هوالحق

"حسابان۲"

((چهل تست))

تمامی تست های سراسری،سنجش و گزینه۲ از سال۸۰ الی ۹۸

علی فقیهی

دبیر ریاضی ناحیه ٤ استان قم

۰۹۱۹۸٦۹۰٤۵۰

تلگرام و اینستاگرام

@aliifaghihi

۱- نمودار تابع $y = -x^2 + 2x + 5$ را ۳ واحد به طرف xهای مثبت، سپس ۲ واحد به طرف yهای منفی انتقال می‌دهیم. نمودار جدید در کدام بازه، بالای نیمساز ربع اول است؟

۱) (۳ , ۴) ۲) (۲ , ۵) ۳) (۳ , ۵) ۴) (۲ , ۶)

سراسری => ریاضی => ۹۸

۲- با کدام عملیات متوالی از نمودار تابع $y = \sqrt{x}$، نمودار تابع $y = -3 + \sqrt{4 - x}$ حاصل می‌شود؟

۱) تقارن نسبت به محور xها، انتقال افقی ۴+ و قائم ۳-
۲) تقارن نسبت به محور xها، انتقال افقی ۴- و قائم ۳+
۳) تقارن نسبت به محور yها، انتقال افقی ۴+ و قائم ۳-
۴) تقارن نسبت به محور yها، انتقال افقی ۴- و قائم ۳+

آزمایشی سنجش => یازدهم => سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۳- نمودار تابع $y = \sqrt{x}$ رسم شده است. قرینه آن را نسبت به محور yها رسم کنید، سپس ۴ واحد به طرف xهای مثبت انتقال دهید، فاصله نقطه برخورد این دو منحنی از مبدأ مختصات کدام است؟

۱) $\sqrt{3}$ ۲) ۲ ۳) $\sqrt{5}$ ۴) $\sqrt{6}$

آزمایشی سنجش => یازدهم => سال تحصیلی ۹۸-۹۷ و آزمایشی سنجش => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۴- نمودار تابع $y = x^2 + x$ را یک واحد به طرف xهای مثبت و سپس ۲ واحد به طرف بالا انتقال می‌دهیم، معادله منحنی حاصل کدام است؟

۱) $y = x^2 - x + 2$ ۲) $y = x^2 - 2x + 2$
۳) $y = x^2 - 2x + 1$ ۴) $y = x^2 - x + 1$

آزمایشی سنجش => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۵- به ترتیب با کدام انتقال‌ها نمودار $y = x^2 + 6x - 1$ به روی نمودار $y = x^2 - 4x + 3$ منطبق می‌شود؟

۱) ۲ واحد به راست و ۹ واحد به بالا ۲) ۵ واحد به راست و ۹ واحد به بالا
۳) ۵ واحد به راست و ۴ واحد به بالا ۴) ۲ واحد به راست و ۴ واحد به بالا

آزمایشی سنجش => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۶- با کدام عملیات متوالی از نمودار تابع $y = \sqrt{x}$ نمودار تابع $y = -3 + \sqrt{4 - x}$ حاصل می‌شود؟

۱) تقارن نسبت به محور xها انتقال افقی ۴+ و قائم ۳-
۲) تقارن نسبت به محور yها انتقال افقی ۴+ و قائم ۳-
۳) تقارن نسبت به محور xها انتقال افقی ۴- و قائم ۳+
۴) تقارن نسبت به محور yها انتقال افقی ۴- و قائم ۳+

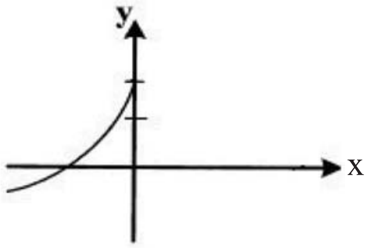
آزمایشی سنجش => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۷- اگر نمودار $y=|x|$ (نمودار اول) را یک واحد به سمت چپ روی محور xها و یک واحد به پایین روی محور yها انتقال دهیم و نمودار $y=x^۲$ (نمودار دوم) را ابتدا ۲ واحد به سمت پایین انتقال دهیم، سپس قسمت پایین محور xها را نسبت به محور xها قرینه کنیم، آنگاه در بازهٔ (a,b) نمودار اول بالای نمودار دوم قرار می‌گیرد. $a+b$ کدام است؟

۱) $۲\sqrt{۲}$ ۲) $\frac{۳}{۲}$ ۳) $\sqrt{۲}$ ۴) ۳

آزمایشی سنجش => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۸- نمودار زیر با توجه به نمودار تابع $y=\sqrt{x}$ حاصل شده است. ضابطه آن کدام است؟



۱) $y=۲+\sqrt{-x}$

۲) $y=۲+\sqrt{x}$

۳) $y=\sqrt{x+۲}$

۴) $y=۲-\sqrt{-x}$

آزمایشی سنجش => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۹- تابع $y=f(x)$ رسم شده است. برای رسم $y=f(۲x)$ کدام عمل انجام می‌شود؟

۱) انقباض عمودی ۲) انقباض افقی ۳) انبساط افقی ۴) انبساط عمودی

آزمایشی سنجش => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۱۰- قرینه نمودار تابع $y=x^۲-۲x$ را نسبت به محور xها تعیین کرده، سپس یک واحد به طرف xهای منفی انتقال می‌دهیم. طول مثبت برخورد منحنی حاصل با منحنی مفروض کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}(۱+\sqrt{۳})$ ۲) $\frac{۱}{۲}(۲-\sqrt{۳})$ ۳) $\frac{۱}{۲}(۱+\sqrt{۲})$ ۴) $\frac{۱}{۲}(\sqrt{۲}-۱)$

آزمایشی سنجش => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۱۱- نمودار تابع $y=x^۲-x$ را ۲ واحد به طرف xهای منفی و سپس ۳ واحد به طرف yهای مثبت انتقال می‌دهیم معادله نمودار حاصل کدام است؟

۱) $y=x^۲-۳x+۵$ ۲) $y=x^۲-۴x+۱$

۳) $y=x^۲+۳x+۵$ ۴) $y=x^۲+۴x+۳$

آزمایشی سنجش => یازدهم => سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۱۲- اگر $f(x)=\sqrt{-x^۲+۴x+۱۲}$ باشد، دامنه تابع $f(۲x)$ کدام است؟

۱) $[-۱,۳]$ ۲) $[-۳,۱]$ ۳) $[-۴,۱۲]$ ۴) $[-۲,۶]$

آزمایشی سنجش => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۱۳- نمودار تابع $y = |x - 2|$ را سه واحد به طرف xهای منفی و سپس ۲ واحد به طرف yهای مثبت انتقال می‌دهیم نمودار حاصل با نمودار مفروض با کدام طول متقاطع‌اند؟

۱) $\frac{-2}{3}$ ۲) $\frac{-1}{4}$ ۳) $\frac{-1}{2}$ ۴) $\frac{1}{3}$

آزمایشی سنجش => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۱۴- قرینه نمودار تابع $y=\sqrt{x}$ را نسبت به محور y ها رسم کرده، سپس ۲ واحد به طرف x های مثبت انتقال می‌دهیم. طول نقطه تلاقی منحنی حاصل با نمودار اولیه کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) غیرمتقاطع

آزمایشی سنجش => یازدهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۶

۱۵- نمودار تابع $y = x^2 - 2x$ را ۲ واحد به سمت x های مثبت و ۸ واحد به سمت y های منفی انتقال می‌دهیم سپس قرینه آن‌را نسبت به محور x ها تعیین می‌کنیم. معادله منحنی حاصل کدام است؟

۱) $y = -x^2 + 6x$ ۲) $y = x^2 + 6x$ ۳) $y = -x^2 + 4x$ ۴) $y = 4x - x^2$

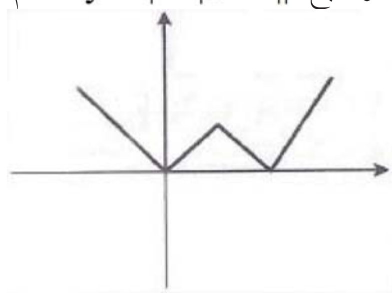
آزمایشی سنجش => یازدهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۶

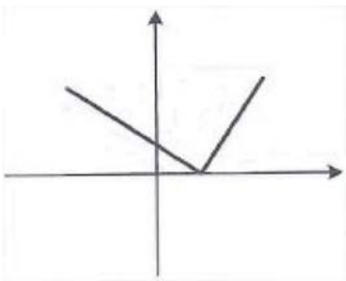
۱۶- نمودار تابع $y = \operatorname{Log}_2 x$ را یک واحد به طرف x های منفی و ۲ واحد به طرف y های مثبت انتقال می‌دهیم ضابطه نمودار جدید کدام است؟

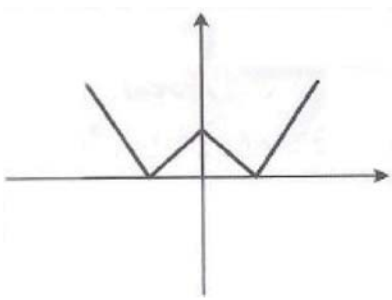
۱) $\operatorname{Log}_2\left(\frac{x+1}{4}\right)$ ۲) $\operatorname{Log}_2\left(\frac{x-1}{4}\right)$ ۳) $\operatorname{Log}_2(4x+4)$ ۴) $\operatorname{Log}_2(4x-4)$

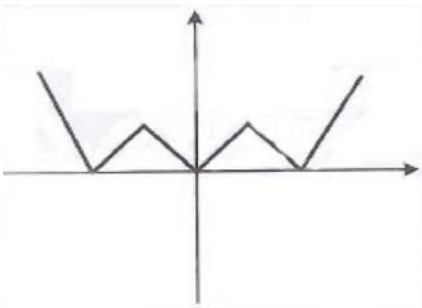
آزمایشی سنجش => یازدهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۶

۱۷- نمودار تابع $y = ||x - 1| - 1|$، کدام است؟

۱)


۲)


۳)


۴)


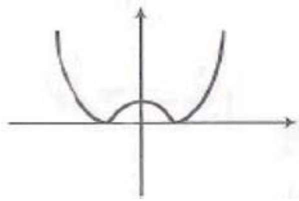
آزمایشی سنجش => یازدهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۶

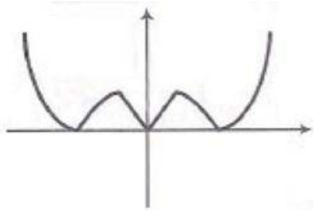
۱۸- نمودار تابع $y=\sqrt{x}$ را ۲ واحد به طرف x های مثبت انتقال داده و قرینه نمودار حاصل را نسبت به محور x ها رسم می‌کنیم. ضابطه نمودار جدید کدام است؟

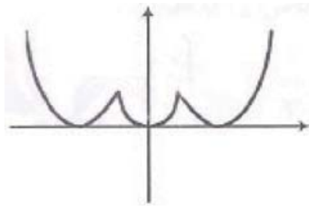
۱)　　۲) $-\sqrt{x-2}$　　۳) $-\sqrt{x+2}$　　۴) $\sqrt{-x+2}$

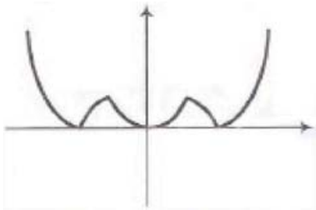
آزمایشی سنجش => یازدهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۶

۱۹- نمودار تابع $f(x)=\left|\left|1-x^2\right|-1\right|$، کدام است؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

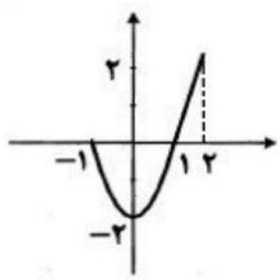
آزمایشی سنجش => یازدهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۶

۲۰- نمودار تابع $y=\sqrt{x}$ را ۳ واحد به طرف x های منفی و ۵ واحد به طرف y های منفی انتقال می‌دهیم. منحنی جدید، نیمساز ناحیه دوم و چهارم را با کدام طول قطع می‌کند؟

۱) $\frac{1}{2}\left(11+\sqrt{33}\right)$　　۲) $\frac{1}{2}\left(11-\sqrt{33}\right)$　　۳) $\frac{1}{2}\left(11\pm\sqrt{33}\right)$　　۴) $\frac{1}{2}\left(11-\sqrt{29}\right)$

آزمایشی سنجش => یازدهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۶

۲۱- اگر شکل زیر نمودار تابع f در بازه‌ی $[-1, 2]$ باشد، برد تابع $3f(x-2)+1$ کدام است؟



۱) $[-5, 7]$

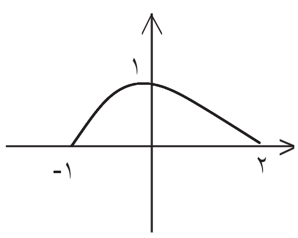
۲) $[-6, 6]$

۳) $[-4, 8]$

۴) $[-1, 3]$

آزمایشی سنجش => دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۶

۲۲- اگر نمودار $y=2f(x-1)$ شکل مقابل باشد، دامنه‌ی تعریف $y=f(3-x)$ کدام است؟



۱) $[-2, 1]$

۲) $[0, 3]$

۳) $[1, 4]$

۴) $[2, 5]$

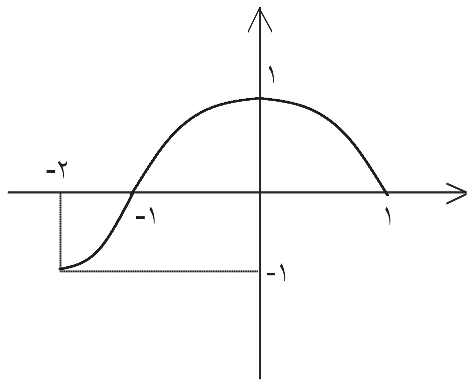
آزمایشی سنجش => دهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۵

۲۳- نمودار تابع $y = |x - ۲|$ را ۲ واحد به چپ و ۴ واحد به پایین انتقال می‌دهیم. تعداد نقاط تلاقی نمودارهای تابع مفروض و انتقال یافته آن، کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) صفر

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۶-۹۵ و آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۶-۹۵

۲۴- نمودار تابع $y = f(x)$ در شکل زیر نشان داده شده است. محدوده m برای این‌که معادله $\left|\frac{۱}{۲} - f(-x)\right| = m$، بیش‌ترین تعداد جواب را داشته باشد، کدام است؟



۱) $\left(۰, \frac{۱}{۲}\right)$

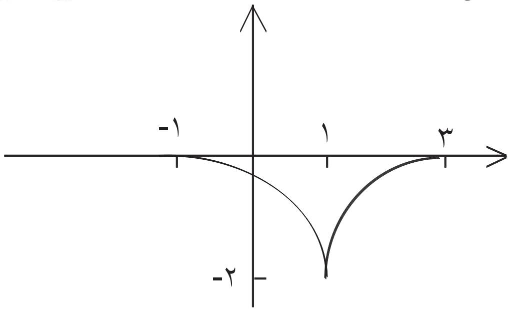
۲) $[۰, \frac{۳}{۲})$

۳) $\left[\frac{۱}{۴}, \frac{۱}{۲}\right]$

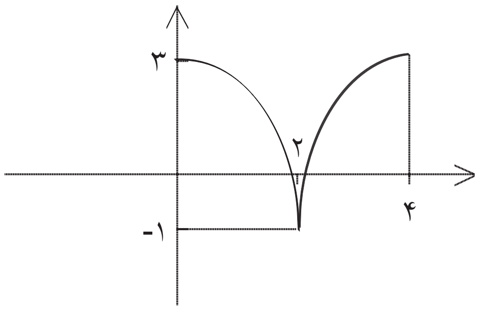
۴) $\left(\frac{۱}{۴}, \frac{۱}{۲}\right)$

آزمایشی سنجش => آزمونهای سال سوم => سال تحصیلی ۹۵-۹۴

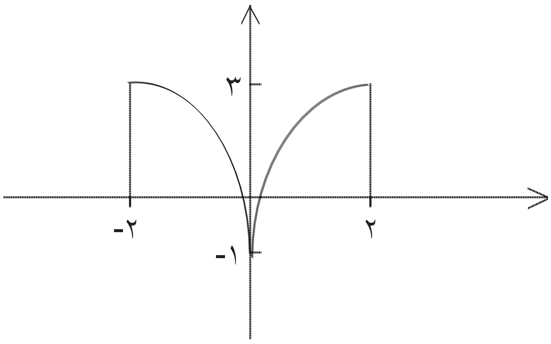
۲۵- با توجه به نمودار $y = -f(x)$، که در شکل زیر داده شده است، نمودار $y = -2f(x - 1) + 3$ کدام است؟



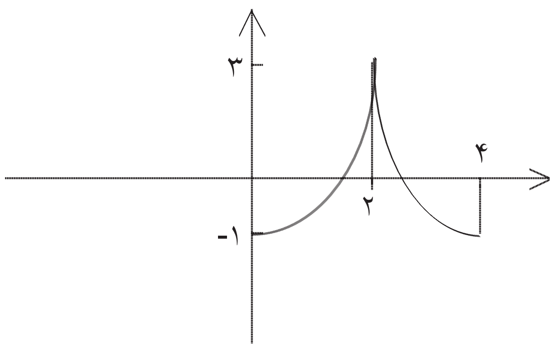
۱)



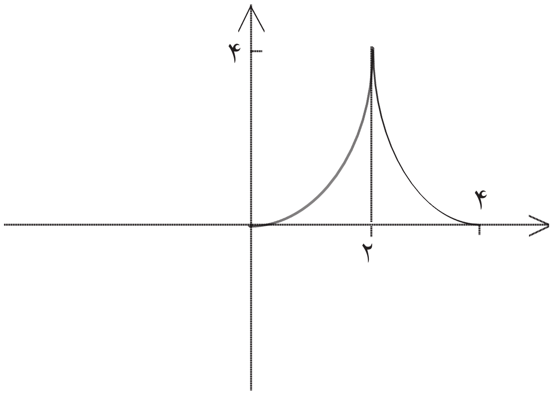
۲)



۳)



۴)



آزمایشی سنجش => آزمونهای سال سوم => سال تحصیلی ۹۵-۹۴

۲۶- نمودار تابع $y = 1 + |x + 2|$ را ۳ واحد به طرف راست انتقال داده و قرینه شکل را نسبت به محور y ها تعیین کرده و دو برابر منقبض می‌کنیم. سپس قرینه آن‌را نسبت به محور x پیدا می‌کنیم. معادله آن کدام است؟

۱) $y = 1 - \frac{1}{2}|x - 1|$

۲) $y = -2 - 2|x - 1|$

۳) $y = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}|x - 1|$

۴) $y = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}|x + 1|$

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۵-۹۴

۲۷- در نمودار تابع $f(x)=x^۲$ به‌ترتیب چهار عمل انجام می‌دهیم: انتقال ۴ واحد به طرف xهای منفی - قرینه نسبت به محور xها - دو برابر کردن برد - انتقال ۳ واحد به‌طرف yهای منفی - معادله نمودار حاصل کدام است؟

۱) $y=۲x^۲-۸x-۱۱$
۲) $y=۲x^۲-۱۶x-۲۹$
۳) $y=-۲x^۲-۱۶x-۳۵$
۴) $y=-۲x^۲+۱۶-۳۵$

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۴-۹۳

۲۸- در مورد نمودار تابع $f(x)=x^۲-x+۱$ به‌ترتیب اعمال «انبساط با ضریب $\frac{۱}{۲}$ در جهت محور xها» «قرینه نسبت به محور yها» «انبساط عمودی با ضریب ۴» و «انتقال ۳ واحد به طرف بالا» انجام شده است. معادله منحنی حاصل کدام است؟

۱) $y=-x^۲+۲x-۱$
۲) $y=x^۲-x+۴$
۳) $y=x^۲+۲x+۷$
۴) $y=۲x^۲+x-۱$

آزمایشی سنجش => آزمونهای سال سوم => سال تحصیلی ۹۴-۹۳

۲۹- قرینه‌ی منحنی به معادله‌ی $y = x^۳ - ۳x + ۲$ را نسبت به محور yها رسم کرده‌ایم، معادله‌ی آن کدام است؟

۱) $y = x^۳ + ۳x + ۲$
۲) $y = -x^۳ + ۳x - ۲$
۳) $y = -x^۳ + ۳x + ۲$
۴) $y = x^۳ + ۳x - ۲$

