 1 \Rightarrow f^{-1}(m) = x^2 - 2m - 1 = (x-1)^2 - 2 \quad (1)$ $\sqrt{x+2} \geq 0 \Rightarrow -\sqrt{x+2} \leq 0 \Rightarrow 1 - \sqrt{x+2} \leq 1 \Rightarrow y \leq 1$ $D_{f^{-1}} = R_f = (-\infty, 1] \quad (1/5)$	۱۰
۱/۵	$r \sin x \cos x (r \sin^2 x - 1) = r x \quad r \sin x \cos x (-\cos 2x)$ $(1/20) \quad (1/20)$ $= -r \sin^2 x \cos 2x = -\sin^2 x = -\sin^2 0 = -\frac{1}{4}$ $(1/20) \quad (1/20) \quad (1/20) \quad (1/20)$	۱۱
۱/۵	$2 \cos^2 x - 9 \cos x - 5 = 0 \Rightarrow 2t^2 - 9t - 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 5 \\ t = -\frac{1}{2} \end{cases}$ $(1/20) \quad (1/5)$ $\Rightarrow \cos x = -\frac{1}{2} = \cos(\pi - \frac{\pi}{3}) \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$ $(1/20) \quad (1/5)$	۱۲
۳	الف) $\lim_{n \rightarrow 1} \frac{n - \sqrt{n}}{(n-1)(n-2)} = \lim_{n \rightarrow 1} \frac{(n - \sqrt{n})(n^2 + n\sqrt{n} + \sqrt{n}^2)}{(n-1)(n-2)(n^2 + n\sqrt{n} + \sqrt{n}^2)} \quad (1/5)$ $= \lim_{n \rightarrow 1} \frac{n^2 - n}{(n-1)(n-2)(n^2 + n\sqrt{n} + \sqrt{n}^2)} = \lim_{n \rightarrow 1} \frac{n(n+1)(n-1)}{(n-1)(n-2)(n^2 + n\sqrt{n} + \sqrt{n}^2)} \quad (1/5)$ $= \frac{1 \times 2}{(-1)(1+1)} = -\frac{1}{2} \quad (1/5)$ ب) $\lim_{n \rightarrow 2^-} \frac{1-n}{ n-2 } = \frac{-1}{ 0 } = \frac{-1}{0^+} = -\infty \quad (1/5)$	۱۳
۱/۵	$\lim_{n \rightarrow -2} \frac{f(n) - f(-2)}{n - (-2)} = \lim_{n \rightarrow -2} \frac{\sqrt{n+1}^2 - 2^2}{n+2} \times \frac{\sqrt{n+1}^2 + 2^2}{\sqrt{n+1}^2 + 2^2} \quad (1/20)$ $= \lim_{n \rightarrow -2} \frac{2n+1^2-4}{(n+2)(\sqrt{n+1}^2+2^2)} = \lim_{n \rightarrow -2} \frac{2(n-1)}{(n+2)(\sqrt{n+1}^2+2^2)} = \frac{2}{2^2+2^2} = \frac{1}{4}$ $(-2, 4) \quad (1/20) \quad (1/20) \quad (1/20)$ $y = \frac{1}{4}x + b \Rightarrow 2 = -\frac{1}{2} + b \Rightarrow b = \frac{5}{2} \rightarrow y = \frac{1}{4}x + \frac{5}{2} \quad (1/20)$	۱۴

جمع بارم ۲۰

همکاران محترم، ضمن عرض خسته نباشید، لطفاً به راه حل های درست خارج از کلید به تناسب نمره دهید.

(۱۳) نت (ج):

$$\begin{aligned}
 \text{ع. ۱)} \quad \lim_{n \rightarrow -\infty} \frac{2n - \sqrt{14n^2 - 7n + 22}}{n - \sqrt{n} + 2} &= \lim_{n \rightarrow -\infty} \frac{2n - 14n}{n} = \lim_{n \rightarrow -\infty} \frac{2n + 4n}{n} = 6 \\
 &\quad (1/5) \quad (1/20) \quad (1/20)
 \end{aligned}$$