
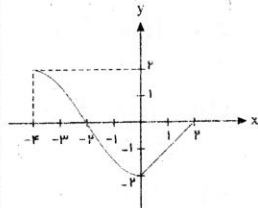


۹۰ دقیقه	 دوره دوم	تولید ملی دبیرستان ماندگار البرز ۹۹-۹۸ امتحانات نوبت اول سال تحصیلی	نام: نام خانوادگی: کلاس: درجه نام دبیر: آقای/خانم
		تاریخ: ۱۱	ریاضی تجربی
کلاس ۱۰۹	۱۴/۱۰/۹۸		

۱- نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر است. نمودار تابع $y = -f(2x) + 1$ را

رسم کرده و دامنه و برد آن را مشخص کنید. ۱۰ نمره



۲- در مورد هریک از قسمت‌های زیر نشان دهید که f و g وارون یکدیگرند. ۱۰ نمره

الف) $f(x) = \frac{-7}{2}x - 3$, $g(x) = -\frac{2x+6}{7}$

ب) $f(x) = -\sqrt{x-8}$, $g(x) = 8+x^2$; $x \leq 0$

۳- الف) توابع $f(x) = \frac{x+3}{2x}$ و $g(x) = 3x-1$ را در نظر بگیرید. دامنه $f \circ g$ را

با استفاده از تعریف به دست آورید. ۱۰ نمره

ب) اگر $f(x) = \frac{1}{8}x - 3$ و $g(x) = x^3$ باشد. مقدار $f^{-1} \circ g^{-1}(5)$ را به دست

آورید. ۱۰ نمره

۴- نمودار تابع $y = 2 \sin(2x) + 1$ را در یک دوره تناوب رسم کنید. ۱۰ نمره

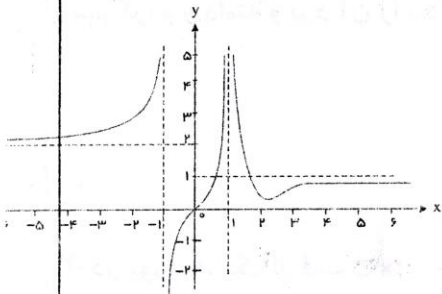
۵- مثلثی با مساحت ۳ سانتی متر مربع مفروض است. اگر اندازه دو ضلع آن به ترتیب

۲ و ۶ سانتی متر باشند، آن گاه چند مثلث با این خاصیت‌ها می‌توان ساخت؟ ۱۰ نمره

۶- معادله مثلثاتی $\sin x - \cos 2x = 0$ را حل کنید. ۱۰ نمره

۷- در تابع $f(x) = \sqrt{2} \cos\left(\frac{1}{3}x\right) - 1$ ، دوره تناوب و نسبت ماکزیمم تابع به مینیمم آن را بیابید. ۱۵ نمره

۸- نمودار تابع f به شکل مقابل است. حدود خواسته شده را بنویسید: ۱۵ نمره



- الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
- ب) $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x)$
- پ) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$
- ت) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$
- ث) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$
- ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

۹- حد توابع زیر را در صورت وجود بیابید. ۱۵ نمره

الف) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{x^2 - 16}$

ب) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{1 - \cos x}$

۱۰- حدود زیر را محاسبه کنید. ۱۵ نمره

الف)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{9x^2 + 1} + \sqrt{4x^2 - x}}{\sqrt{25x^2 + 9} + x}$$

۱۱- نامعادله زیر را حل کنید. ۱۵ نمره

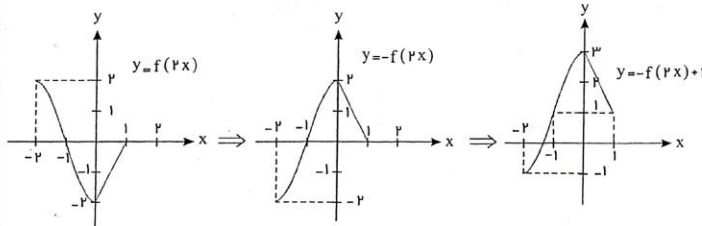
$$\log^2 x - 1 - \log^3 x \geq \log^2 x - \log x$$

۱۲- تابع $f(x) = x - 2[x]$ را در بازه $[-2, 2]$ رسم کنید. ۱۵ نمره

درس ریاضی دبیر

پاسخنامه تشریحی

۱- برای رسم $y = -f(2x) + 1$ در نمودار $f(x) = \sin x$ ابتدا طول نقاط را بر ۲ تقسیم کرده و نمودار حاصل را نسبت به محور x ها قرینه کرده و در نهایت آن را یک واحد بالا می آوریم.