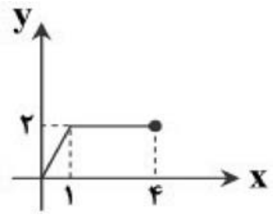
آزمایشی سنجش => تجربی => ۹۰

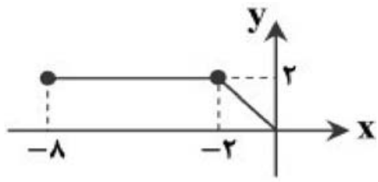
۳۰- منحنی تابع $y = |x - ۲|$ را ۳ واحد به چپ انتقال داده و قرینه شکل حاصل را نسبت به محور y ها تعیین می‌کنیم و دوبرابر منبسط می‌کنیم سپس انعکاس آن را نسبت به محور x ها پیدا می‌کنیم معادله آن کدام است؟

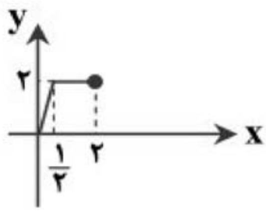
۱) $y = -۲|x| + ۱$
۲) $y = -۲|۱-x|$
۳) $y = -\frac{۱}{۲}|x+۱|$
۴) $y = -۲|۲x+۱|$

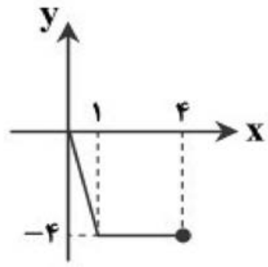
آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۱-۹۰

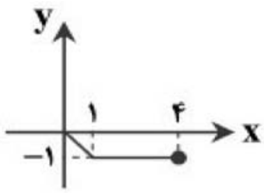
۳۱- نمودار مقابل مربوط به تابع $y = f(x)$ است. کدام گزینه نمودار $y = f(x)$ را نشان می‌دهد؟



۱) 

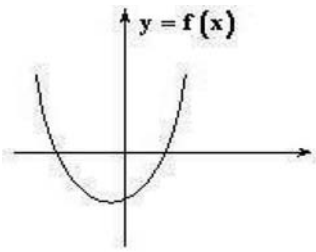
۲) 

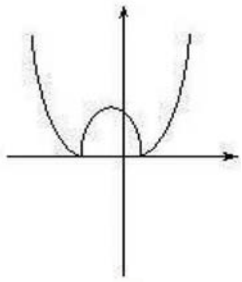
۳) 

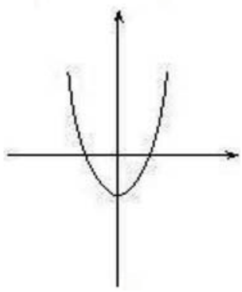
۴) 

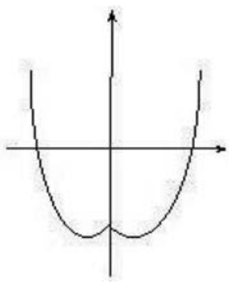
آزمونهای گزینه ۲ => یازدهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۶

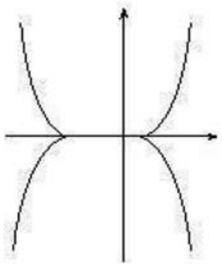
۳۲- اگر نمودار تابع $y = f(x)$ به‌صورت زیر باشد، نمودار معادله‌ی $|y| = f(x)$ کدام است؟



۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

آزمونهای گزینه ۲ => تجربی => ۸۵

۳۳- نمودار تابع f با ضابطهٔ $y = f(x)$ را ۳ واحد به سمت راست و ۲ واحد به سمت پایین منتقل می‌کنیم. ضابطهٔ مربوط به نمودار جدید کدام است؟

۱) $y = f(x + ۳) + ۲$

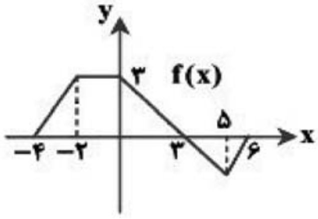
۲) $y = f(x - ۳) + ۲$

۳) $y = f(x - ۳) - ۲$

۴) $y = f(x + ۳) - ۲$

آزمونهای گزینه ۲ => دهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۵

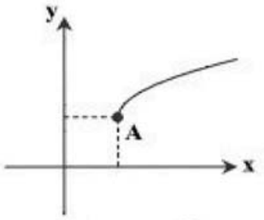
۳۴- نمودار تابع f به‌صورت مقابل است. نمودار تابع $y = f(a - x)$ از ناحیه‌ی سوم مختصات عبور نمی‌کند. a کدام می‌تواند باشد؟



۱) ۶
۲) ۴-
۳) ۶-
۴) ۴

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۸-۹۷

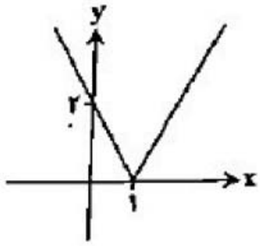
۳۵- نمودار تابع $y = a + \sqrt{x - a}$ به‌صورت مقابل است. اگر فاصله‌ی نقطه‌ی A از مبدأ برابر $3\sqrt{2}$ باشد، مقدار a کدام است؟

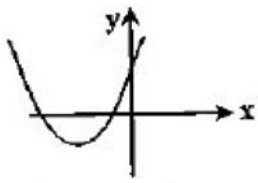


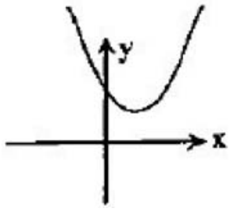
۱) $\sqrt{2}$
۲) ۲
۳) ۳
۴) $\sqrt{3}$

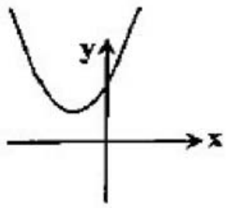
آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۸-۹۷

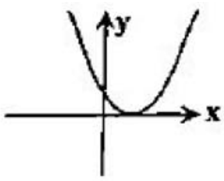
۳۶- نمودار تابع $f(x) = a|x + b|$ به صورت مقابل است. نمودار تابع $g(x) = (x - a)^2 - b$ کدام است؟



۱)


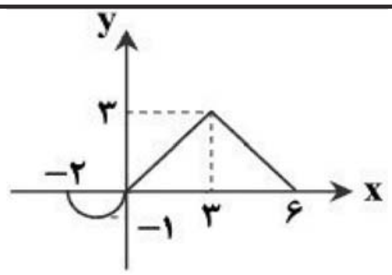
۲)


۳)


۴)


آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

۳۷- شکل مقابل نمودار تابع $y = ۳f(x + ۲)$ است. نمودار تابع $y = f(x)$ در چند نقطه نمودار تابع $y = ۱$ را قطع می‌کند؟



۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

آزمونهای گزینه ۲ => یازدهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۶

۳۸- از انقباض افقی نمودار تابع $f(x)$ در راستای محور xها، نمودار کدام تابع زیر می‌تواند به‌دست آید؟

۱) $f(۲x)$ ۲) $f\left(\frac{۱}{۲}x\right)$ ۳) $۲f(x)$ ۴) $\frac{۱}{۲}f(x)$

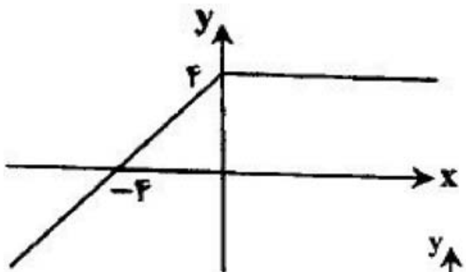
آزمونهای گزینه ۲ => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۳۹- نقطه‌ی $(x_۰ - ۱ , y_۰)$ یک نقطه از نمودار تابع $y = f(x)$ است. نقطه‌ی متناظر با آن روی نمودار تابع $y = f(۲x - ۱)$ کدام است؟

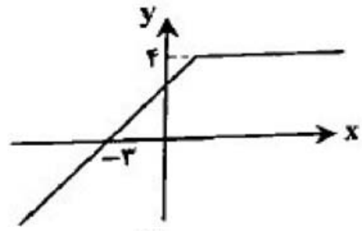
۱) ۲) $\left(\frac{x_۰ + ۱}{۲} , y_۰\right)$ ۳) $\left(\frac{x_۰}{۲} + ۱ , y_۰\right)$ ۴) $(۲x_۰ + ۱ , y_۰)$

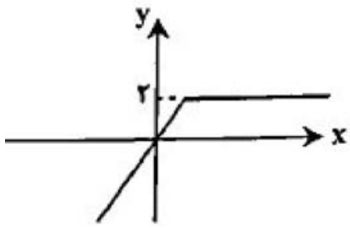
آزمونهای گزینه ۲ => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۸-۹۷

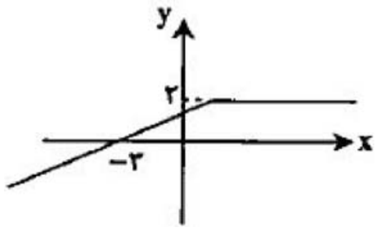
۴۰- نمودار تابع $y = ۲f(x)$ به شکل مقابل است.

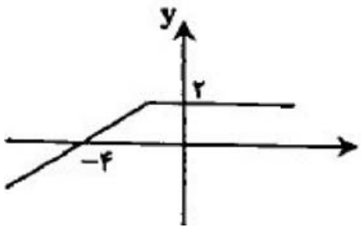


نمودار تابع $y = f(x - ۱)$ کدام است؟

۱)


۲)


۳)


۴)


آزمونهای گزینه ۲ => تجربی => سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

۴۱- در بازه‌ی $(a\ ,\ b)$، نمودار تابع $y = -x^{۲} - \frac{۱}{۲}x + \frac{۹}{۲}$، بالاتر از نمودار تابع $y = ۲x + |x|$ است. طول نقطه‌ی وسط این بازه کدام است؟

۱) ۲- ۲) ۱/۵- ۳) ۱- ۴) ۰/۵-

سراسری => تجربی => ۹۷

۴۲- مقادیر تابع $f(x) = -\frac{۱}{۲}x^{۲} + ۲x + ۶$، در بازه‌ی (a, b) بزرگ‌تر از $\frac{۷}{۲}$ می‌باشد. بیش‌ترین مقدار $b - a$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۵/۵ ۴) ۶

سراسری => تجربی => ۸۹

۴۳- منحنی به معادله‌ی $y = (۲x + ۱)(x + ۸)$ با خطوط $y = mx$ نقطه‌ی مشترک ندارد. مجموعه مقادیر m چگونه است؟

۱) $۹ < m < ۲۵$ ۲) $۱۵ < m < ۲۳$ ۳) $۷ < m < ۱۵$ ۴) $۵ < m < ۱۳$

سراسری => ریاضی => ۸۸

۴۴- نمودار تابع با ضابطه‌ی در بازه‌ی (a,b) زیرمحور xها است. بیش‌ترین مقدار $b - a$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

سراسری => ریاضی => ۸۸

۴۵- در تابع با ضابطه $f(x) = x^{۲} - ۲x + ۳$ حاصل $f\left(۱ + \sqrt{۲}\right) - f(۲)$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

سراسری => انسانی => ۹۱

۴۶- تابع با ضابطه‌ی $f(x)=x^{۲}-۲x-۳$ با دامنه‌ی $\{x:|x-۱|<۲\}$ همواره چگونه است؟

۱) منفی ۲) مثبت ۳) صعودی ۴) نزولی

سراسری => ریاضی => ۹۱

۴۷- اگر منحنی به معادله $y = ۲x^{۲} - ۴x + m - ۳$ ، محور x ها را در دو نقطه به طول‌های مثبت قطع کند، آنگاه مجموعه مقادیر m به کدام صورت است؟

۱) $m > ۳$ ۲) $۳ < m < ۴$ ۳) $۳ < m < ۵$ ۴) $۴ < m < ۵$

سراسری => ریاضی => ۸۷

۴۸- در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x^{۲}(۲ - x)^{۲}$ ، حاصل $f(۱ + x) - f(۱ - x)$ کدام است؟

۱) صفر ۲) $۴x$ ۳) $۲x^{۲}$ ۴) $۴x^{۲}$

سراسری => تجربی => ۸۵

۴۹- اگر یکی از منحنی‌های تابع درجه دوم $y = (a - 1)x^2 + x + 3$ نسبت به خط $x = 2$ متقارن باشد، این منحنی محور x ها را با کدام طول مثبت قطع می‌کند؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۶

سراسری => تجربی => ۸۳

۵۰- منحنی به معادله $y = (x - 1)(x^2 - ax + a)$ محور x ها را فقط در یک نقطه قطع می‌کند، مجموعه مقادیر a به کدام صورت است؟

۱) $-4 < a < 0$ ۲) $0 < a < 2$ ۳) $0 < a < 4$ ۴) $a > 4$

سراسری => ریاضی => ۸۳

۵۱- اگر نمودارهای دو تابع با ضابطه‌های $y = 2x + b$ و $y = ax^2 + bx - 3$ روی محور xها در نقطه‌ای به طول ۱- متقاطع باشند a کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

سراسری => تجربی => ۸۲

۵۲- در بازه‌ی $[x_0, +\infty)$ نمودار تابع با ضابطه‌ای $f(x) = \frac{1}{2}x + 2$ بالاتر از خط به معادله‌ی $y = 3(x - 1)$ قرار نمی‌گیرد کمترین مقدار $f(x_0)$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

سراسری => تجربی => ۸۲

۵۳- مجموع طول‌های طبیعی نقاطی که نمودار $y = x^2 - 6x + 7$ پایین‌تر از نمودار $y = \frac{7}{2}|x - 3|$ باشد، کدام است؟

۱) ۲۲ ۲) ۲۳ ۳) ۲۰ ۴) ۲۱

آزمایشی سنجش => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۵۴- در کدام بازه نمودار تابع $y = -x^2 + 3x + 8$ بالای نیمساز ناحیه اول قرار می‌گیرد؟

۱) $(-2, 4)$ ۲) $(-4, 2)$ ۳) $(2, 4)$ ۴) $(-1, 4)$

آزمایشی سنجش => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۵۵- نمودار سهمی درجه دوم $y = -x^2 + 4x - 1$ را یک واحد به سمت راست آورده، نسبت به محور x ها قرینه و ۲ واحد بالا می‌بریم. نمودار حاصل محور x ها را در چه نقاطی قطع می‌کند؟

۱) ۲ , ۴ ۲) ۱ , ۳ ۳) $\frac{1}{2}, \frac{5}{2}$ ۴) ۱ , ۲

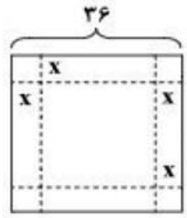
آزمایشی سنجش => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۵۶- اگر دو سهمی به معادله‌های $y = ax^{۲} + x + ۱$ و $y = x^{۲} + bx - ۳$ یکدیگر را در نقاط به طول‌های ۱- و ۴- قطع کنند، اختلاف طول‌های نقاط رأس دو سهمی، کدام است؟

۱) ۲ ۲) $\frac{۷}{۴}$ ۳) ۳ ۴) $\frac{۹}{۴}$

آزمایشی سنجش => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۵۷- با یک مقوا به شکل مربع که به اندازه‌ی هر ضلع آن ۳۶ می‌باشد، می‌خواهیم یک جعبه‌ی بدون دَر بسازیم. از هر لبه به اندازه‌ی x تا می‌کنیم. حجم جعبه را برحسب x به‌عنوان یک تابع معرفی کرده‌ایم. ضابطه‌ی این تابع کدام است؟



۱) $V(x) = x(۳x - x)^{۲}$

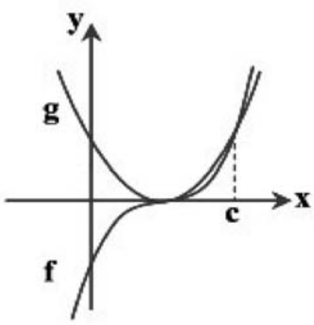
۲) $V(x) = ۲x(۳۶ - x)^{۲}$

۳) $V(x) = x(۳۶ - ۲x)^{۲}$

۴) $V(x) = ۲x(۳۶ - ۲x)^{۲}$

آزمونهای گزینه ۲ => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۵۸- در شکل مقابل نمودار $g(x) = x^{۲} + ax + b$ و $f(x) = (x - ۱)^{۳}$ رسم شده است. مقدار $b + c$ کدام است؟



۱) ۱

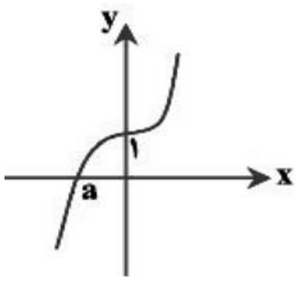
۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

آزمونهای گزینه ۲ => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۵۹- شکل مقابل نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = ۸x^{۳} + b$ است. مقدار $a + b$ کدام است؟

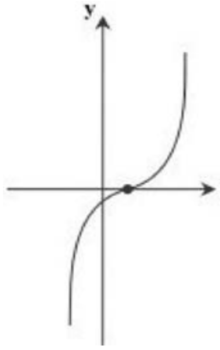


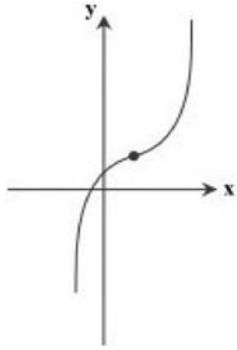
۱) $-\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$

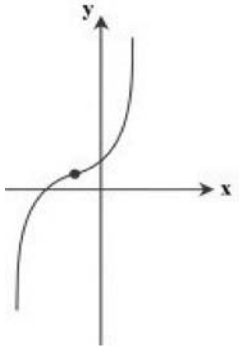
۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) $-\frac{۳}{۲}$

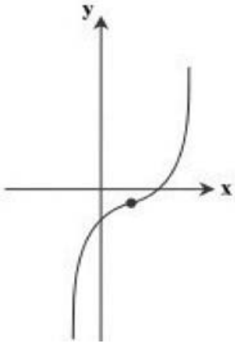
آزمونهای گزینه ۲ => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۶۰- نمودار تابع $f(x) = x^۳ + ۳x^۲ + ۳x + ۲$ کدام است؟

۱) 

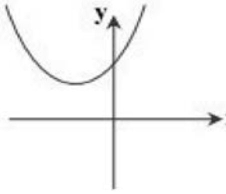
۲) 

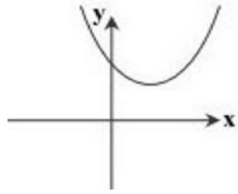
۳) 

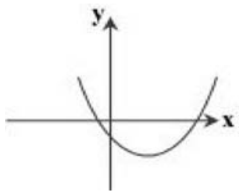
۴) 

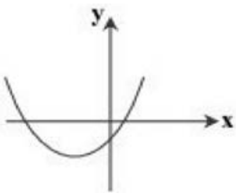
آزمونهای گزینه ۲ => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۶۱- اگر تابع $f = \{(۱,۲), (۲,a), (۳,b)\}$ تابعی ثابت و تابع $g = \{(۲,۲), (۵,۵), (۰,c - ۱)\}$ تابعی همانی باشد، نمودار تابع با ضابطه‌ی $h(x) = (cx - a)^۲ + b$ کدام است؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

آزمونهای گزینه ۲ => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۶۲- اگر $f(x) = x^۲ + ۳x - ۱۰$ باشد، آن‌گاه $f(x + ۲)$ برابر کدام است؟

۱) $x^۲ + ۷x$ ۲) $x^۲ + ۵x$ ۳) $x^۲ + ۳x - ۴$ ۴) $x^۲ + ۴x - ۴$

آزمایشی سنجش => انسانی => ۸۲

۶۳- در یک تابع خطی اگر $f(۲) = ۱$, $f(۷) = ۱۱$ باشد، مقدار $f^{-۱}(۱۵)$ کدام است؟

۱) ۱۱ ۲) ۱۰ ۳) ۹ ۴) ۸

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۳-۹۲

۶۴- به‌ازای کدام مقدار m منحنی تابع $y = (m+۲)x^۲ + ۴x + m - ۱$ همواره بالای محور xهاست؟

