

نام درس: هندسه-دوازدهم ریاضی  
 نام دبیر: فهیمه واحدی  
 تاریخ امتحان: ۱۰/۱۰/۱۳۹۷  
 ساعت امتحان: ۸:۰۰ صبح / عصر  
 مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

جمهوری اسلامی ایران  
 اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران  
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۶ تهران  
 دبیرستان غیردولتی دخترانه سرای دانش واحد فلسطین  
 آزمون پایان ترم نوبت اول سال تمصیلی ۹۸-۱۳۹۷

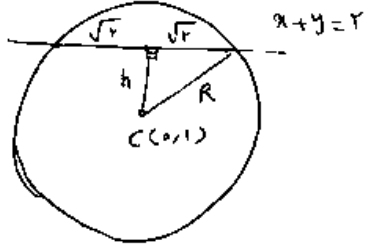
نام و نام خانوادگی: .....  
 مقطع و رشته: دوازدهم ریاضی  
 نام پدر: .....  
 شماره داوطلب: .....  
 تعداد صفحه سؤال: ۱ صفحه

محل مهر و امضاء مدیر	نمره به عدد:	نمره به حروف:	نمره به عدد:	نمره به حروف:
	نام دبیر:	تاریخ و امضاء:	نام دبیر:	تاریخ و امضاء:
۳	سوالات			
۲	۱ اگر $A = [a_{ij}]_{2 \times 2}$ طوری باشد که برای $i = j$ داشته باشیم: $a_{ij} = 5$ و برای $i \neq j$ داشته باشیم: $a_{ij} = i - j$ آنگاه ماتریس $A$ را با درایه هایش مشخص کنید.			
۲	۲ اگر $A = \begin{bmatrix} 4 & a \\ b & -1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ ، مقادیر $a$ و $b$ را طوری پیدا کنید که ماتریس $AB$ ، ماتریسی قطری شود.			
۲	۳ اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ x & 1 & 2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 2 & 3 \\ x & 6 \end{bmatrix}$ و درایه $1 \times 2$ ماتریس $AB$ برابر با ۲۳ باشد، $x$ را پیدا کنید.			
۲	۴ الف) وارون ماتریس $A = \begin{bmatrix} 4 & 9 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ را بیابید. ب) $X = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ و $AX = B$ آنگاه ماتریس $X$ را با درایه هایش مشخص کنید.			
۲	۵ دستگاه $\begin{cases} 3x + 2y = 4 \\ x - y = 3 \end{cases}$ را با استفاده از ماتریس وارون حل کنید.			
۲	۶ اگر $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ و $ A  = 4$ آنگاه دترمینان ماتریس $2A$ را حساب کنید.			
۲	۷ معادله دایره ای را بنویسید که مرکزش نقطه $C(2, 1)$ بوده و بر خط $y = x + 1$ مماس باشد.			
۲	۸ معادله دایره ای را بنویسید که مرکزش نقطه $C(0, 1)$ بوده و بر خط $x + y = 2$ و تری به طول $2\sqrt{2}$ جدا کند.			
۲	۹ دو خط $Y = X + 2$ و $2X - Y = -1$ شامل قطرهایی از یک دایره هستند. اگر این دایره از مبدا مختصات عبور کند. معادله این دایره را بنویسید.			
۲	۱۰ اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ و $A^2 = \alpha A + \beta I$ آنگاه حاصل $\alpha + \beta$ چقدر است؟			
صفحه ی ۱ از ۱				

جمع بارم : ۲۰ نمره



ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضا: مدیر
1	شرط $i=j$ روی قطر اصلی را مشخص می کند. و شرط $i \neq j$ درایه های قطر غیر اصلی را مشخص می کند.	
	$A = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$	
2	$\begin{bmatrix} 4 & a \\ b & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ? & 0 \\ 0 & ? \end{bmatrix}$ $\begin{cases} [4 & a] \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow -8 + 2a = 0 \Rightarrow a = 4 \\ [b & -1] \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow b - 3 = 0 \Rightarrow b = 3 \end{cases}$	
3	$(AB)_{21} = 23 \Rightarrow A \text{ سطر دوم} * B \text{ ستون یکم} = 23$ $\Rightarrow [x \quad 1 \quad 2] \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \\ x \end{bmatrix} = 23$ $\Rightarrow 5x + 2 + 2x = 23$ $\Rightarrow 7x = 21 \Rightarrow x = 3$	
4	(الف) $A = \begin{bmatrix} 4 & 9 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{4 * 5 - 9 * 2} \begin{bmatrix} 5 & -9 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$ $\Rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} 5 & -9 \\ 2 & 2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ $AX = B \Rightarrow A^{-1}(AX) = A^{-1}B \Rightarrow X = A^{-1}B$ $X = \begin{bmatrix} 5 & -9 \\ 2 & 2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & -23 \\ 2 & 2 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$	
5	$\begin{cases} 3x + 2y = 4 \\ x - y = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{-5} \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{-5} \begin{bmatrix} -10 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$	
6	$ 2A  = 2^3  A  = 8 * 4 = 32$	
7	کافی است فاصله ی نقطه از خط را بیابیم تا شعاع دایره پیدا شود. $y = x + 1 \Rightarrow x - y + 1 = 0 \Rightarrow R = \text{فاصله } C \text{ از خط}$ $R = \frac{ 2 - 1 + 1 }{\sqrt{1 + 1}} = \sqrt{2}$ $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 2$	

<p><math>h =</math> فاصله <math>C</math> از خط <math>(x + y - 2 = 0)</math> = فاصله <math>C</math> از خط</p> $h = \frac{ 0 + 1 - 2 }{\sqrt{1+1}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $R^2 = h^2 + (\sqrt{2})^2 = \frac{1}{2} + 2 = \frac{5}{2} \implies (x - 0)^2 + (y - 1)^2 = \frac{5}{2}$	8
 <p><math>\begin{cases} 2x - y = 1 \\ y = x + 2 \end{cases} \implies 2x = x + 3 \implies x = 3, y = 5 \implies C = (3, 5)</math></p> $R =  CO  = \sqrt{9 + 25} = \sqrt{34}$ $\implies (x - 3)^2 + (y - 5)^2 = 34$	9
$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \implies A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ $A^2 = \alpha A + \beta B \implies \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \alpha \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} + \beta \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \implies \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\alpha + \beta & 0 \\ \alpha & -\alpha + \beta \end{bmatrix}$ $\begin{cases} \alpha = 1 \\ -\alpha + \beta = 1 \end{cases} \implies \beta = 2 \implies \alpha + \beta = 3$	10
امضاء:	نام و نام خانوادگی مصحح : جمع بارم : ۰۰ شماره