دامنه $= D = [-\pi, \pi]$

برده $= R = [-1, 2]$

۲- در هر مورد وارون یکی از توابع را یافته (معمولاً آن تابعی که محاسبه x برحسب y در آن ساده تر است) و نشان می دهیم که تابع وارون به دست آمده همان تابع دوم است.

$$\text{الف) } \begin{cases} f(x) = \frac{-y}{2}x - 3 \\ g(x) = -\frac{2x+6}{y} \rightarrow y = \frac{-2x+6}{y} \times (-y) \rightarrow -vy = 2x+6 \rightarrow 2x = -vy-6 \rightarrow x = \frac{-vy-6}{2} \\ \frac{-2}{y}x = \frac{-vy-6}{2} = \frac{-y}{2}y - 3 \rightarrow g^{-1}(x) = \frac{-y}{2}x - 3 \rightarrow g^{-1}(x) = f(x) \checkmark \end{cases}$$

$$\text{ب) } \begin{cases} f(x) = -\sqrt{x-8} \\ g(x) = 8 + x^2; x \leq 0 \rightarrow y = 8 + x^2 \rightarrow x^2 = y - 8 \rightarrow |x| = \sqrt{y-8} \\ \frac{x \leq 0}{|x| = -x} \rightarrow -x = \sqrt{y-8} \rightarrow x = -\sqrt{y-8} \rightarrow g^{-1}(x) = -\sqrt{x-8} = f(x) \checkmark \end{cases}$$

۳-
الف)

$$f(x) = \frac{x+3}{2x} \rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{0\}$$

$$g(x) = 3x - 1 \rightarrow D_g = \mathbb{R}$$

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g, g(x) \in D_f\} = \{x \in \mathbb{R}, 3x - 1 \neq 0\} = \{x \in \mathbb{R}, x \neq \frac{1}{3}\} = \mathbb{R} - \left\{\frac{1}{3}\right\}$$

ب)

$$g^{-1} \circ f^{-1}(\delta) = g^{-1}(f^{-1}(\delta)) = g^{-1}(64) = 4$$

علت:

$$f^{-1}(\delta) \rightarrow \delta = \frac{1}{\lambda}x - 3 \rightarrow \frac{1}{\lambda}x = \lambda \rightarrow x = 64$$

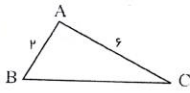
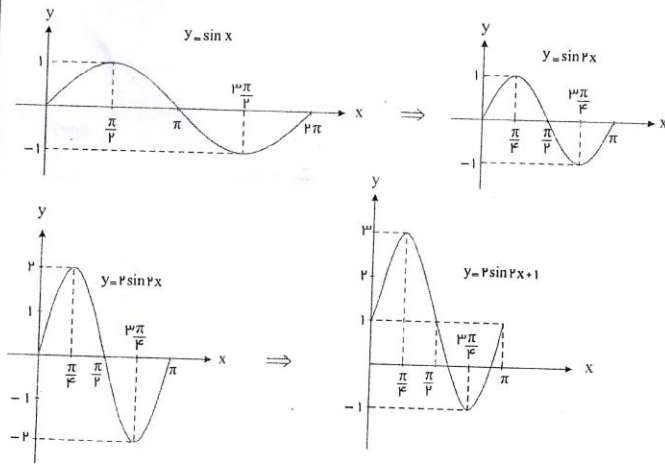
$$g^{-1}(64) \rightarrow 64 = x^2 \rightarrow x = 4$$

۴- برای رسم $y = 2 \sin(2x) + 1$ از روی $y = \sin x$ مراحل زیر را انجام می دهیم.