۱) $m > ۲$ ۲) $m > -۲$ ۳) $m < -۳$ ۴) $-۳ < m < ۲$

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۴-۹۳

۶۵- $f(x + ۲) = x^۲ + ۴x$ باشد، نمودار تابع $y = f(x - ۲)$ از کدام نقطه می‌گذرد؟

۱) $(-۱ , ۳)$ ۲) $(-۱ , -۳)$ ۳) $(۱ , ۳)$ ۴) $(۱ , -۳)$

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۲

۶۶- به ازای کدام مقدار m منحنی $y = (m + 4)x^2 - 3x + m$ بر محور x ها مماس و در بالای آن قرار دارد؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $-\frac{9}{2}$ ۳) $\frac{3}{2}$ ۴) $-\frac{5}{2}$

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۶-۹۵

۶۷- اگر تابع $f(x) = -2x^2 + bx + 2b$، دارای ماکزیممی برابر $4b$، $(b \neq 0)$ باشد، تفاضل ریشه‌های معادله کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۸ ۳) $4\sqrt{2}$ ۴) $8\sqrt{2}$

آزمایشی سنجش => دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۶

۶۸- اگر $f(x) = x^2 - x + 2$ باشد مقدار $f(1) + f(-1)$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

آزمایشی سنجش => انسانی => ۸۴

۶۹- در کدام فاصله نمودار تابع $y = -2x^2 + 5x$ بالای نمودار تابع قرار دارد؟

۱) $\frac{1}{2} < x < 1$ ۲) $\frac{1}{2} < x < 2$ ۳) $-\frac{1}{2} < x < 1$ ۴) $-\frac{1}{2} < x < \frac{5}{2}$

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۱

۷۰- اگر $f(x) = x(x + 1)$ و $g(x) = x^3$ معادله $f(g(x)) - g(f(x)) = 0$ چند جواب متمایز دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) فاقد جواب

آزمایشی سنجش => تجربی => ۸۶

۷۱- خط $y = -2$ سهمی $y = ax^2 + bx + c$ را در دو نقطهٔ ۵ و ۳- قطع می‌کند. اگر سهمی از نقطه $(1 , 46)$ بگذرد، a کدام است؟

۱) ۳- ۲) ۴- ۳) ۵- ۴) ۶-

آزمایشی سنجش => یازدهم => سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۷۲- در تابع خطی f داریم $f(7) = 12 , f(2) = 5$، مقدار $f^{-1}(19)$ کدام است؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۳ ۳) ۱۴ ۴) ۱۵

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۳-۹۲

۷۳- به ازای کدام مقدار a کم‌ترین مقدار تابع $y = x^2 + ax + a^2 - 12$ روی محور xها است؟

۱) ۱ ۲) ۳ ۳) ± 2 ۴) ± 4

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۳-۹۲

۷۴- به ازای کدام مقدار m منحنی به معادله‌ی $y = (m+۱)x^۲-۲x+m-۱$ مماس بر محور x ها و در بالای آن قرار دارد؟

۱) ۲-   ۲) $-\sqrt{۲}$ ۳) $\sqrt{۲}$ ۴) ۲

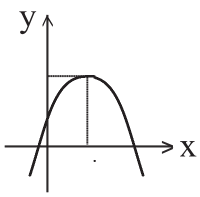
آزمایشی سنجش => تجربی => ۸۵

۷۵- محور تقارن سهمی به معادله $y = \frac{-۱}{۲}x^۲ + ۴x + ۵$ از کدام نقطه می‌گذرد؟

۱) (۳ و۲)   ۲) (۳ و-۲)   ۳) (۱و ۴)   ۴) (۱و-۴)

آزمایشی سنجش => انسانی => ۸۳

۷۶- معادله سهمی مقابل کدام است؟



۱) $y = -x^۲ + ۲x + ۱$ ۲) $y = x^۲ - ۲x + ۱$

۳) $y = x^۲ - x + ۲$ ۴) $y = -\frac{۱}{۴}x^۲ + x + ۱$

آزمایشی سنجش => آزمونهای سال سوم => ۸۳

۷۷- در تابع خطی $f(x)$ اگر $f(۲x + ۳) = ۲f(x) + ۳$ و $f(-۱) = ۵$ باشد، $f\left(\frac{۳}{۴}\right)$ کدام است؟

۱) ۷   ۲) ۸   ۳) ۱۰   ۴) ۱۲

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۶-۹۵

۷۸- به ازای کدام مقادیر m ، نمودار تابع $y = -۲x^۲ + mx + ۳m$، محور x ها در دو نقطه به طول‌های مثبت قطع می‌کند؟

۱) $m > ۰$ ۲) $m < -۲۴$ ۳) هر مقدار m   ۴) هیچ مقدار m

آزمایشی سنجش => یازدهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۶

۷۹- اگر $f(x) = x^۲-۳x+۲$ ریشه‌های معادله‌ی $f(۲x+۱) = ۰$ کدام است؟

۱) $-\frac{۱}{۲}, ۱$ ۲) $۰ , \frac{۱}{۲}$ ۳) $۱ , \frac{۱}{۲}$ ۴) $۰ , ۲$

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۵

۸۰- اگر $f(t)=t^۲-۱$ مقدار $\frac{f(۱+h)-f(۱-h)}{h}$ کدام است؟

۱) ۱   ۲) ۲   ۳) ۳   ۴) ۴

آزمایشی سنجش => انسانی => سال تحصیلی ۹۱-۹۰ و آزمایشی سنجش => آزمونهای سال سوم => سال تحصیلی ۹۱-۹۰

۸۱- تابع با ضابطه‌ی ، در کدام بازه، اکیداً نزولی است؟

۱) $(-\infty , -۲)$ ۲) $(-\infty , ۱)$ ۳) $(-۲ , ۱)$ ۳) $(۱ , +\infty)$

سراسری => تجربی => ۹۸

۸۲- تابع $y = x + |x|$ در بازه‌ای صعودی است. دامنه بازه صعودی آن کدام است؟

۱) $(-\infty , ۰)$ ۲) $(-\infty , ۰]$ ۳) $[۰ , +\infty)$ ۴) $(-\infty , +\infty)$

آزمایشی سنجش => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۸۳- تابع $y = (۲x - ۳)^۳ + (۲x - ۳) + ۴$ در کدام بازه صعودی است؟

۱) $(-۱ , ۴)$ ۲) $(-۱ , +\infty)$ ۳) $(-\infty , +\infty)$ ۴) $(۰ , +\infty)$

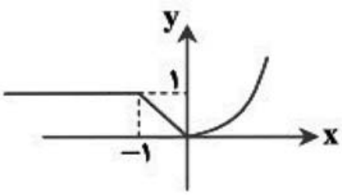
آزمایشی سنجش => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۸۴- تابع $f(x) = (x - a)^۳ + ۱$ را در نظر بگیرید. اگر تابع $y = f(x) + |f(x)|$ در بازه‌ی $[۱,+\infty)$ اکیداً صعودی باشد، حدود a کدام است؟

۱) $a \le ۲$ ۲) $a \ge ۲$ ۳) $a \le ۱$ ۴) $a \ge ۱$

آزمونهای گزینه ۲ => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۸۵- نمودار $y = f(x - ۲)$ به‌صورت مقابل است. تابع $y = f\left(-\frac{x}{۲}\right)$ در کدام بازه اکیداً صعودی است؟



۱) $[-۴,+\infty]$
۲) $[۴,+\infty]$
۳) $[۴,۶]$
۴) $[۱,۳]$

آزمونهای گزینه ۲ => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۸۶- تابع $f(x) = \begin{cases} ax + ۲ & x \le ۱ \\ x^۲ + ۳ & x > ۱ \end{cases}$ اکیداً صعودی است. محدوده‌ی a کدام است؟

۱) $۱ < a < ۲$ ۲) $۰ < a < ۱$ ۳) $۰ < a \le ۲$ ۴) $a > ۰$

آزمونهای گزینه ۲ => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۸۷- اگر f تابعی یک‌به‌یک باشد، به گونه‌ای که توابع f و $f^{-۱}$ هر دو از نقطه‌ی $(۱,-۱)$ بگذرند، تابع f از نظر یکنوایی قطعاً چگونه است؟

۱) اکیداً صعودی است. ۲) اکیداً نزولی است. ۳) اکیداً صعودی نیست. ۴) اکیداً نزولی نیست.

آزمونهای گزینه ۲ => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۸۸- کدام‌یک از توابع زیر غیریکنوا است؟

۱) $f(x) = x + |x|$ ۲) $f(x) = x - |x|$ ۳) $f(x) = -x^۳ - ۱$ ۴) $f(x) = x + |۲x|$

آزمونهای گزینه ۲ => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۸۹- کدام گزینه درست است؟

۱) هر تابع یکنوا، یک‌به‌یک است. ۲) هر تابع یک‌به‌یک، یکنوا است.

۳) هر تابع اکیداً یکنوا، یک‌به‌یک است. ۴) هر تابع یک‌به‌یک، اکیداً یکنوا است.

آزمونهای گزینه ۲ => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۹۰- توابع f و g با دامنه‌ی R را در نظر بگیرید. اگر f اکیداً صعودی و g اکیداً نزولی باشد، کدام‌یک از توابع زیر اکیداً نزولی است؟

۱) $f+g$ ۲) fog ۳) fof ۴) gog

آزمونهای گزینه ۲ => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۹۱- اگر در تابع اکیداً صعودی f (با دامنه‌ی R) داشته باشیم $f(a^۲+|a|+۱)>f(a^۲-|a|+۳)$، مجموعه مقادیر قابل‌قبول برای a کدام است؟

۱) $|a|>۱$ ۲) $|a|<۱$ ۳) $\varnothing$ ۴) R

آزمونهای گزینه ۲ => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۹۲- اگر تابع $f=\{(۱,m),(۵,۷m+۲),(۳,۲m+۱)\}$ صعودی باشد، حدود m کدام است؟

۱) $(-۱,+\infty)$ ۲) $\left(\frac{-۱}{۵},+\infty\right)$ ۳) $\left(-۱,\frac{-۱}{۵}\right)$ ۴) $(-\infty,-۱)$

آزمونهای گزینه ۲ => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۹۳- اگر تابع $f(x)=x^۲-۶x-۱$ در بازه‌ی $(a,+\infty)$ اکیداً صعودی باشد، حداقل مقدار a کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۶

آزمونهای گزینه ۲ => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۹۴- کدام‌یک از توابع زیر هم صعودی و هم نزولی است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

۱) $f(x)=[x]$ ۲) $f(x)=[x+۱]+[x-۱]$

۳) $f(x)=\begin{cases}۲ & x\geq ۰\\ ۳ & x<۰\end{cases}$ ۴) $f(x)=[x]-[x+۲]$

آزمونهای گزینه ۲ => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۹۵- تابع $f(x)=۲\operatorname{Sin}x$ در کدام‌یک از بازه‌های زیر اکیداً نزولی است؟

۱) $\left(۰,\frac{\pi}{۲}\right)$ ۲) $\left(\frac{۳\pi}{۲},۲\pi\right)$ ۳) $\left(\pi,\frac{۳\pi}{۲}\right)$ ۴) $\left(-\frac{\pi}{۲},۰\right)$

آزمونهای گزینه ۲ => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۹۶- f تابعی خطی و نزولی و $f(f(x))=۴x-۱$ است. مقدار $f^{-۱}(\operatorname{Log}۲)$ کدام است؟

۱) $\operatorname{Log}\sqrt{۵}$ ۲) $\operatorname{Log}۵$ ۳) $۲\operatorname{Log}۲$ ۴) $\operatorname{Log}\sqrt{۲}$

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

۹۷- تابع حقیقی f صعودی اکید و $f(۱) = ۰$ است. دامنه‌ی تعریف تابع $y = \sqrt{(x+۴)f(۳-x)}$ کدام است؟

۱) $[-۴,۳]$ ۲) $[۲,+\infty)$ ۳) $[-۴,۲]$ ۴) $(-\infty,-۴]\cup[۲,+\infty)$

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

۹۸- تابع $f(x) = \begin{cases} x & x < a \\ x^۲ + ۲x & x \geq a \end{cases}$ صعودی اکید است. حداقل مقدار a کدام است؟

۱) ۱- ۲) صفر ۳) ۱ ۴) $-\frac{۱}{۲}$

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

۹۹- نمودار تابع $y = |۲x-۶| - |x+۴| + x$ در یک بازه، اکیداً نزولی است. ضابطه‌ی معکوس آن در این بازه کدام است؟

۱) $-x+۶\ ;\ x<-۴$ ۲) $-x+۵\ ;\ x>۲$

۳) $-\frac{۱}{۲}x+۱\ ;\ -۴<x<۳$ ۴) $-\frac{۱}{۲}x+۱\ ;\ -۴<x<۱۰$

سراسری => ریاضی => ۹۴

۱۰۰- تغییرات تابع $y = \text{Log}_a x$ به ازای کدام مقادیر a نزولی است؟

۱) $۰<a<۱$ ۲) $a<۱$ ۳) $a>۱$ ۴) $-۱<a<۱$

آزمایشی سنجش => یازدهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۶

۱۰۱- تابع با ضابطه $f(x) = ۲|x-۴| - |۲x+۴|$ در کدام بازه، اکیداً نزولی است؟

۱) $(-\infty\ ,\ -۲)$ ۲) $(۴\ ,\ +\infty)$ ۳) $(-۲\ ,\ ۴)$ ۴) $(-۲\ ,\ +\infty)$

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۶-۹۵

۱۰۲- تابع $y = |\text{Sin}\,x|$ در کدام بازه‌ها صعودی است؟ $(k \in z)$

۱) $\left(k\pi\ ,\ k\pi + \frac{\pi}{۲}\right)$ ۲) $\left(k\pi - \frac{\pi}{۲}\ ,\ k\pi\right)$

۳) $\left(۲k\pi\ ,\ ۲k\pi + \frac{\pi}{۲}\right)$ ۴) $\left(۲k\pi - \frac{\pi}{۲}\ ,\ ۲k\pi\right)$

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۶-۹۵

۱۰۳- تابع با ضابطه $f(x) = |۲x+۵| - |x-۳| - ۲x$ در کدام بازه صعودی است؟

۱) $(۳\ ,\ +\infty)$ ۲) $(-\infty\ ,\ -۲/۵)$ ۳) $(-۲/۵\ ,\ ۳)$ ۴) همواره نزولی

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۶-۹۵ و آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۶-۹۵

۱۰۴- در تابع خطی نزولی $f(x) = ax+b$، اگر $f(ax+b) = ۹x+۱۰$ باشد، b کدام است؟

۱) ۵- ۲) ۵ ۳) ۲- ۴) ۲

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۵-۹۴

۱۰۵- تابع $f(x) = \text{Log}_{\frac{1}{3}}\left(x^2 - 3x - 4\right)$ در کدام بازه اکیداً صعودی است؟

۱) $(-\infty, -1)$ ۲) $\left(-\infty, \frac{3}{2}\right)$ ۳) $(4, +\infty)$ ۴) $\left(\frac{3}{2}, +\infty\right)$

آزمایشی سنجش => آزمونهای سال سوم => سال تحصیلی ۹۵-۹۴

۱۰۶- تابع f با دامنه R ، اکیداً صعودی است و از مبدأ مختصات عبور می‌کند، دامنه تابع $g(x) = \sqrt{\frac{-x}{f(x-2)}}$، کدام است؟

۱) ϕ ۲) $(-\infty, 0]$ ۳) $[2, +\infty)$ ۴) $[0, 2)$

آزمایشی سنجش => آزمونهای سال سوم => سال تحصیلی ۹۵-۹۴

۱۰۷- تابع f(x) با دامنه $(0, +\infty)$ اکیداً صعودی و است. مجموع مقادیر صحیح a ، کدام است؟

۱) ۹ ۲) ۱۴ ۳) ۱۵ ۴) ۲۰

آزمایشی سنجش => آزمونهای سال سوم => سال تحصیلی ۹۵-۹۴

۱۰۸- نمودار تابع $y = |\text{Sin}\,x|$ در کدام بازه صعودی است؟

۱) $[0, \pi]$ ۲) $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ ۳) $\left[\pi, \frac{3\pi}{2}\right]$ ۴) $\left[\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right]$

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۵-۹۴

۱۰۹- تابع با ضابطه $f(x) = \text{Log}\left(x^2 - 2x\right)$ در کدام بازه نزولی است؟

۱) $(2, 4)$ ۲) $(0, 2)$ ۳) $(0, +\infty)$ ۴) $(-\infty, 0)$

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۴-۹۳

۱۱۰- کدام‌یک از توابع زیر بر روی دامنه‌ی خود اکیداً یک‌نوا هستند؟

۱) $f(x) = |x - 1|$ ۲) $g(x) = \text{Sin}\,x$ ۳) $h(x) = x|x|$ ۴) $p(x) = |\text{Cos}\,x|$

آزمونهای گزینه ۲ => تجربی => سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

۱۱۱- ضابطه‌ی $y = x|x - 4|$ در یک بازه، نزولی اکید است. ضابطه‌ی وارون آن در این بازه کدام است؟

۱) $2 + \sqrt{4 - x}$ ، $2 < x < 4$ ۲) $2 + \sqrt{4 - x}$ ، $0 < x < 4$ ۳) $2 - \sqrt{4 + x}$ ، $-4 < x < 0$ ۴) $2 + \sqrt{4 + x}$ ، $0 < x < 4$

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

۱۱۲- اگر تابع $f = \left\{(1, 2), (4, 7), \left(2, m^2 - 2\right), (5, 17)\right\}$ اکیدا صعودی باشد، حدود m کدام است.

۱) $2 < |m| < 7$ ۲) $2 < |m| < 3$ ۳) $0 < m < 4$ ۴) $7 < m < 17$

آزمونهای گزینه ۲ => تجربی => سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

۱۱۳- اگر تابع $f(x) = x^{۲} - ۴x - ۱$ در $[a , +\infty)$ اکیدا صعودی باشد، کمترین مقدار a کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۲ ۳) ۱- ۴) ۴-

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

۱۱۴- نمودار تابع $f(x) = x^{۲} + ۲x + ۸$ در بازه‌ی $[a , +\infty)$ اکیداً صعودی است. حداقل مقدار a کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۱- ۳) ۲- ۴) ۲

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

۱۱۵- اگر تابع $f = \{(-۱ , ۷),(۵ , m - ۱),(۳ , ۱۰)\}$ صعودی باشد، حدود m کدام است؟

۱) $m > ۶$ ۲) $m \geq ۸$ ۳) $۸ \leq m \leq ۱۱$ ۴) $m \geq ۱۱$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

۱۱۶- اگر تابع $f:R\to R$ روی محور R صعودی اکید و معکوس‌پذیر باشد، کدام تابع روی R صعودی اکید است؟

۱) $f^{۲}(x)$ ۲) $x+f\left(\frac{۱}{x}\right)$ ۳) $x-f^{-۱}(-x)$ ۴) $f(|x|)$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱

۱۱۷- تابع $f(x) = x[x] (x < ۰)$ چگونه است؟ ([ ] علامت جزء صحیح می‌باشد.)

۱) اکیداً صعودی ۲) اکیداً نزولی ۳) هم صعودی و هم نزولی ۴) غیر یکنوا

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۶

۱۱۸- کدام‌یک از توابع زیر اکیداً یکنوا است؟

۱) $f(x) = \frac{۱}{x}$ ۲) $f(x) = x^{۲}$ ۳) $f(x) = x|x|$ ۴) $f(x) = [x]$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۴

۱۱۹- اگر $f(x)$ تابعی اکیداً نزولی باشد، تابع $y = f(-x^{۳} + ۱)$ چگونه تابعی است؟

۱) اکیداً نزولی ۲) اکیداً صعودی ۳) غیر یکنوا ۴) نامشخص می‌باشد

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۶

۱۲۰- تابع $f(x) = \frac{x}{x^{۲} + ۱}$ در کدام بازه اکیداً صعودی است؟

۱) $(-\infty , -۱)$ ۲) $(۱ , +\infty)$ ۳) $(-۱ , ۱)$ ۴) $(-۱ , ۲)$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۵

۱۲۱- باقی‌مانده‌ی تقسیم چند جمله‌ای $f(x) = ۲x^{۴} + ۳x^{۳} - ۴x^{۲} - ۵x + ۱$ بر $x + ۱$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۱- ۳) ۳- ۴) صفر

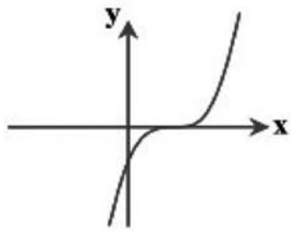
آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۸-۹۷

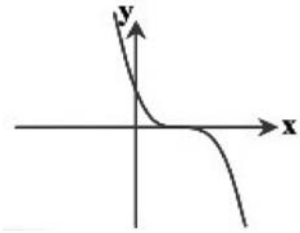
۱۲۲- اگر $f(x) = x^{۳} + kx^{۲} + k - ۱$ و $g(x) = ۲x^{۲} - kx + ۴$ در تقسیم بر $x - ۱$ باقی‌مانده‌ی برابر داشته باشند، k کدام است؟

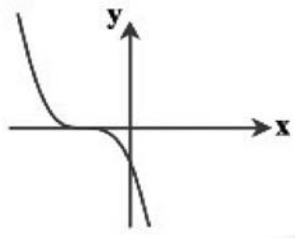
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

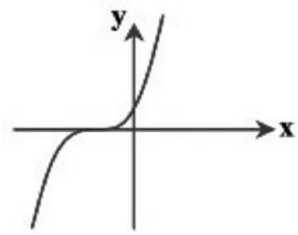
آزمونهای گزینه ۲ => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۱۲۳- چندجمله‌ای بر $x - ۱$ بخش‌پذیر است. نمودار f کدام است؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

آزمونهای گزینه ۲ => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۱۲۴- اگر باقی‌مانده‌ی تقسیم وارون تابع $f(x) = a + b\sqrt[۳]{x - ۴}$ بر $x - ۲$ و $x - ۱$ به‌ترتیب برابر ۴ و ۳ باشد، مقدار $a + b$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

آزمونهای گزینه ۲ => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۱۲۵- چندجمله‌ای $f(x)$ برای هر x در تساوی $x^{۱۲} - ۱ = (x^{۲} - ۱)\, f(x)$ صدق می‌کند. باقی‌مانده‌ی تقسیم $f(x)$ بر $x + ۱$ کدام است؟

۱) ۱۲ ۲) ۶ ۳) صفر ۴) ۴

آزمونهای گزینه ۲ => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۱۲۶- اگر $f(x) = x^{۴} - ax^{۳} + bx^{۲} + ۶$ بر $x - ۲$ و $x - ۱$ بخش‌پذیر باشد، باقی‌مانده‌ی آن بر $x + ۱$ کدام است؟

۱) ۵- ۲) ۵ ۳) ۳ ۴) ۳-

آزمونهای گزینه ۲ => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۱۲۷- اگر باقیمانده تقسیم $x^{۴} + kx^{۲} + ۴$ بر عبارت $x^{۲} - ۲$ برابر ۶ باشد باقیمانده تقسیم آن بر دو جمله‌ای $x + ۲$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۸ ۳) ۱۲ ۴) ۱۶

آزمایشی سنجش => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۱۲۸- اگر چند جمله‌ای $۲x^۴ + ax^۲ + bx + ۶$ بر $(x^۲ - x - ۲)$ بخش‌پذیر باشد a کدام است؟

۱) ۹- ۲) ۷- ۳) ۵ - ۴) ۳-

آزمایشی سنجش => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۱۲۹- در خارج قسمت تقسیم عبارت $x^۶ - ۱$ بر $x - ۱$، کدام عامل وجود ندارد؟

۱) $x + ۱$ ۲) $x^۲ - x - ۱$ ۳) $x^۲ - x + ۱$ ۴) $x^۲ + x + ۱$

آزمایشی سنجش => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۱۳۰- خارج‌قسمت تقسیم $۲x^۴ - ۳x^۲ + ۴x - ۳$ بر $x^۲ - ۱$ را $Q(x)$ می‌نامیم. باقی‌مانده‌ی تقسیم $Q(x)$ بر $x + ۱$ کدام است؟

۱) ۱- ۲) ۱ ۳) ۳- ۴) ۳

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

۱۳۱- در تقسیم عبارت $۶x^۳ - ۱۳x^۲ + ۱۸x$ بر دو جمله‌ای $۳x - ۲$، مقدار چند جمله‌ای خارج‌قسمت، به ازای $x = ۲$ کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

سراسری => انسانی => ۹۶

۱۳۲- باقی‌مانده‌ی تقسیم چندجمله‌ای $P(x)$ بر $x^۲ + ۲x$ برابر $۳x - ۱$ می‌باشد. اگر نمودار $P(x)$ نسبت به مبدأ مختصات متقارن باشد، باقی‌مانده‌ی تقسیم $P(x)$ بر $x^۲ - ۲x$ کدام است؟

۱) $۱ - ۳x$ ۲) $۳x - ۱$ ۳) $۳x + ۱$ ۴) $-۳x - ۱$

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

۱۳۳- اگر $f(x - ۲)$ بر $x - ۱$ بخش‌پذیر باشد، $f(۲x + ۳)$ بر کدام‌یک بخش‌پذیر است؟

۱) $۲x + ۲$ ۲) $۲x + ۱$ ۳) $x + ۲$ ۴) $x + ۴$

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

۱۳۴- اگر عبارت $ax^۳ + ۴x^۲ - ۱۴x + ۱۰ - a$، بر سه جمله‌ای $x^۲ - ۲x + ۱$، بخش‌پذیر باشد، a کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

سراسری => ریاضی => ۹۵

۱۳۵- به‌ازای مقداری از a چندجمله‌ای $f(x) = x^۴ - ax^۳ - ۸x$ بر $x + ۲$ بخش‌پذیر است. کوچک‌ترین ریشه‌ی معادله‌ی $f(x) = ۰$ کدام است؟

۱) $۱ - \sqrt{۳}$ ۲) $۱ - \sqrt{۵}$ ۳) $-۱ - \sqrt{۳}$ ۴) $-۱ - \sqrt{۵}$

سراسری => ریاضی => ۹۴

۱۳۶- در تقسیم عبارت $(x^{۲} - ۲)(۶x + ۱)$ بر دو جمله‌ای $۳x + ۲$، خارج قسمت به صورت توان‌های نزولی x نوشته شده است. ضریب جمله از درجه ۱ کدام است؟

۱) ۲-　　۲) ۱-　　۳) ۱　　۴) ۲

سراسری => انسانی => ۹۰

۱۳۷- اگر عبارت به ازای هر عدد طبیعی n بر دوجمله‌ای $x + ۲$ بخش‌پذیر باشد. آن‌گاه باقی‌مانده‌ی تقسیم آن بر $x^{۲} - ۱$ کدام است؟

۱) $-۳x - ۶$　　۲) $-۲x + ۱$　　۳) $۲x + ۴$　　۴) $۳x - ۴$

سراسری => ریاضی => ۸۹

۱۳۸- در تقسیم $(x^{۴} - x^{۳}) \div (x^{۲} + ۲)$ باقیمانده کدام است؟

۱) $x + ۲$　　۲) $-x + ۲$　　۳) $۲x + ۴$　　۴) $-۲x + ۴$

سراسری => انسانی => ۸۸

۱۳۹- در تقسیم عبارت $(۲x^{۲} - ۵x + ۱)$ بر دو جمله‌ای $۲x + ۱$ مجموع ضرایب عددی در خارج قسمت کدام است؟

۱) ۱ -　　۲) ۰　　۳) ۱　　۴) ۲

سراسری => انسانی => ۹۱

۱۴۰- عبارت $x^{۴} + ۴ax^{۲} + ۲bx + ۱$ بر $x^{۲} - ۴$ بخش‌پذیر است $a + b$ کدام است؟

۱) $-\frac{۱۵}{۸}$　　۲) $-\frac{۱۷}{۱۶}$　　۳) $\frac{۱۷}{۱۶}$　　۴) $\frac{۱۵}{۸}$

سراسری => ریاضی => ۸۶

۱۴۱- در حاصل تقسیم $(۳x^{۳} - ۸x^{۲} + ۵) \div (۳x + ۱)$ مقدار سه‌جمله‌ای خارج‌قسمت، به‌ازای $x = ۱$ برابر کدام است؟

۱) ۲　　۲) ۱　　۳) ۱-　　۴) ۲-

سراسری => انسانی => ۸۱

۱۴۲- باقیماندهٔ تقسیم عبارت $x^{۴} - ax^{۳} + x^{۲} + ۲ax + ۱$ بر $x + ۱$ برابر ۴ است، a کدام است؟

۱) ۴-　　۲) ۱-　　۳) ۱　　۴) ۴

سراسری => ریاضی => ۸۰

۱۴۳- اگر $R(x)$ باقی‌مانده‌ی تقسیم عبارت $x + x^{۷} + x^{۲۱} - x^{۴۱} + x^{۸۱}$ بر عبارت $x^{۳} - x$ باشد، $R(۲)$ چه‌قدر است؟

۱) ۴　　۲) ۶　　۳) ۸　　۴) ۱۰

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۹

۱۴۴- باقیمانده تقسیم عبارت $2x^3 + x^2 - 7x + 24$ بر دو جمله‌ای $x + 3$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۶

آزمایشی سنجش => انسانی => ۸۲

۱۴۵- باقیمانده تقسیم عبارت $2x^3 - 8x^2 + 5x$ بر $x - 2$ کدام است؟

۱) ۶- ۲) ۴- ۳) ۴ ۴) ۶

آزمایشی سنجش => انسانی => ۸۳

۱۴۶- باقیمانده‌ی تقسیم $f(x) = x^4 - 3x^3 + ax^2 + bx$ بر $x - 2$ و $x + 1$ به ترتیب ۶ و صفر است. دوتایی (a , b) کدام است؟

۱) $(5 , 1)$ ۲) $(1 , 5)$ ۳) $(2 , 3)$ ۴) $(3 , 2)$

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۳

۱۴۷- عبارت $2x^4 + ax^3 + bx^2 - 3$ بر $x^2 - 2x + 1$ بخش‌پذیر است. b کدام است؟

۱) ۸ ۲) ۹ ۳) ۱۰ ۴) ۱۱

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۵-۹۴

۱۴۸- به ازای کدام مقدار m عبارت $x^4 + mx^2 - x^6$ بر $x^2 + 3$ بخش‌پذیر است؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۸ ۳) ۸ ۴) ۱۰

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۸

۱۴۹- اگر عبارت $x^{2n} - 4x^{2n-2} - ax^2 + 32$ بر $x^2 - 4$ بخش‌پذیر باشد باقیمانده تقسیم آن بر $x^2 - 1$ کدام است؟

۱) ۱۸ ۲) ۱۹ ۳) ۲۱ ۴) ۲۳

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۹۰

۱۵۰- اگر خارج قسمت تقسیم عبارت $-2x^4 + ax^2 + b$ بر $x^2 - 1$ برابر $-2x^2 + 1$ و باقیمانده تقسیم برابر ۵- باشد، مقدار $a + b$، کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۳- ۳) ۶- ۴) ۹--

آزمایشی سنجش => انسانی => سال تحصیلی ۹۴-۹۳

۱۵۱- اگر $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 4$ بر $x + 1$ بخش‌پذیر باشد، آن‌گاه معادله $f(x) = 0$ به ازای کدام مقادیر a ریشه مضاعف دارد؟

۱) ۶,۵,۳- ۲) ۵,۴,۳- ۳) ۵,۱,۲- ۴) ۶,۳,۲-

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۵-۹۴

۱۵۲- اگر باقی‌مانده تقسیم $f(x)$ بر $x(x-2)(x+2)$ برابر $6x^2 - 2x + 3$ و باقی‌مانده $f(x)$ بر $x^2 + 2x$ برابر $mx + n$ باشد، حاصل $m + n$ کدام است؟

۱) ۷ ۲) ۱۱- ۳) ۱۳ ۴) ۱۷-

آزمایشی سنجش => آزمونهای سال سوم => سال تحصیلی ۹۵-۹۴

۱۵۳- خارج قسمت عبارت $2x^3 + 3x^2 + 4x$ بر $2x - 1$ کدام است؟

۱) $x^2 + 2x - 3$ ۲) $x^2 - 2x + 3$ ۳) $x^2 + 2x + 3$ ۴) $x^2 + 3x + 3$

آزمایشی سنجش => انسانی => ۸۳

۱۵۴- باقی‌مانده‌ی تقسیم $x^3 - 7x^2 + 4x + 9$ بر $x - 2$ کدام است؟

۱) ۳- ۲) ۲- ۳) ۲ ۴) ۳

آزمایشی سنجش => انسانی => ۸۶

۱۵۵- باقیمانده تقسیم کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸

آزمایشی سنجش => انسانی => سال تحصیلی ۹۱-۹۰

۱۵۶- عبارت $x^3 + ax^2 + bx + 6$ بر $x^2 - x - 2$ بخش‌پذیر است. $a + b$ کدام است؟

۱) ۴- ۲) ۳- ۳) ۳ ۴) ۴

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۸

۱۵۷- مقدار خارج‌قسمت $2x^3 - 5x + 4$ بر $x - 2$ به ازای $x = -2$ کدام است؟

۱) ۱- ۲) صفر ۳) ۳ ۴) ۵

آزمایشی سنجش => انسانی => ۸۹

۱۵۸- به ازای کدام مقدار m عبارت $x^4 + x^3 + mx^2 + 2x$ بر $x^2 - x + 1$ بخش‌پذیر است؟

۱) ۱- ۲) ۲- ۳) ۱ ۴) ۲

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۹۰

۱۵۹- به ازای کدام مقدار m عبارت $x^3 + (m-1)x^2 + 2mx + 3$ بر $2x - 1$ بخش‌پذیر است؟

۱) ۲/۷- ۲) ۲/۳- ۳) ۲/۱ ۴) نشدنی

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۹۰

۱۶۰- کدام عدد را از عبارت $2x^3 + 3x^2 - 4x - 3$ کم کنیم تا حاصل بر $x + 2$ بخش‌پذیر باشد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

آزمایشی سنجش => انسانی => ۸۹

۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\text{تابع جدید}: y = \left(-(x-۳)^۲ + ۲(x-۳) + ۵\right) - ۲ \Rightarrow y = -x^۲ + ۶x - ۹ + ۲x - ۶ + ۳$$

$$\Rightarrow y = -x^۲ + ۸x - ۱۲ > x \Rightarrow \underbrace{-x^۲ + ۷x - ۱۲ > ۰}_{x = ۳\,,\, x = ۴} \Rightarrow ۳ < x < ۴$$

۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$y = \sqrt{x} \Rightarrow y = \sqrt{-x} \Rightarrow y + ۳ = \sqrt{-(x-۴)} \Rightarrow y = -۳ + \sqrt{۴ - x}$$

تقارن نسبت به محور yها سپس انتقال ۴ واحد به طرف xهای مثبت و ۳ واحد به طرف ها منفی است.

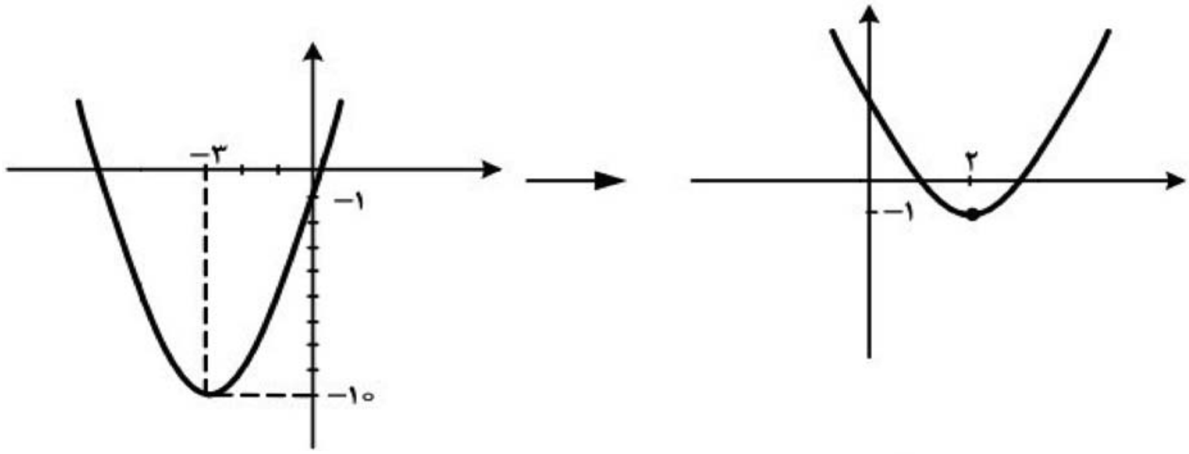
۳- نمودار تابع $y = \sqrt{x}$ رسم شده است. قرینه آن را نسبت به محور yها رسم کنید، سپس ۴ واحد به طرف xهای

۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$y = (x-۱)^۲ + (x-۱) + ۲ \Rightarrow y = x^۲ - x + ۲$$

۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. حالت مربع کامل دو تابع به همراه نمودارشان به شکل زیر است:

$$y = x^۲ + ۶x - ۱ = (x+۳)^۲ - ۱۰ \qquad\qquad y = x^۲ - ۴x + ۳ = (x-۲)^۲ - ۱$$



کافی است نمودار $y = x^۲ + ۶x - ۱$، ۵ واحد به راست و ۹ واحد به بالا منتقل شود.

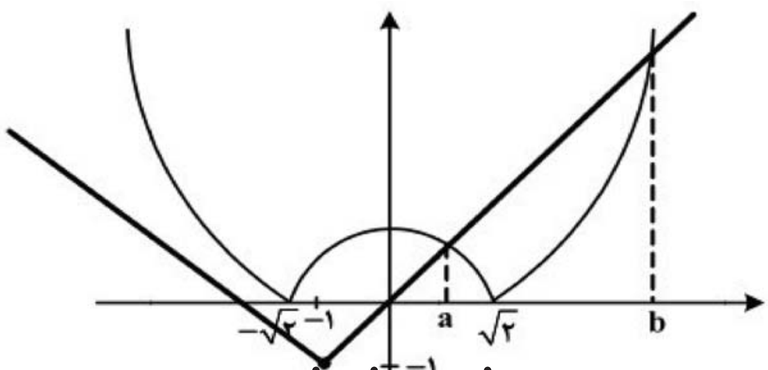
۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$y = \sqrt{x} \Rightarrow y = \sqrt{-x} \Rightarrow y + ۳ = \sqrt{-(x-۴)} \Rightarrow y = -۳ + \sqrt{۴ - x}$$

تقارن نسبت به محور yها سپس انتقال ۴ واحد به‌طرف xهای مثبت و ۳ واحد به طرف yهای منفی است.

۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

ضابطهٔ نمودار اول $f(x) = |x+۱| - ۱$ و ضابطهٔ نمودار دوم $g(x) = \left|x^۲ - ۲\right|$ است. می‌بایست معادلهٔ $\left|x^۲ - ۲\right| = |x+۱| - ۱$ حل شود.



$۰ < a < \sqrt{۲} \Rightarrow ۲ - x^۲ = (x + ۱) - ۱ \Rightarrow x^۲ + x - ۲ = ۰ \Rightarrow a = ۱$

$b > \sqrt{۲} \Rightarrow x^۲ - ۲ = x \Rightarrow x^۲ - x - ۲ = ۰ \Rightarrow b = ۲ \Rightarrow a + b = ۳$

۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. قرینه منحنی $y = \sqrt{x}$ نسبت به مبدأ مختصات به‌صورت $y = -\sqrt{-x}$ است. پس ۲ واحد منحنی به طرف بالا انتقال یافته است پس $y = ۲ - \sqrt{-x}$

۹- تابع $y = f(x)$ رسم شده است. برای رسم $y = f(۲x)$ کدام عمل انجام می‌شود؟

۱۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$y_۱ = -x^۲ + ۲x \Rightarrow y_۲ = -(x + ۱)^۲ + ۲(x + ۱) = -x^۲ + ۱$

$x^۲ - ۲x = -x^۲ + ۱ \Rightarrow ۲x^۲ - ۲x - ۱ = ۰ \Rightarrow x = \frac{۱}{۲}\left(۱ + \sqrt{۳}\right)$

۱۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$y = (x + ۲)^۲ - (x + ۲) + ۳ \Rightarrow y = x^۲ + ۳x + ۵$

۱۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$-x^۲ + ۴x + ۱۲ \geq ۰ \Rightarrow -۲ \leq x \leq ۶$

برای تابع $f(۲x)$ داریم: $-۲ \leq ۲x \leq ۶$ در نتیجه: $-۱ \leq x \leq ۳$

۱۳- نمودار تابع $y = |x - ۲|$ را سه واحد به طرف xهای منفی و سپس ۲ واحد به طرف yهای مثبت انتقال می‌دهیم

۱۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. قرینه نسبت به محور y ها به صورت $y = \sqrt{-x}$ است. در انتقال به طرف x ها مثبت $y = \sqrt{-(x - ۲)} = \sqrt{۲ - x}$ نقطه تلاقی آن دو به صورت $\sqrt{۲ - x} = \sqrt{x} \Rightarrow x = ۱$ می‌باشد.