۱- طول نقاط را بر ۲ تقسیم می کنیم.

۲- عرض نقاط را در ۲ ضرب می کنیم.

۳- نمودار حاصل را یک واحد به بالا می بریم.



$$S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \hat{A} \rightarrow r = \frac{1}{2} (\rho) (\phi) \sin \hat{A}$$

$\rightarrow \sin \hat{A} = \frac{1}{\rho} \rightarrow \hat{A} = 30^\circ$ یا $\hat{A} = 150^\circ \rightarrow$ دو مثلث وجود دارد.

$$\sin x - \cos 2x = 0 \rightarrow \sin x - (1 - 2 \sin^2 x) = 0 \rightarrow 2 \sin^2 x + \sin x - 1 = 0$$

۶- می‌دانیم که $\cos 2a = 1 - 2 \sin^2 a$ است.

$$\begin{aligned} \sin x = A &\rightarrow 2A^2 + A - 1 = 0 \xrightarrow{a+c=b} \begin{cases} A = -1 \\ A = -\frac{c}{a} = \frac{1}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

$$A = -1 \rightarrow \sin x = -1 \xrightarrow{\text{حالت خاص}} x = 2k\pi - \frac{\pi}{2}$$

$$A = \frac{1}{2} \rightarrow \sin x = \frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{6} \rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \alpha = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \pi - \alpha = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|}, \max = |a| + c, \min = -|a| + c$$

۷- در تابع $a \cos bx + c$ داریم:

$$f(x) = \sqrt{2} \cos\left(\frac{1}{2}x\right) - 1 \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$$

$$\max f = \sqrt{2} - 1, \min f = -\sqrt{2} - 1$$

$$\frac{\max f}{\min f} = \frac{\sqrt{2}-1}{-\sqrt{2}-1} = \frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} \times \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1} = \frac{\sqrt{2}-2-1+\sqrt{2}}{2-1} = -2 + 2\sqrt{2}$$

۸-

یا توجه به شکل داریم:

الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$

ب) $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = +\infty$

پ) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = -\infty$

ت) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$

ث) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$

ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$

۹- الف)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 - \sqrt{x}}{x^2 - 16} = \frac{0}{0} \rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 - \sqrt{x}}{x^2 - 16} \times \frac{2 + \sqrt{x}}{2 + \sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(2 - x)}{(x^2 - 16)(2 + \sqrt{x})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-(x - 2)}{(x + 4)(x - 2)(2 + \sqrt{x})} = \frac{-1}{(4)(2)} = -\frac{1}{8}$$

ب)

$$\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{1}{1 - \cos x} = \frac{1}{1 - 1^-} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

هرگاه در مسائل حدی، کسینوس یک شد حتما ۱ است.

۱۰-

الف)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{9x^2 + 1} + \sqrt{4x^2 - x}}{\sqrt{25x^2 + 9 + x}} \xrightarrow{\text{توان بیشتر}} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{9x^2} + \sqrt{4x^2}}{\sqrt{25x^2 + x}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2|x| + 3|x|}{5|x| + x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x - 3x}{-5x + x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-5x}{-4x} = \frac{5}{4}$$

۱۱-

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1 - 2x^2 - f(-1)}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1 - 2x^2 + 1}{x + 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-2x^2 + 2}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-2(x^2 - 1)}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-2(x + 1)(x - 1)}{x + 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} -2(x - 1) = -2(2 - 1) = -2$$

۱۲-

$$1) x = 1 \rightarrow y = \sqrt{1 + 2} = 2 \rightarrow A \left| \frac{1}{2} \right.$$

$$2) y' = \frac{1(2x + 2)}{2\sqrt{x^2 + 2x}} \xrightarrow{x=1} m_{\text{مماس}} = \frac{5}{4}$$

$$3) y - 2 = \frac{5}{4}(x - 1) \rightarrow y = \frac{5}{4}x + \frac{3}{4}$$