۱۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در انتقال اول $y + ۸ = (x - ۲)^۲ - ۲(x - ۲) \Rightarrow y = x^۲ - ۶x$ بعد از قرینه‌سازی معادله به صورت $y = -x^۲ + ۶x$ است.

۱۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$y - ۲ = \text{Log}_۲(x + ۱) \Rightarrow y = ۲ + \text{Log}_۲(x + ۱)$

یا $y = \text{Log}_۲ ۴ + \text{Log}_۲(x + ۱)$ در نتیجه $y = \text{Log}_۲(۴x + ۴)$

۱۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$۱ - |x - ۱| = ۰ \Rightarrow |x - ۱| = ۱ \Rightarrow x - ۱ = +۱ , -۱$

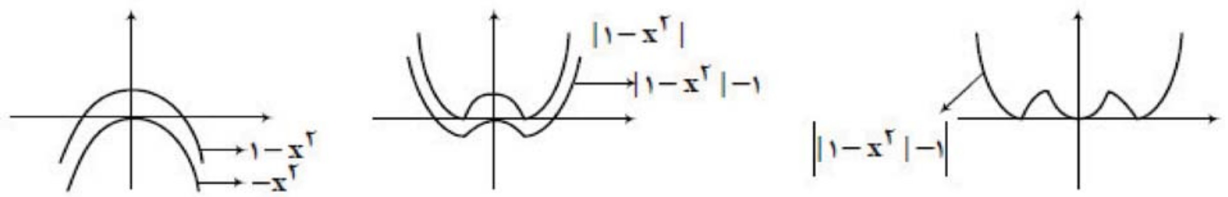
نمودار تابع محور x ها را در دو نقطه $x = ۰ , ۲$ قطع کرده و همواره بالای محور x ها و از نقطه (۱ , ۱) می‌گذرد.

۱۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$y_۱ = \sqrt{x} \Rightarrow y_۲ = \sqrt{x - ۲} \Rightarrow y = -\sqrt{x - ۲}$

در تقارن نسبت به محور x ها علامت y عوض می‌شود.

۱۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



۲۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بعد از انتقال خواهیم داشت: $y + ۵ = \sqrt{x + ۳} \Rightarrow y = \sqrt{x + ۳} - ۵$

منحنی جدید را ... قطع ... می‌دهیم

$\sqrt{x+۳}-۵=-x \Rightarrow \sqrt{x+۳}=۵-x\ ;\ x<۵$

طرفین تساوی را به توان ۲ رسانده جواب $x<۵$ مورد قبول است.

$$x+۳=x^۲-۱۰x+۲۵ \Rightarrow x^۲-۱۱x+۲۲=۰ \Rightarrow x=\frac{۱۱\pm\sqrt{۱۲۱-۸۸}}{۲}$$

پس: $x=\frac{۱}{۲}\left(۱۱-\sqrt{۳۳}\right)$

۲۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$R_f=[-۲\ ,\ ۲] \Rightarrow R_{۳f(x-۲)+۱}=۳R_f+۱=[-۶+۱\ ,\ ۶+۱]=[-۵\ ,\ ۷]$$

$$\begin{cases} f(x-۲): & \text{انتقال تابع دو واحد به سمت راست} \\ ۳f(x-۲): & \text{انبساط در راستای محور } y \text{ ها (سه برابر)} \\ ۳f(x-۲)+۱: & \text{انتقال ۱ واحد به بالا در راستای محور } y \text{ ها} \end{cases}$$

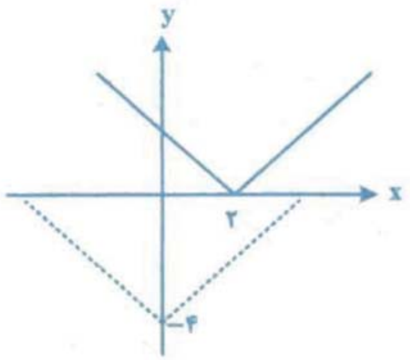
۲۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. دامنه نمودار داده شده $[-۱\ ,\ ۲]$ است، اگر نمودار را یک واحد به سمت چپ انتقال دهیم، نمودار تابع $y=f(x)$ معلوم می‌شود. در این حالت داریم:

$D_f=[-۲\ ,\ ۱]$

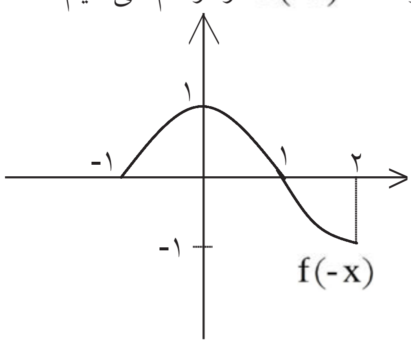
برای به دست آوردن دامنه $y=f(۳-x)$ کافی است قرار دهیم

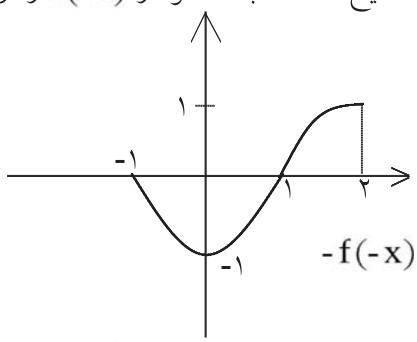
$$-۲\le ۳-x\le ۱ \Rightarrow -۱\le x-۳\le ۲ \Rightarrow ۲\le x\le ۵ \Rightarrow D_{f(۳-x)}=[۲\ ,\ ۵]$$

۲۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با رسم نمودارهای $y=|x-۲|$ و $y=|x|-۴$ نیم‌خط های موازی یک‌دیگر را قطع نمی‌کنند یا تعداد نقاط تلاقی صفر است.

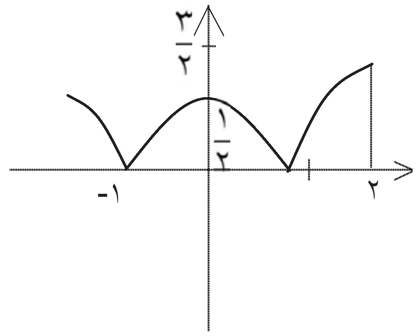


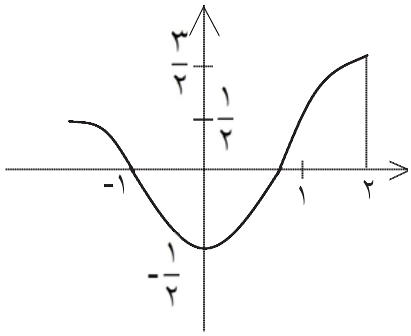
۲۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا نمودار $f(-x)$ را رسم می‌کنیم و در ادامه $-f(-x)$ را رسم می‌کنیم.





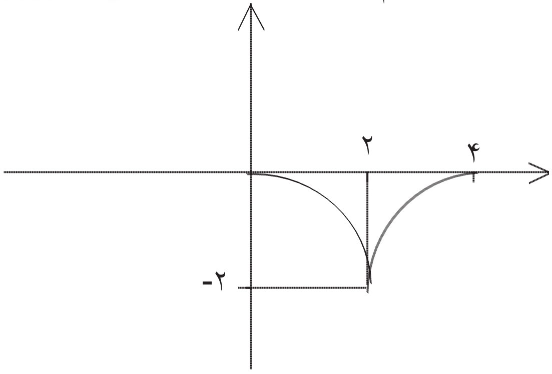
در ادامه نمودارهای $y=\frac{۱}{۲}-f(-x)$ و $y=\left|\frac{۱}{۲}-f(-x)\right|$ را رسم می‌کنیم.



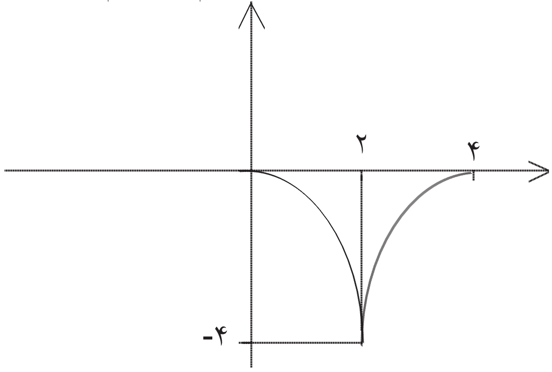


واضح است که اگر $0 < m < \frac{1}{2}$ باشد، معادله $\left|\frac{1}{2} - f(x)\right| = m$ دارای چهار جواب است که بیش‌ترین جواب ممکن است. برای این منظور خطوط $y = m$ که $0 < m < \frac{1}{2}$ است را برای آخرین نمودار رسم کنیم. این خط و نمودار هم‌دیگر را در چهار نقطه قطع خواهند نمود.

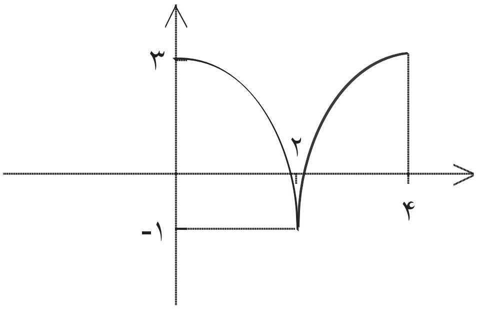
۲۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. برای رسم $f(x - a)$ کافی است نمودار را a واحد به سمت راست منتقل کنیم و برای رسم $k\,f(x)$ کافی است عرض نقاط را k برابر نماییم. در این صورت ابتدا $-f(x - 1)$ را رسم می‌کنیم:



حال نمودار $-2f(x - 1)$ را با توجه به مطالب گفته شده در بالا رسم می‌کنیم:



برای رسم نمودار $-2f(x - 1) + 3$ کافی است، تنها به عرض نقاط ، ۳ واحد بیافزاییم در نتیجه:



۲۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

انتقال اول: $y = ۱ + |x + ۲| \Rightarrow y = ۱ + |x - ۳ + ۲|$

قرینه نسبت به محور yها: $y = ۱ + |x - ۱| \Rightarrow y = ۱ + |-x - ۱|$

دو برابر منقبض: $y = ۱ + |x + ۱| \Rightarrow y = \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۲}|x + ۱|$

در خاتمه قرینه نسبت به محور x به صورت $y = -\frac{۱}{۲} - \frac{۱}{۲}|x + ۱|$

۲۷- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. به‌ترتیب اعمال مورد نظر انجام می‌دهیم.

$$f(x) = x^۲ \Rightarrow f_۱(x) = (x + ۴)^۲$$

$$f_۲(x) = -(x + ۴)^۲ \Rightarrow f_۳(x) = -۲(x + ۴)^۲$$

$$f_۴(x) = -۲(x + ۴)^۲ - ۳ = -۲\left(x^۲ + ۸x + ۱۶\right) - ۳ \Rightarrow y = -۲x^۲ - ۱۶x - ۳۵$$

۲۸- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = x^۲ - x + ۱ \Rightarrow f_۱(x) = \left(\frac{۱}{۲}x\right)^۲ - \left(\frac{۱}{۲}x\right) + ۱ = \frac{۱}{۴}x^۲ - \frac{۱}{۲}x + ۱$$

$$f_۲(x) = \frac{۱}{۴}x^۲ + \frac{۱}{۲}x + ۱ \Rightarrow f_۳(x) = x^۲ + ۲x + ۴$$

$$f_۴(x) = x^۲ + ۲x + ۷$$

۲۹- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. در تقارن نسبت به محور yها، مقدار y ثابت و علامت x تغییر می‌کند. معادله‌ی قرینه به‌صورت: $y = (-x)^۳ - ۳(-x) + ۲$ یا $y = -x^۳ + ۳x + ۲$.

۳۰- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$y_۱ = |x + ۳ - ۲| = |x + ۱| \qquad \Rightarrow y_۲ = |-x + ۱|$$

$$y_۳ = ۲\,|۱ - x| \qquad \Rightarrow y_۴ = -۲\,|۱ - x|$$

۳۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: با فرض $k > ۰$، برای رسم نمودار $y = kf(x)$ کافی است عرض هر نقطه روی نمودار تابع $y = f(x)$ را k برابر کنیم.

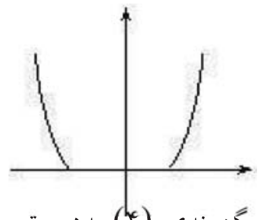
نکته: برای رسم نمودار $y = -f(x)$ کافی است نمودار تابع $y = f(x)$ را نسبت به محور xها قرینه کنیم.

با استفاده از نکات بالا، داریم:

۳۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

برای رسم نمودار معادله‌ی $|y| = f(x)$ از روی معادله‌ی $y = f(x)$ ابتدا قسمتی از نمودار $y = f(x)$ را که زیر محور x ها قرار دارد، حذف می‌کنیم، آنگاه قسمت باقی‌مانده را نسبت به این محور قرینه کرده به قسمت بالایی می‌افزاییم.

در این تست، پس از حذف قسمت زیرین محور x ها داریم:



که اگر قرینه‌ی آن را نسبت به محور x ها رسم کرده به این شکل اضافه کنیم، نمودار گزینه‌ی (۴) به‌دست می‌آید.

گزینه (۱): مربوط به معادله‌ی $y = |f(x)|$ است.

گزینه (۲): مربوط به معادله‌ی $y = f(|x|)$ است.

گزینه (۳): مربوط به معادله‌ی $y = f(-|x|)$ است.

۳۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: برای رسم نمودار تابع $f(x) + k$ کافیست نمودار $f(x)$ را به اندازهٔ k واحد در امتداد محور yها انتقال دهیم. اگر $k > ۰$، انتقال در جهت مثبت و اگر $k < ۰$، انتقال در جهت منفی خواهد بود.

نکته: برای رسم نمودار تابع $f(x + k)$ کافی است نمودار $f(x)$ را به اندازهٔ k واحد در خلاف جهت علامت k روی محور xها انتقال دهیم. یعنی اگر $k > ۰$، انتقال در جهت منفی و اگر $k < ۰$، انتقال در جهت مثبت خواهد بود.

تابع f، ۳ واحد به سمت راست و ۲ واحد به سمت پایین انتقال یافته است پس ضابطهٔ آن با توجه به نکات به صورت زیر خواهد شد:

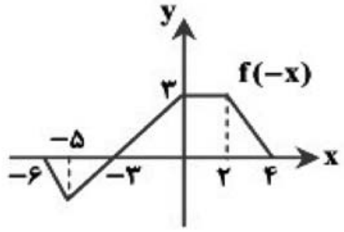
$$y = f(x) \xrightarrow{\text{۳ واحد به سمت راست}} y = f(x - ۳) \xrightarrow{\text{۲ واحد به پایین}} y = f(x - ۳) - ۲$$

۳۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: برای رسم نمودار $y = f(x + k)$، اگر $k > ۰$ کافی است نمودار تابع $f(x)$ را k واحد در جهت افقی به سمت چپ انتقال دهیم و برای $k < ۰$، این انتقال به اندازه‌ی $|k|$ واحد به سمت راست انجام می‌شود.

نکته: اگر طول نقاط تابع $y = f(x)$ را قرینه کنیم، نقاط تابع $y = f(-x)$ به‌دست می‌آیند. بنابراین نمودار تابع $y = f(-x)$ قرینه‌ی نمودار تابع $y = f(x)$ نسبت به محور y است.

ابتدا نمودار $f(-x)$ را از روی نمودار $f(x)$ رسم می‌کنیم.



برای آنکه این تابع از ناحیه‌ی سوم عبور نکند، باید حداقل ۶ واحد، نمودار $f(-x)$ را به سمت راست منتقل کنیم.

بنابراین a هر عددی بزرگ‌تر یا مساوی ۶ می‌تواند باشد، دقت کنید چون $f(a - x) = f(-(x - a))$ مقدار a باید مثبت باشد.

۳۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

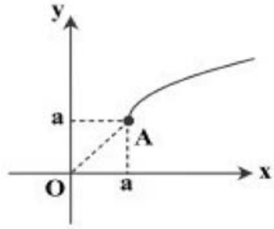
نکته: برای رسم نمودار $y = f(x) + k$، اگر $k > ۰$، کافی است نمودار تابع $f(x)$ را k واحد در راستای قائم به سمت بالا انتقال دهیم و برای $k < ۰$ این انتقال به اندازه‌ی $|k|$ واحد به سمت پایین انجام می‌شود.

نکته: برای رسم نمودار $y = f(x + k)$، اگر $k > ۰$، کافی است نمودار تابع را k واحد در جهت افقی به سمت چپ انتقال دهیم و برای $k < ۰$، این انتقال به اندازه‌ی $|k|$ واحد به سمت راست انجام می‌شود.

نمودار $y = \sqrt{x}$ را a واحد به راست و a واحد به بالا منتقل می‌کنیم تا نمودار $y = a + \sqrt{x - a}$ حاصل شود.

از طرفی مطابق فرض سؤال داریم:

$$OA = ۳\sqrt{۲} \Rightarrow \sqrt{a^۲ + a^۲} = ۳\sqrt{۲} \Rightarrow \sqrt{۲a^۲} = ۳\sqrt{۲} \Rightarrow a\sqrt{۲} = ۳\sqrt{۲} \Rightarrow a = ۳$$

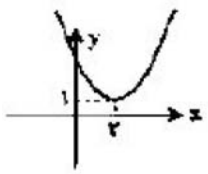


۳۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: برای رسم تابع $y = (x - a)^۲ + b$ ازروی نمودار $y = x^۲$، کافی است به‌اندازه‌ی a واحد روی محور x ها در جهت علامت a و به اندازه‌ی b واحد روی محور y ها در جهت علامت b حرکت کنیم.

ابتدا از روی نمودار تابع f می‌توان نتیجه گرفت:

$$\begin{cases} f(۱) = ۰ \Rightarrow a|۱ + b| = ۰ \xrightarrow{a \neq ۰} b = -۱ \\ f(۰) = ۲ \Rightarrow a|b| = ۲ \xrightarrow{b = -۱} a = ۲ \end{cases} \Rightarrow g(x) = (x - ۲)^۲ + ۱$$

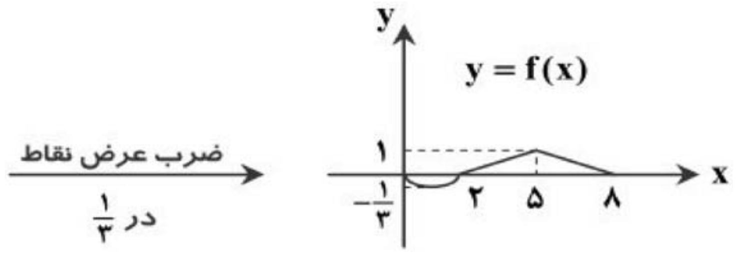
نمودار تابع $g(x) = (x - ۲)^۲ + ۱$ به صورت زیر است:



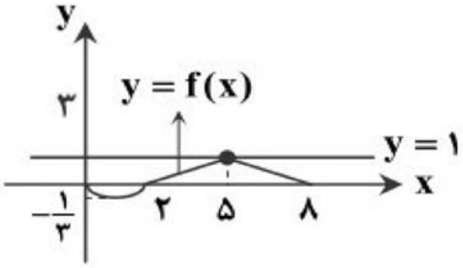
۳۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نکته: با فرض $k > ۰$، برای رسم نمودار $y = kf(x)$ کافی است عرض هر نقطه روی نمودار تابع $y = f(x)$ را k برابر کنیم.

نکته: با فرض $a > ۰$، اگر نمودار $y = f(x)$ را a واحد به‌سمت راست (چپ) انتقال دهیم، ضابطهٔ تابع به‌صورت $y = f(x - a)$ $(y = f(x + a))$ درمی‌آید.

ابتدا با استفاده از نکات بالا، نمودار تابع $y = f(x)$ را رسم می‌کنیم:



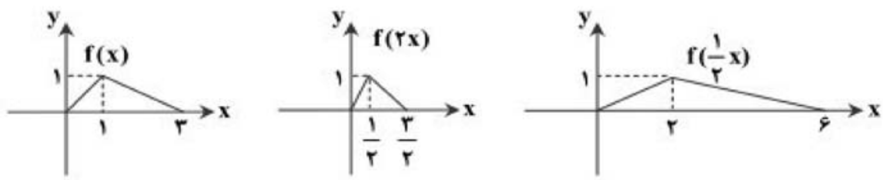
بنابراین نمودار تابع $f(x)$، نمودار $y = ۱$ را در یک نقطه قطع می‌کند.



۳۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: برای رسم نمودار تابع $y = f(kx)$، کافی است طول نقاط نمودار تابع $y = f(x)$ را در $\frac{۱}{k}$ ضرب کنیم. اگر $k > ۱$، نمودار $y = f(kx)$ از انقباض افقی نمودار $y = f(x)$ در راستای محور xها به‌دست می‌آید و اگر $۰ < k < ۱$، این نمودار از انبساط افقی نمودار $y = f(x)$ حاصل می‌شود.

با توجه به نکته، فقط گزینه‌ی ۱ از انقباض افقی نمودار تابع $y = f(x)$ به‌دست می‌آید. به‌طور مثال اگر نمودار $y = f(x)$ به‌صورت زیر باشد، نمودارهای $f\left(\frac{۱}{۲}x\right)$ و $f(۲x)$ به‌صورت زیر هستند:



۳۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ورودی تابع $y = f(۲x - ۱)$ را برابر $x_۰$ قرار می‌دهیم:

$$۲x - ۱ = x_۰ \Rightarrow x = \frac{x_۰ + ۱}{۲}$$

در واقع در تابع $y = f(۲x - ۱)$ به‌ازای $x = \frac{x_۰ + ۱}{۲}$ داریم:

$$f(۲x - ۱) = f\left(۲\left(\frac{x_۰ + ۱}{۲}\right) - ۱\right) = f(x_۰ + ۱ - ۱) = f(x_۰) = y_۰$$

۴۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا نمودار تابع $y = f(x)$ (شکل ۱) و سپس نمودار تابع $y = f(x - ۱)$ (شکل ۲) را رسم می‌کنیم.

شکل (۱) شکل (۲)

۴۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون تابع اول بالاتر از تابع دوم قرار دارد، بنابراین ضابطه‌ی آن را بزرگ‌تر از ضابطه دوم قرار می‌دهیم.

$$-x^2-\frac{1}{2}x+\frac{9}{2}>2x+|x| \xrightarrow{\times 2} -2x^2-x+9>4x+2|x|$$

$$2x^2+5x+2|x|-9<0$$

$$x\geq 0 \Rightarrow 2x^2+7x-9<0 \Rightarrow (2x+9)(x-1)<0 \Rightarrow -\frac{9}{2}<x<1 \xrightarrow{\text{اشتراک}} 0\leq x<1 \quad (1)$$

$$\xrightarrow{(1)\cup(2)} -3<x<1 \xrightarrow{\text{وسط بازه}} \frac{-3+1}{2}=-1$$

۴۲- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$-\frac{1}{2}x^2+2x+6>\frac{7}{2} \Rightarrow -x^2+4x+12>7 \Rightarrow -x^2+4x+5>0$$

$$\Rightarrow (-x+5)(x+1)>0 \Rightarrow -1<x<5 \Rightarrow b-a=6$$

۴۳- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$(2x+1)(x+8)=mx \Rightarrow 2x^2+16x+x+8=mx \Rightarrow 2x^2+(17-m)x+8=0$$

$$\Delta<0 \Rightarrow (17-m)^2-64<0 \Rightarrow |m-17|<8 \Rightarrow -8<m-17<8 \Rightarrow 9<m<25$$

۴۴- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$f(x)=x^3-4x^2-x+4<0 \Rightarrow \left(x^3-x\right)-4\left(x^2-1\right)<0$$

$$x\left(x^2-1\right)-4\left(x^2-1\right)<0 \Rightarrow \left(x^2-1\right)(x-4)<0 \Rightarrow (x-1)(x+1)(x-4)<0$$

$$\xrightarrow[x+1>0]{x>-1} (x-1)(x-4)<0 \Rightarrow x\in(1,4) \Rightarrow b-a=4-1=3$$

	$-\infty$		1		4		$+\infty$
		+	0	-	0	+	

۴۵- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$f(x)=x^2-2x+3=x^2-2x+1+2=(x-1)^2+2$$

$$f\left(1+\sqrt{2}\right)=\left(1+\sqrt{2}-1\right)^2+2=2+2=4 \qquad (1)$$

$$f(2)=(2-1)^2+2=1+2=3 \qquad (2) \qquad\qquad (1)-(2)=4-3=1$$

۴۶- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$|x-1|<2 \Rightarrow (x-1)^2<4 \Rightarrow x^2-2x+1<4 \Rightarrow x^2-2x-3<0$$

۴۷- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. باید معادله‌ی $2x^2-4x+m-3=0$ دارای دوریشه حقیقی مثبت باشد.

$$\left.\begin{array}{l} \Delta'>0 \Rightarrow 4-2(m-3)>0 \Rightarrow 10>2m \Rightarrow m<5 \\ \frac{c}{a}>0 \Rightarrow m-3>0 \Rightarrow m>3 \\ -\frac{b}{a}>0 \Rightarrow 2>0 \end{array}\right\} \xrightarrow{\cap} 3<m<5$$

۴۸- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$f(1+x)-f(1-x)=(1+x)^2(1-x)^2-(1-x)^2(x+1)^2=0$$

۴۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$x=2=-\frac{1}{2a-2} \longrightarrow -2a+2=\frac{1}{2} \Rightarrow a=\frac{3}{4}$$

$y = -\frac{۱}{۴}x^۲ + x + ۳ = ۰ \Rightarrow x^۲ - ۴x - ۱۲ = ۰ \Rightarrow$ ریشه مثبت $= ۶$

۵۰- منحنی به معادله $y = (x - ۱)\left(x^۲ - ax + a\right)$ محور x ها را فقط در یک نقطه قطع می‌کند، مجموعه مقادیر a

۵۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$A\left|\begin{matrix}-۱\\ ۰\end{matrix}\right. \in y = ۲x + b \Rightarrow b = ۲$

$A\left|\begin{matrix}-۱\\ ۰\end{matrix}\right. \in y = ax^۲ + ۲x - ۳ \Rightarrow ۰ = a - ۲ - ۳ \Rightarrow a = ۵$

۵۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$\frac{۱}{۲}x + ۲ \leqslant ۳x - ۳ \Rightarrow \frac{۵x}{۲} \geqslant ۵ \Rightarrow x \geqslant ۲ \Rightarrow \min(x_۰) = ۲ \Rightarrow \min(f(x_۰)) = ۳$

۵۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$x^۲ - ۶x + ۷ < \frac{۷}{۲}|x - ۳| \Rightarrow ۲x^۲ - ۱۲x + ۱۴ - ۷|x - ۳| < ۰$

$\Rightarrow ۲(x - ۳)^۲ - ۷|x - ۳| - ۴ < ۰ , t = |x - ۳| \Rightarrow ۲t^۲ - ۷t - ۴ < ۰$

$\Delta = ۴۹ + ۳۲ = ۸۱ \Rightarrow \frac{-۱}{۲} < t < ۴ \Rightarrow |x - ۳| < ۴$

$\Rightarrow -۱ < x < ۷ \Rightarrow x = ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶ \in N$

مجموع برابر ۲۱ است.

۵۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$-x^۲ + ۳x + ۸ > x \Rightarrow x^۲ - ۲x - ۸ < ۰ \Rightarrow -۲ < x < ۴$

بازه مطلوب (۲,۴-)

۵۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$y = -x^۲ + ۴x - ۱ = -(x - ۲)^۲ + ۳ \xrightarrow{(x - ۱) \to x} y$

$= -(x - ۳)^۲ + ۳ \xrightarrow[\text{قرینه می کنیم}]{\text{نسبت به } x} y = (x - ۳)^۲ - ۳ \xrightarrow[\text{به بالا}]{\text{۲واحد}}$

$y = (x - ۳)^۲ - ۳ + ۲ = (x - ۳)^۲ - ۱ = ۰ \Rightarrow \begin{matrix} x - ۳ = ۱ \Rightarrow x = ۴ \\ x - ۳ = -۱ \Rightarrow x = ۲ \end{matrix}$

۵۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مقدار عرض دو سهمی به ازاء ۴- و ۱- = x برابر است.

$\begin{matrix} a - ۱ + ۱ = ۱ - b - ۳ \Rightarrow a + b = -۲ \Rightarrow -a - b = ۲ \\ ۱۶a - ۴ + ۱ = ۱۶ - ۴b - ۳ \Rightarrow ۱۶a + ۴b = ۱۶ \Rightarrow ۴a + b = ۴ \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} a = ۲ \\ b = -۴ \end{matrix}$

بنابر $x_S = -\frac{b}{۲a}$ در سهمی $y = ax^۲ + bx + c$ داریم:

$\begin{matrix} y = ۲x^۲ + x + ۱ \Rightarrow x_{S_۱} = -\frac{۱}{۴} \\ y = x^۲ - ۴x - ۳ \Rightarrow x_{S_۲} = \frac{۴}{۲} = ۲ \end{matrix} \Rightarrow x_{S_۲} - x_{S_۱} = ۲ + \frac{۱}{۴} = \frac{۹}{۴}$

۵۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. از این مقوا به اندازه‌ی x از هر لبه رو به بالا تا کرده‌ایم. در این‌صورت کف جعبه یک مربع به ضلع $۳۶ - ۲x$ و ارتفاع جعبه همان x است. در این‌صورت حجم این جعبه به‌عنوان تابعی از x عبارتست از:

$V(x) = x(۳۶ - ۲x)^۲$

۵۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

مطابق شکل نمودارهای f و g در $x = ۱$ با محور xها برخورد کرده‌اند و چون تابع $g(x)$ درجه‌ی دوم است، پس $x = ۱$ ریشه‌ی مضاعف آن است (بر محور xها مماس است). چون ضریب $x^۲$ برابر ۱ است. پس ضابطه‌ی g

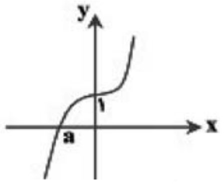
به‌صورت $(x-1)^2$ است. بنابراین $b=1$. از طرفی مطابق شکل، $x=c$ محل برخورد نمودار دو تابع (به جز $x=1$) است.

پس:

$$(x-1)^3=(x-1)^2 \Rightarrow (x-1)^3-(x-1)^2=0 \Rightarrow (x-1)^2\,[(x-1)-1]=0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ \text{یا} \\ x=2 \end{cases}$$

پس $c=2$. در نتیجه: $b+c=1+2=3$

۵۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به نمودار f، داریم:



$$f(0)=1 \Rightarrow 0+b=1 \Rightarrow b=1$$

اکنون با جای‌گذاری مقدار b در ضابطه‌ی f خواهیم داشت $f(x)=8x^3+1$.

همچنین نمودار تابع از نقطه‌ی $(a,0)$ می‌گذرد، پس:

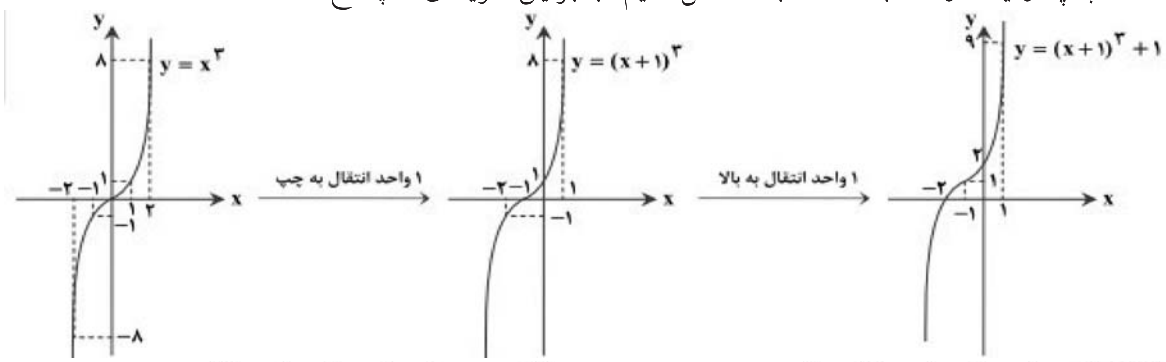
$$f(a)=0 \Rightarrow 8a^3+1=0 \Rightarrow 8a^3=-1 \Rightarrow a^3=-\frac{1}{8} \Rightarrow a=-\frac{1}{2}$$

بنابراین: $a+b=-\frac{1}{2}+1=\frac{1}{2}$

۶۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

ابتدا ضابطه‌ی تابع f را به‌صورت $f(x)=(x+1)^3+1$ می‌نویسیم. اکنون کافی است نمودار تابع $y=x^3$ را یک واحد به سمت چپ و یک واحد به سمت بالا منتقل کنیم. بنابراین گزینه‌ی ۳ پاسخ است.



۶۱- اگر تابع $f=\{(1,2),(2,a),(3,b)\}$ تابعی ثابت و تابع $g=\{(2,2),(5,5),(0,c-1)\}$ تابعی همانی باشد،

۶۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$f(x+2)=(x+2)^2+3(x+2)-10=x^2+4x+4+3x+6-10=x^2+7x$$

۶۳- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. در تابع خطی $f(x)=ax+b$ داریم:

$$\begin{cases} f(2)=1 \\ f(7)=11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a+b=1 \\ 7a+b=11 \end{cases} \Rightarrow a=2\ ,\ b=-3$$

پس $f(x)=2x-3$ است. از طرفی می‌دانیم $f^{-1}(15)=x \Leftrightarrow f(x)=15$ پس $2x-3=15$ در نتیجه $x=9$

۶۴- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. طبق پرسش علامت y همواره مثبت است. $(m+2)x^2+4x+m-1>0$

الزاماً معادله‌ی درجه‌ی دوم فاقد ریشه است $\Delta<0$ و ضریب درجه‌ی دوم مثبت است.

$$\begin{cases} 4-(m^2+m-2)<0 \\ m+2>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m^2+m-6>0 \\ m+2>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (m+3)(m-2)>0 \\ m>-2 \end{cases}$$

جواب مشترک $m>2$ است.

۶۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۶۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. از تقاطع منحنی با محور x ها ریشه مضاعف حاصل شود.

$$(m+۴)x^{۲}-۳x+m=۰\Rightarrow\Delta=۹-۴m(m+۴)=۰$$
$$۴m^{۲}+۱۶m-۹=۰\Rightarrow m^{۲}+۴m-\frac{۹}{۴}=۰\Rightarrow m=-\frac{۹}{۲},\frac{۱}{۲}$$

چون منحنی در بالای محور x ها است عدد مثبت $\frac{۱}{۲}$ مورد قبول است.

۶۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$x_{۰}=-\frac{b}{۲(-۲)}=\frac{b}{۴}$$
$$y_{۰}=-۲\left(\frac{b}{۴}\right)^{۲}+b\left(\frac{b}{۴}\right)+۲b=\frac{-b^{۲}}{۸}+\frac{b^{۲}}{۴}+۲b=۴b$$

بنابراین:
$$\frac{-b^{۲}+۲b^{۲}+۱۶b}{۸}=۴b\Rightarrow b^{۲}+۱۶b=۳۲b\Rightarrow b^{۲}-۱۶b=۰$$
$$b(b-۱۶)=۰\Rightarrow\begin{cases}b=۰ & \text{غیرقابل قبول}\\ b=۱۶ & \text{قابل قبول}\end{cases}$$

در نتیجه:
$$y=-۲x^{۲}+۱۶x+۳۲=۰\Rightarrow x^{۲}-۸x-۱۶=۰\Rightarrow x=\frac{۴\pm\sqrt{۱۶+۱۶}}{۱}$$
$$x=۴\pm۴\sqrt{۲}=\begin{cases}۴+۴\sqrt{۲}\\ ۴-۴\sqrt{۲}\end{cases}$$
$$\left(۴+۴\sqrt{۲}\right)-\left(۴-۴\sqrt{۲}\right)=۸\sqrt{۲}$$

۶۸- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$f(x)=x^{۲}-x+۲\quad f(۱)=۱^{۲}-۱+۲=۲\quad f(-۱)=(-۱)^{۲}-(-۱)+۲=۴$$
$$۲+۴=۶$$

۶۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$y=-۲x^{۲}+۵x>۲x+۱\Rightarrow ۲x^{۲}-۳x+۱<۰\Rightarrow x=۱,\frac{۱}{۲}\Rightarrow \text{بین دو ریشه}: \frac{۱}{۲}<x<۱$$

۷۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f(g(x))=f\left(x^{۳}\right)=x^{۳}\left(x^{۳}+۱\right)=x^{۳}(x+۱)\left(x^{۲}-x+۱\right)$$
$$g(f(x))=g(x(x+۱))=x^{۳}(x+۱)^{۳}$$
$$f(g(x))-g(f(x))=x^{۳}(x+۱)\left(x^{۲}-x+۱\right)-x^{۳}(x+۱)^{۳}$$
$$=x^{۳}(x+۱)\left(x^{۲}-x+۱-(x+۱)^{۲}\right)=۰$$
$$\Rightarrow x^{۳}(x+۱)\underbrace{\left(x^{۲}-x+۱-x^{۲}-۲x-۱\right)}_{-۳x}=۰\Rightarrow\begin{cases}x=۰\\ x=-۱\end{cases}$$

۷۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. هرگاه سهمی خط $y=k$ را در دو نقطه α و β قطع کند معادله آن برابر است با:

$$y=a(x-\alpha)(x-\beta)+k\Rightarrow y=a(x+۳)(x-۵)-۲\xrightarrow{(۱\ ,\ ۴۶)}$$

$۴۶ = a(۴)(-۴) - ۲ \Rightarrow -۱۶a = ۴۸ \Rightarrow a = -۳$

۷۲- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. هر تابع خطی به صورت $f(x) = ax + b$ است. پس خواهیم داشت:

$$\begin{cases} f(۲) = ۲a + b \\ f(۷) = ۷a + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۲a + b = ۵ \\ ۷a + b = ۱۲ \end{cases} \Rightarrow a = \frac{۷}{۵},\ b = \frac{۱۱}{۵}$$

پس تابع خطی به صورت $f(x) = \frac{۱}{۵}(۷x + ۱۱)$ است.

$$f^{-۱}(۱۹) = x \Rightarrow f(x) = ۱۹ \Rightarrow \frac{۱}{۵}(۷x + ۱۱) = ۱۹ \Rightarrow x = ۱۲$$

۷۳- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. از چند جمله‌ای درجه دوم بر حسب x اتحاد مربع کامل می‌سازیم.

$y = \left(x + \frac{a}{۲}\right)^۲ + \frac{۳a^۲}{۴} - ۱۲$ کمترین تابع مقدار $\frac{۳a^۲}{۴} - ۱۲$ می‌باشد. چون این مقدار واقع بر محور x ها است

پس خواهیم داشت: $\frac{۳a^۲}{۴} - ۱۲ = ۰ \Rightarrow a^۲ = ۱۶ \Rightarrow a = \pm ۴$

روش دوم: کافی است به جای y صفر قرار دهیم و سپس $\Delta = ۰$ گذاشته و a را حساب کنیم:

$$x^۲ + ax + a^۲ - ۱۲ = ۰ \Rightarrow \Delta = a^۲ - ۴a^۲ + ۴۸ = ۰ \Rightarrow a^۲ = ۱۶ \Rightarrow a = \pm ۴$$

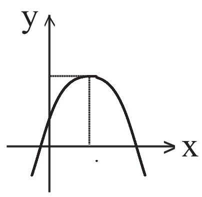
۷۴- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$(m + ۱)x^۲ - ۲x + m - ۱ = ۰ \Rightarrow \Delta' = ۱ - m^۲ + ۱ = ۰ \Rightarrow m = \pm\sqrt{۲} \Rightarrow m = \sqrt{۲}$$

$m = -\sqrt{۲}$ قابل قبول نیست زیرا ضریب $x^۲$ باید مثبت باشد.

۷۵- محور تقارن سهمی به معادله $y = \frac{-۱}{۲}x^۲ + ۴x + ۵$ از کدام نقطه می‌گذرد؟

۷۶- معادله سهمی مقابل کدام است؟



۱) $y = -x^۲ + ۲x + ۱$ ۲) $y = x^۲ - ۲x + ۱$

۳) $y = x^۲ - x + ۲$ ۴) $y = -\frac{۱}{۴}x^۲ + x + ۱$

۷۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. تابع خطی به‌صورت $f(x) = ax + b$ است، بنابه فرض داریم:

$a(۲x + ۳) + b = ۲(ax + b) + ۳ \Rightarrow ۳a = b + ۳$

$a(-۱) + b = ۵$

$\Rightarrow -a + b = ۵$

پس $a = ۴$ و $b = ۹$ در نتیجه $f(x) = ۴x + ۹$ و $f\left(\frac{۳}{۴}\right) = ۱۲$

۷۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ریشه‌های معادله به صورت $x' > x'' > ۰$ باشد.

$$\left(\Delta > ۰,\ \frac{c}{a} > ۰,\ \frac{-b}{a} > ۰\right) \Rightarrow \left(m^۲ + ۲۴m > ۰,\ \frac{-۳m}{۲} > ۰,\ \frac{m}{۲} > ۰\right)$$

نامساوی‌های فوق مقدار مشترک ندارند پس هیچ مقدار m

۷۹- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

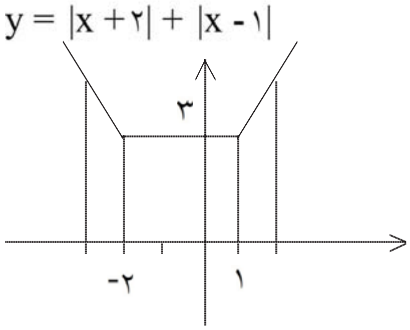
$$f(x) = (x - ۱)(x - ۲) = ۰ \Rightarrow x = ۱,\ x = ۲ \Rightarrow ۲x + ۱ = ۱,\ ۲x + ۱ = ۲ \Rightarrow x = ۰,\ x = \frac{۱}{۲}$$

۸۰- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$f(۱+h) = (۱+h)^۲ - ۱ = ۱ + ۲h + h^۲ - ۱ = h^۲ + ۲h$

$f(۱-h) = (۱-h)^۲ - ۱ = ۱ - ۲h + h^۲ - ۱ = h^۲ - ۲h$

۸۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نمودار تابع را به کمک نقطه‌یابی رسم می‌کنیم.



نقاط شکست

x	-۳	-۲	۱	۲
	۵	۳	۳	۵

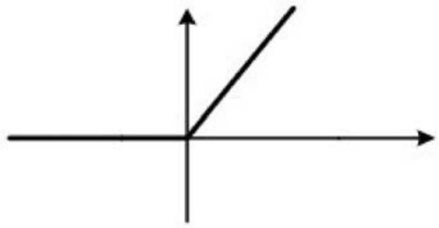
پس تابع درفاصله‌ی $(-\infty\ ,\ -۲)$ اکیداً نزولی است.

۸۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$y = x + x = ۲x \quad x \geq ۰$

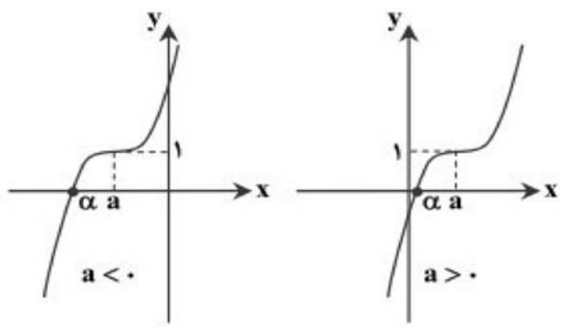
$y = x - x = ۰ \quad x < ۰$

در بازه‌ای که تابع ثابت است می‌توان صعودی و هم نزولی باشد پس تابع در $(-\infty\ ,\ +\infty)$ صعودی است.



۸۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. عملیات انقباض افقی و انتقال بر روی منحنی $y = x^۳ + x$ انجام شده است چون تابع $y = x^۳ + x$ همواره صعودی است پس تابع مفروض نیز در بازه $(-\infty\ ,\ +\infty)$ صعودی است.

۸۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا تابع $y = f(x) + |f(x)|$ را تشکیل می‌دهیم.
نمودار f با فرض $a > ۰$ یا $a < ۰$ به‌صورت زیر است:



اگر بخواهیم تابع y اکیداً صعودی باشد، باید تابع f حتماً نامنفی باشد. زیرا اگر تابع f منفی باشد، مقدار آن در تابع y صفر می‌شود که یک تابع اکیداً صعودی نیست. پس تابع f حتماً باید در بازه‌ی $[۱,+\infty)$ نامنفی باشد یا به عبارت دیگر نقطه‌ی α باید از عدد ۱ بزرگ‌تر نباشد. از طرفی $f(\alpha) = ۰$ است. پس می‌توان نوشت:

$$f(\alpha) = ۰ \Rightarrow (\alpha - a)^۳ + ۱ = ۰ \Rightarrow (\alpha - a)^۳ = -۱ \Rightarrow \alpha - a = -۱$$
$$\Rightarrow \alpha = a - ۱ \Rightarrow \alpha \leq ۱ \Rightarrow a - ۱ \leq ۱ \Rightarrow a \leq ۲$$

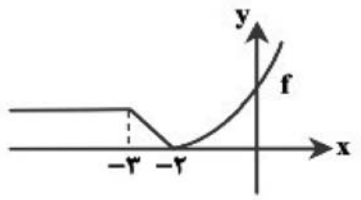
۸۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: برای رسم نمودار تابع $y = f(kx)$، کافی است طول نقاط نمودار تابع $y = f(x)$ را در $\frac{۱}{k}$ ضرب کنیم. اگر $k > ۱$، نمودار $y = f(kx)$، از انقباض افقی نمودار $y = f(x)$ در راستای محور xها به‌دست می‌آید و اگر $۰ < k < ۱$، این نمودار از انبساط افقی نمودار $y = f(x)$ حاصل می‌شود.

نکته: برای رسم نمودار $y = f(x + k)$، اگر $k > ۰$ کافی است نمودار تابع $f(x)$ را k واحد در جهت افقی به سمت چپ انتقال دهیم و برای $k < ۰$، این انتقال به اندازه‌ی $|k|$ واحد به سمت راست انجام می‌شود.

نکته: اگر طول نقاطع تابع $y = f(x)$ را قرینه کنیم، نقاط تابع $y = f(-x)$ به‌دست می‌آیند. بنابراین نمودار تابع $y = f(-x)$ قرینه‌ی نمودار تابع $y = f(x)$ نسبت به محور y است.

برای آنکه نمودار $y = f(x)$ را با توجه به نمودار $y = f(x - ۲)$ رسم کنیم، باید نمودار $y = f(x - ۲)$ را ۲ واحد به چپ انتقال دهیم، پس:



می‌خواهیم با توجه به نمودار $y = f(x)$ نمودار $y = f\left(-\frac{x}{۲}\right)$ را رسم کنیم. برای این منظور در ۲ مرحله این عمل را انجام می‌دهیم. ابتدا $y = f\left(\frac{x}{۲}\right)$ را با یک انبساط طولی رسم می‌کنیم و سپس نسبت به محور عرض‌ها قرینه می‌کنیم:

پس این تابع در بازه‌ی $[۴,۶]$ اکیداً صعودی است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

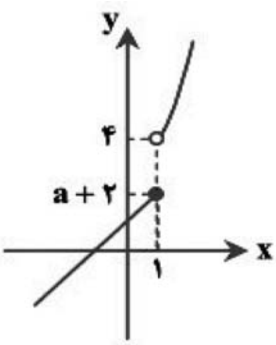
نکته: برای رسم نمودار $y = f(x) + k$، اگر $k > ۰$، کافی است نمودار تابع $f(x)$ را k واحد در راستای قائم به سمت بالا انتقال دهیم و برای $k < ۰$ این انتقال به سمت پایین انجام می‌شود. -۸۶

نکته: تابع f را در یک بازه‌ی اکیداً صعودی می‌گوییم، اگر برای هر دو مقدار a و b در این بازه که $a < b$ آنگاه $f(a) < f(b)$، در فاصله‌ای که یک تابع اکیداً صعودی است، با حرکت روی نمودار (از چپ به راست)، همواره رو به بالا خواهیم رفت.

ابتدا دقت کنید برای آنکه $ax + ۲$ اکیداً صعودی باشد، باید $a > ۰$ باشد.

(به عبارت دیگر شیب خط باید عددی مثبت باشد.)

نمودار تابع $f(x)$ را رسم می‌کنیم:



با توجه به شکل و نکته: اگر $f(x)$ بخواهد اکیداً صعودی باشد باید داشته باشیم $a + ۲ \leq ۴$، پس $a \leq ۲$. بنابراین محدوده‌ی a به‌صورت $۰ < a \leq ۲$ است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. -۸۷

نکته: اگر (a,b) روی تابع f باشد، (b,a) روی تابع $f^{-۱}$ قرار دارد.

نکته: اگر برای هر دو نقطه‌ی $x_۱$ و $x_۲$ از دامنه‌ی f که $x_۱ < x_۲$ داشته باشیم $f(x_۱) < f(x_۲)$، آنگاه f را تابعی اکیداً صعودی می‌نامیم.

نقطه‌ی $(۱,-۱)$ روی تابع f است، پس: $f(۱) = -۱$

نقطه‌ی $(۱,-۱)$ روی تابع $f^{-۱}$ قرار دارد، پس نقطه‌ی $(-۱,۱)$ روی تابع f است، بنابراین: $f(-۱) = ۱$

پس تابع f اکیداً صعودی نیست، زیرا: $f(۱) < f(-۱)$; $-۱ < ۱$

سایر گزینه‌ها الزاماً درست نیست.

مثال نقض گزینه‌های ۱ و ۲، تابع $f(x) = -\frac{1}{x}$ و مثال نقض گزینه‌ی ۴، تابع $f(x) = -x$ است.

۸۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: تابع $f(x)$ را نزولی می‌نامیم، هرگاه برای هر دو نقطه‌ی x_1 و x_2 از دامنه‌اش که $x_1 < x_2$ داشته باشیم:
$f(x_1) \geq f(x_2)$

نکته: تابع $f(x)$ را صعودی می‌نامیم، هرگاه برای هر دو نقطه‌ی x_1 , x_2 از دامنه‌اش که $x_1 < x_2$ داشته باشیم:
$f(x_1) \leq f(x_2)$

نکته: تابع f را یکنوا می‌نامیم، هرگاه در کل دامنه‌اش فقط صعودی یا فقط نزولی باشد.

ابتدا نمودار هر یک از توابع را رسم می‌کنیم:

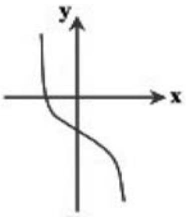
$$f(x) = x + |x| = \begin{cases} 2x & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

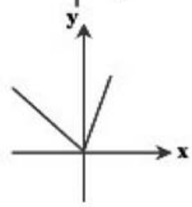
$$f(x) = x - |x| = \begin{cases} 0 & x \geq 0 \\ 2x & x < 0 \end{cases}$$

$$f(x) = -x^3 - 1$$

$$f(x) = x + |2x| = \begin{cases} 3x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

با توجه به نمودار تابع، فقط گزینه‌ی ۴ غیریکنوا است.





۸۹- کدام گزینه درست است؟

۹۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

راه حل اول:

نکته: وضعیت یکنوایی مجموع بک تابع اکیداً صعودی و یک تابع اکیداً نزولی، نامشخص است.

نکته: ترکیب دو تابع اکیداً صعودی، اکیداً صعودی است.

نکته: ترکیب دو تابع اکیداً نزولی، اکیداً صعودی است.

نکته: ترکیب یک تابع اکیداً صعودی با یک تابع اکیداً نزولی، اکیداً نزولی است.

با توجه به نکته‌ی بالا، گزینه‌ی ۲ پاسخ است.

راه حل دوم: طبق فرض f اکیداً صعودی و g اکیداً نزولی است. ثابت می‌کنیم fog اکیداً نزولی است. برای این منظور فرض می‌کنیم x_1 و x_2 عضو دامنه‌ی fog هستند و $x_1 < x_2$.

$$x_1 < x_2 \xrightarrow{\text{g اکیدا نزولی}} g(x_1) > g(x_2) \xrightarrow{\text{f اکیدا صعودی}} f(g(x_1)) > f(g(x_2))$$

از شرط $x_1 < x_2$، به $fog\ (x_1) > fog\ (x_2)$ رسیدیم. پس fog تابعی اکیداً نزولی است.

۹۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر تابع f اکیداً صعودی باشد و $x_1 , x_2 \in D_f$، آنگاه از شرط $x_1 > x_2$، نتیجه می‌شود $f(x_1) > f(x_2)$

و برعکس، یعنی از شرط $f(x_۱) > f(x_۲)$ نتیجه می‌شود $x_۱ > x_۲$.

با توجه به نکته‌ی بالا چون تابع f اکیداً صعودی است، از شرط $f(a^۲ + |a| + ۱) > f(a^۲ - |a| + ۳)$ نتیجه می‌شود: $a^۲ + |a| + ۱ > a^۲ - |a| + ۳ \Rightarrow ۲|a| > ۲ \Rightarrow |a| > ۱$

۹۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: تابع $f(x)$ را صعودی می‌نامیم هرگاه برای هر دو نقطه‌ی $x_۱$ و $x_۲$ از دامنه‌اش که $x_۱ < x_۲$، داشته باشیم $f(x_۱) \le f(x_۲)$.

ابتدا جدول مقادیر تابع f را تشکیل می‌دهیم:

x	۱	۳	۵
y	m	۲m+۱	۷m+۲

اکنون داریم:

$$۱ < ۳ < ۵ \xrightarrow{\text{صعودی } f} f(۱) \leqslant f(۳) \leqslant f(۵) \Rightarrow m \leqslant ۲m + ۱ \leqslant ۷m + ۲ \Rightarrow$$

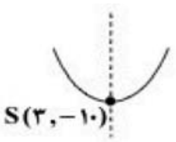
$$\begin{cases} ۲m + ۱ \geqslant m \Rightarrow m \geqslant -۱ \\ ۷m + ۲ \geqslant ۲m + ۱ \Rightarrow m \geqslant -\frac{۱}{۵} \end{cases}$$

اشتراک مجموعه جواب‌های بالا به صورت $\left(-\frac{۱}{۵}, +\infty\right)$ است.

۹۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: تابع $f(x)$ را اکیداً صعودی می‌نامیم، هرگاه برای هر دو نقطه‌ی $x_۱$ و $x_۲$ از دامنه‌اش که $x_۱ < x_۲$، داشته باشیم: $f(x_۱) < f(x_۲)$

توجه کنید که نمودار تابع f، یک سهمی رو به بالاست که طول رأس آن برابر $x_s = \frac{-b}{۲a} = ۳$ است.



با توجه به شکل مقابل، نمودار این تابع در بازه‌ی $(۳,+\infty)$ و هر زیر مجموعه از آن اکیداً صعودی است. بنابراین حداقل مقدار a برابر ۳ است.

۹۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: تابع $f(x)$ را نزولی می‌نامیم، هرگاه برای هر دو نقطه‌ی $x_۱$ و $x_۲$ از دامنه‌اش که $x_۱ < x_۲$، داشته باشیم $f(x_۱) \geqslant f(x_۲)$.

نکته: تابع $f(x)$ را صعودی می‌نامیم، هرگاه برای هر دو نقطه‌ی $x_۱$ و $x_۲$ از دامنه‌اش که $x_۱ < x_۲$، داشته باشیم $f(x_۱) \leqslant f(x_۲)$.

نکته: اگر $k \in Z$، آنگاه $[x \pm k] = [x] \pm k$

نکته: تابع ثابت، تنها تابعی است که هم صعودی و هم نزولی است.

هر یک از گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه‌ی ۱: تابع $f(x) = [x]$ تابع صعودی است. ×

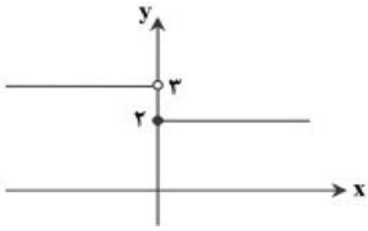
گزینه‌ی ۲: تابع را به‌صورت $f(x) = [x] + ۱ + [x] - ۱ = ۲[x]$ می‌توان ساده کرد که مانند گزینه‌ی ۱ تابعی صعودی است. ×

گزینه‌ی ۳: بیانگر تابعی نزولی است. (به نمودار تابع توجه کنید). ×

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. تابعی ثابت است، زیرا:

$$f(x) = [x] - [x + ۲] = [x] - ([x] + ۲) = [x] - [x] - ۲ = -۲$$

بنابراین این تابع هم صعودی و هم نزولی است.



۹۵- تابع $f(x) = ۲\operatorname{Sin}x$ در کدام‌یک از بازه‌هی زیر اکیداً نزولی است؟

۹۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: $\operatorname{Log}_c ab = \operatorname{Log}_c a + \operatorname{Log}_c b \Rightarrow \operatorname{Log}۱۰ = \operatorname{Log}۲ + \operatorname{Log}۵ \Rightarrow ۱ - \operatorname{Log}۲ = \operatorname{Log}۵$

نکته: $n\operatorname{Log}_b a = \operatorname{Log}_b a^n$

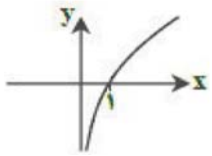
چون f خطی است، پس ضابطه‌ی آن به صورت $f(x) = ax + b$ است. چون f نزولی است، پس $a < ۰$.

$$f(f(x)) = a(ax+b) + b = a^۲x + ab + b \xrightarrow{\text{طبق فرض}} ۴x - ۱$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a^۲ = ۴ \xrightarrow{a<۰} a = -۲ \\ ab + b = -۱ \xrightarrow{a=-۲} -b = -۱ \Rightarrow b = ۱ \end{cases} \Rightarrow f(x) = -۲x + ۱ \Rightarrow x = \frac{y-۱}{-۲}$$

$$\Rightarrow f^{-۱}(x) = \frac{۱-x}{۲} \Rightarrow f^{-۱}(\operatorname{Log}۲) = \frac{۱-\operatorname{Log}۲}{۲} = \frac{\operatorname{Log}۵}{۲} = \operatorname{Log}\sqrt{۵}$$

۹۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون f صعودی اکید و $f(۱) = ۰$ است، پس نمودار تقریبی آن به‌صورت زیر است:



بنابراین به‌ازاین هر $t > ۱$ داریم: $f(t) > ۰$ و به‌ازای هر $t < ۱$ داریم: $f(t) < ۰$ در نتیجه:

$$\begin{cases} f(۳-x) > ۰ \Leftrightarrow ۳ - x > ۱ \Leftrightarrow x < ۲ \\ f(۳-x) < ۰ \Leftrightarrow ۳ - x < ۱ \Leftrightarrow x > ۲ \end{cases}$$

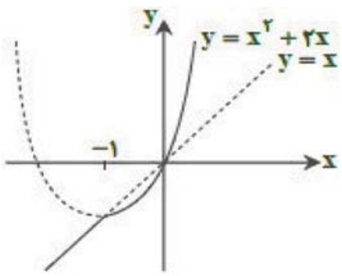
باید مجموعه جواب نامعادله‌ی $(x+۴)f(۳-x) \geq ۰$ را به‌دست بیاوریم:

x		-۴		۲	
$f(۳-x)$	+		+	۰	−
$x+۴$	−	۰	+		+
$(x+۴)f(۳-x)$	−	۰	+	۰	−

بنابراین:

$D_y = [-۴, ۲]$

۹۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

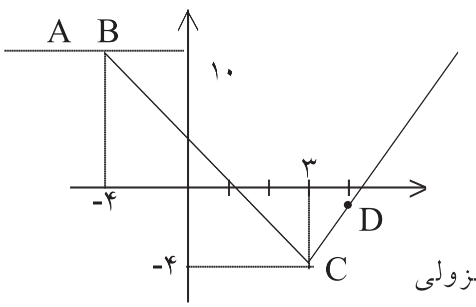


نکته: تابع $f(x)$ را صعودی اکید می‌نامیم، هرگاه به‌ازای هر $x_۱ > x_۲$ داشته باشیم $f(x_۱) > f(x_۲)$

برای صعودی اکید بودن، باید رأس سهمی $x^۲ + ۲x$ یعنی $x = -۱$، قبل از $x = a$ باشد. بنابراین: $a \geq -۱$

با توجه به شکل، به‌ازای $a = -۱$ حکم برقرار است، بنابراین حداقل مقدار a برابر -۱ است.

۹۹- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.



$f(x) = |۲x - ۶| - |x + ۴| + x$

x	-۵	-۴	۳	۴
y	۱۰ (A)	۱۰ (B)	-۴ (C)	-۲ (D)

فاصله‌ی اکیداً نزولی: $x \in [-۴, ۳]$, $y \in [-۴, ۱۰] R_f \Rightarrow D_{f^{-۱}} = [-۴, ۱۰]$

برای رسیدن به ضابطه معادله‌ی خطی که از 'B و 'C نقطه‌ی متناظر B و C می‌گذرد را می‌نویسیم:

$B'(۱۰, -۴)$
$C'(-۴, ۳)$ $\Rightarrow m = \frac{۷}{-۱۴} = -\frac{۱}{۲} \Rightarrow y - ۳ = \frac{-۱}{۲}(x + ۴)$

$y = -\frac{۱}{۲}x + ۱ = f^{-۱}(x)$

تذکر: با گزینه‌ها هم این تست به‌راحتی حل می‌شود.

-۱۰۰ تغییرات تابع $y = Log_a x$ به ازای کدام مقادیر a نزولی است؟

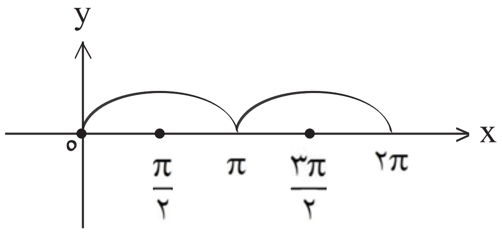
-۱۰۱ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تابع قدرمطلق به‌صورت تابع چند ضابطه‌ای نوشته می‌شود.

x	$-\infty$	-۲		۴		$+\infty$
f(x)	$-۲x + ۸ + ۲x + ۴$		$-۲x + ۸ - ۲x - ۴$		$۲x - ۸ - ۲x - ۴$	

$$f(x) = \begin{cases} ۱۲ & ; x \geq -۲ \\ -۴x + ۴ & ; -۲ < x < ۴ \\ -۱۲ & ; x \geq ۴ \end{cases}$$

تابع در بازه $(۴ , ۲-)$ اکیداً نزولی است.

-۱۰۲ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در تابع $y = \operatorname{Sin}x$ قرینه y های منفی را نسبت به محور x ها تعیین کنیم، منحنی $|\operatorname{Sin}x|$ حاصل می‌شود، دوره تناوب نمودار آن π است. لذا در بازه‌هایی به صورت $\left(k\pi , k\pi + \frac{\pi}{۲}\right)$ صعودی است.



-۱۰۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \begin{cases} -۲x - ۵ + x - ۳ - ۲x & x \leq -۲/۵ \\ ۲x + ۵ + x - ۳ - ۲x & -۲/۵ < x < ۳ \\ ۲x + ۵ - x + ۳ - ۲x & x \geq ۳ \end{cases}$$

پیداست در بازه $(۳ , ۲/۵-)$ تابع $f(x) = x + ۲$ صعودی است.

-۱۰۴ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$f(ax + b) = a(ax + b) + b = a^۲x + ab + b = ۹x + ۱۰$

$a^۲ = ۹$, $ab + b = ۱۰$ چون تابع نزولی است بنابراین $a = -۳$, $b = -۵$ می باشد.

-۱۰۵ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

می‌دانیم $f(x) = -Log_۳\left(x^۲ - ۳x - ۴\right)$، پس برای این‌که f صعودی اکید باشد باید تابع $g(x) = -f(x)$ نزولی اکید باشد. از طرفی $y = Log_۳ x$ یک تابع اکیدا صعودی است، پس بنابر ترکیب توابع نزولی اکید بودن $g(x) = Log_۳\left(x^۲ - ۳x - ۴\right)$ باید $x^۲ - ۳x - ۴$ نزولی اکید باشد، این سهمی در $x \leqslant \frac{۳}{۲}$ نزولی اکید است ولی برای این‌که عبارت مورد نظر در دامنه تابع لگاریتم باشد باید $x^۲ - ۳x - ۴ > ۰$، پس $x > ۴$ یا $x < -۱$ در نتیجه اشتراک این دو شرط برابر $x < -۱$ است.

-۱۰۶ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. تابع f از مبدأ مختصات عبور می‌کند لذا $f(۰) = ۰$، و تابع اکیداً صعودی است. پس معادله $f(x) = ۰$ تنها یک ریشه دارد. بنابراین تابع $f(x - ۲)$ تنها در نقطه $x = ۲$ محورهای مختصات را قطع می‌کند برای محاسبه دامنه بایستی نامعادله $\frac{-x}{f(x - ۲)} \geq ۰$ را حل نماییم در نتیجه دو حالت زیر رخ می‌دهد.

الف : $f(x-۲)>۰\ ,\ x\geq ۰ \Leftrightarrow f(x-۲)>۰\ ,\ x\leq ۰ \Leftrightarrow x-۲>۰\ ,\ x\leq ۰ \Leftrightarrow \begin{cases} x>۲ \\ x\leq ۰ \end{cases}$

که اشتراک این دو تهی است.

ب : $f(x-۲)<۰\ ,\ -x\leq ۰ \Leftrightarrow f(x-۲)<۰\ ,\ x\geq ۰ \Leftrightarrow x-۲<۰\ ,\ x\geq ۰ \Leftrightarrow x<۲\ ,\ x\geq ۰$

که اشتراک این دو دامنه تابع است یعنی $[۰\ ,\ ۲)$

۱۰۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به نامساوی و اکیداً صعودی بودن f می‌توان نوشت:

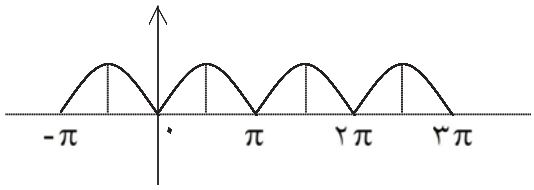
$$۴a^۲-۵a+۱<۳a^۲+a+۱ \Rightarrow a^۲-۶a<۰ \Rightarrow ۰<a<۶$$

از طرفی $۴a^۲-۵a+۱$ و $۳a^۲+a+۱$ باید در دامنه f قرار داشته باشند پس:

$$\begin{cases} ۳a^۲+a+۱>۰ \Rightarrow \text{همواره برقرار است} \\ ۴a^۲-۵a+۱>۰ \Rightarrow (۴a-۱)(۴a-۴)>۰ \Rightarrow a>۱ \ \text{یا}\ a<\frac{۱}{۴} \end{cases}$$

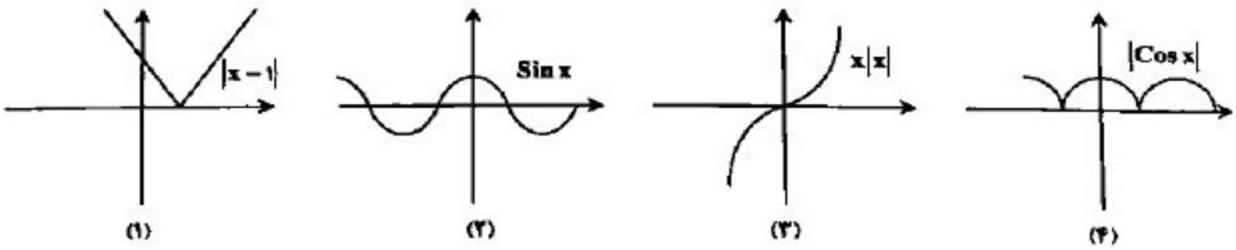
در نتیجه مقادیر صحیح a برابر ۲ , ۳ , ۴ و ۵ است و مجموع آن‌ها $۱۴ = ۵+۴+۳+۲$ می‌باشد.

۱۰۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تابع $y=\sin x$ را رسم می‌کنیم قرینه قسمت‌های منفی آن‌را نسبت به محور x تعیین می‌کنیم تا منحنی $y=|\sin x|$ حاصل شود. پیدا است که در گزینه‌ها منحنی در بازه $\left[\pi\ ,\ ۳\frac{\pi}{۲}\right]$ صعودی است.



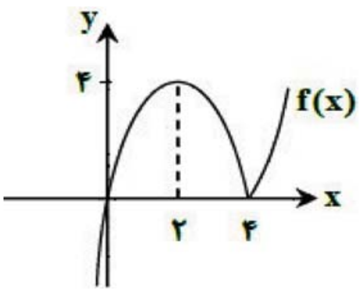
۱۰۹- تابع با ضابطه $f(x)=\log\left(x^۲-۲x\right)$ در کدام بازه نزولی است؟

۱۱۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: تابع f اکیداً یکنوا است، هرگاه اکیداً صعودی یا اکیداً نزولی باشد.
نمودار توابع داده شده را رسم می‌کنیم:



واضح است که فقط تابع $h(x)=x|x|=\begin{cases} x^۲ & x\geq ۰ \\ -x^۲ & x<۰ \end{cases}$، اکیداً یکنوا است.

۱۱۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$f(x)=\begin{cases} x\ (x-۴) & x>۴ \\ -x\ (x-۴) & x<۴ \end{cases}$$

با توجه به نمودار، تابع f در بازه‌ی $[۲\ ,\ ۴]$ نزولی اکید است. حال وارون آن را در این بازه به‌دست می‌آوریم:

$$f(x)=-x^۲+۴x\ (۲<x<۴) \Rightarrow f(x)=-(x-۲)^۲+۴$$

$$y=۴-(x-۲)^۲ \Rightarrow (x-۲)^۲=۴-y \Rightarrow |x-۲|=\sqrt{۴-y}$$

$$\xrightarrow{x>۲} x-۲=\sqrt{۴-y} \Rightarrow x=۲+\sqrt{۴-y} \Rightarrow f^{-۱}(x)=۲+\sqrt{۴-x}$$

حال دامنه‌ی $f^{-۱}(x)$ را در این بازه به دست می‌آوریم. می‌دانیم برد تابع f در بازه‌ی $[۲\ ,\ ۴]$ دامنه‌ی $f^{-۱}$ است،

بنابراین داریم:

$$۲ < x < ۴ \Rightarrow ۰ < (x - ۲) < ۲ \Rightarrow ۰ < (x - ۲)^۲ < ۴ \Rightarrow -۴ < -(x - ۲)^۲ < ۰$$

۱۱۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر $a^۲ < x^۲ < b^۲$، آنگاه $a < |x| < b$ $\quad (a , b > ۰)$

در جدول زیرمقادیر دامنه تابع f را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم.

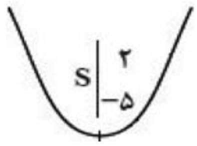
x	۱	۲	۴	۵
y	۲	$m^۲-۲$	۷	۱۷

اکنون برای آنکه تابعf اکیدا صعودی باشد، باید با افزایش مقدار x، مقدار y نیز افزایش یابد. پس داریم:

$$۱ < ۲ < ۴ \Rightarrow f(۱) < f(۲) < f(۴) \Rightarrow ۲ < m^۲ - ۲ < ۷$$

$$\Rightarrow ۴ < m^۲ < ۹ \Rightarrow ۲ < |m| < ۳$$

۱۱۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



نکته: طول راس سهمی $y = ax^۲ + bx + c$ ، برابر است با:

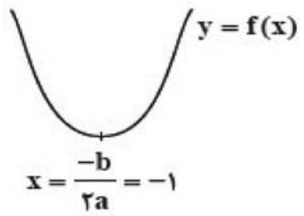
$$x = \frac{-b}{۲a}$$

با توجه به نکته بالا، طول راس سهمی $y = x^۲ - ۴x - ۱$ برابر است با:

$$x_S = ۲$$

با توجه به نمودار، این تابع در $[۲ , +\infty)$ اکیدا صعودی است پس کمترین مقدار a، برابر ۲ است.

۱۱۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: نمودار سهمی $y = ax^۲ + bx + c$ با شرط $a > ۰$، در بازه‌ی $(-\infty , \frac{-b}{۲a}]$ اکیداً نزولی و در بازه‌ی $[\frac{-b}{۲a} , +\infty)$ اکیداً صعودی است.



۱۱۵- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. نکته: تابع f صعودی است، هرگاه به‌ازای هر a و b از دامنه که $a > b$ نتیجه شود $f(a) \geq f(b)$

ابتدا زوج‌مرتب‌های تابع f را در جدول مقادیر زیر می‌نویسیم:

x	-۱	۳	۵
y	۷	۱۰	m - ۱

حال با استفاده از نکته‌ی بالا داریم:

$$m - ۱ \geq ۱۰ \Rightarrow m \geq ۱۱$$

۱۱۶- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.با توجه به آن‌که $D_f=R$ تنها گزینه‌ی قابل قبول گزینه‌ی ۳ است زیرا وقتی f صعودی اکید باشد $f^{-۱}$ هم صعودی اکید است لذا $f^{-۱}(-x)$ نزولی اکید و $-f^{-۱}(-x)$ مجدد صعودی اکید است، پس $x-f^{-۱}(-x)$ صعودی اکید است. (جمع دو تابع صعودی، صعودی است.)

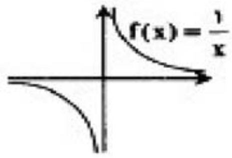
برای مثال نقض سایر گزینه‌ها $y=x$ مناسب است.

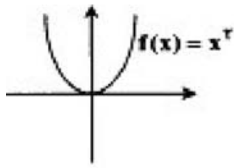
نکته: تابع زوج و تابعی که مجانب قائم دو طرفه (یعنی تابع در دو طرف مجانب قائم تعریف شده‌باشد.) داشته باشد،

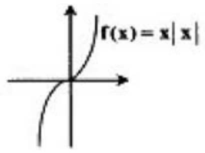
نمی‌تواند یکنوای اکید باشد.

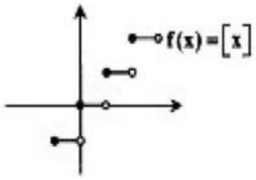
۱۱۷- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

۱۱۸- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. نمودار هر چهار تابع را رسم می‌کنیم:

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

مشاهده می‌شود که تنها گزینه‌ی ۳ تابعی اکیداً یکنوا است.

۱۱۹- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} f(x) & \text{اکیدا نزولی} \\ g(x) = -x^{۳} + ۱ & \text{اکیدا نزولی} \end{cases} \Rightarrow y = f(g(x)) = f\left(-x^{۳} + ۱\right) \quad \text{اکیدا صعودی}$$

نکته‌ی درسی: ترکیب دو تابع اکیداً صعودی، تابعی اکیداً صعودی است. ترکیب دو تابع اکیداً نزولی، تابعی اکیداً صعودی است. ترکیب دوتابع یکی اکیداً صعودی و دیگری اکیداً نزولی، تابعی اکیداً نزولی است.

۱۲۰- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \frac{x}{x^{۲} + ۱} \Rightarrow f'(x) = \frac{x^{۲} + ۱ - ۲x^{۲}}{\left(x^{۲} + ۱\right)^{۲}} = \frac{۱ - x^{۲}}{\left(x^{۲} + ۱\right)^{۲}}$$

$$\text{اکیداً صعودی} : f'(x) > ۰ \Rightarrow ۱ - x^{۲} > ۰ \Rightarrow x^{۲} < ۱ \Rightarrow -۱ < x < ۱$$

۱۲۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: در تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $(x - a)$ باقی‌مانده برابر $f(a)$ است.

با توجه به نکته، باقی‌مانده‌ی تقسیم $f(x)$ بر $x + ۱ = x - (-۱)$ برابر است با:

$$R = f(-۱) = ۲\,(-۱)^{۴} + ۳\,(-۱)^{۳} - ۴\,(-۱)^{۲} - ۵(-۱) + ۱ = ۲ - ۳ - ۴ + ۵ + ۱ = ۱$$

۱۲۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: باقی‌مانده‌ی تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $ax + b$ عبارت است از $f\left(\frac{-b}{a}\right)$.

چون باقی‌مانده‌ی دو چند جمله‌ای f و g بر $x - ۱$ برابر است، پس مطابق نکته $f(۱) = g(۱)$:

$$\begin{cases} f(۱) = ۲k \\ g(۱) = ۶ - k \end{cases} \Rightarrow ۶ - k = ۲k \Rightarrow k = ۲$$

۱۲۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: برای رسم نمودار $y = f(x + k)$، اگر $k > ۰$ کافی است نمودار تابع $f(x)$ را k واحد در جهت افقی به سمت چپ انتقال دهیم و برای $k < ۰$، این انتقال به اندازه‌ی $|k|$ واحد به سمت راست انجام می‌شود.

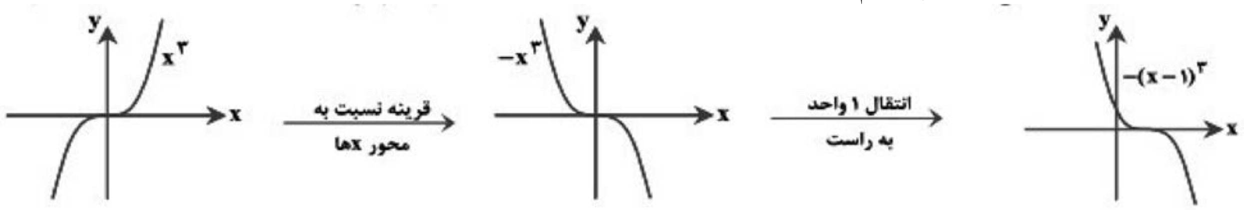
نکته: اگر عرض نقاط تابع $y = f(x)$ را قرینه کنیم، نقاط تابع $y = -f(x)$ به‌دست می‌آیند. بنابراین نمودار تابع $y = -f(x)$ قرینه‌ی نمودار تابع $y = f(x)$ نسبت به محور x است.

نکته: باقیمانده‌ی تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $ax + b$ برابر است با: $f\left(\frac{-b}{a}\right)$

به‌ازای $x = ۱$ مقدار $f(x)$ برابر صفر است:

$$f(۱) = ۰ \Rightarrow -۱ - a - ۳ + ۱ = ۰ \Rightarrow a = -۳$$

پس $f(x) = -x^۳ + ۳x^۲ - ۳x + ۱ = -(x - ۱)^۳$. کافی است نمودار $y = x^۳$ را نسبت به محور xها قرینه کنیم و سپس یک واحد به راست منتقل کنیم.



۱۲۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: در تابع وارون‌پذیر f، اگر f(a) آنگاه: $f^{-۱}(b) = a$

نکته: باقیمانده‌ی تقسیم چندجمله‌ای f(x) بر $ax + b$ برابر است با: $f\left(\frac{-b}{a}\right)$

باقی‌مانده‌ی $f^{-۱}$ بر $x - ۲$ برابر ۴ است، یعنی $f^{-۱}(۲) = ۴$. پس $f(۴) = ۲$. به همین ترتیب $f^{-۱}(۱) = ۳$، پس $f(۳) = ۱$. بنابراین داریم:

$$\begin{cases} f(۴) = ۲ \Rightarrow f(۴) = a = ۲\times \\ f(۳) = ۱ \Rightarrow f(۳) = a + b(-۱) = ۱ \Rightarrow a - b = ۱ \xrightarrow{\times} b = ۱ \end{cases}$$

پس نتیجه می‌شود: $a + b = ۳$

۱۲۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته‌ی ۱: باقیمانده‌ی تقسیم چندجمله‌ای f(x) بر $ax + b$ برابر است با: $f\left(\frac{-b}{a}\right)$

نکته‌ی ۲: برای هر $n \in N$ داریم:

$$x^n - a^n = (x - a)\left(x^{n-۱} + x^{n-۲}a^۲ + \ldots + a^{n-۱}\right)$$

با توجه به نکته‌ی ۲، عبارت داده‌شده را تجزیه می‌کنیم.

$$x^{۱۲} - ۱ = \left(x^۲\right)^۶ - ۱^۶ = \left(x^۲ - ۱\right)\left(x^{۱۰} + x^۸ + x^۶ + x^۴ + x^۲ + ۱\right)$$

پس: $f(x) = x^{۱۰} + x^۸ + x^۶ + x^۴ + x^۲ + ۱$

مطابق نکته‌ی ۱: باقی‌مانده‌ی تقسیم f(x) بر $x + ۱$ همان $f(-۱)$ است:

$$f(-۱) = ۱ + ۱ + ۱ + ۱ + ۱ + ۱ = ۶$$

۱۲۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: باقیمانده‌ی تقسیم چندجمله‌ای f(x) بر $ax + b$ برابر است با: $f\left(\frac{-b}{a}\right)$

عبارت داده‌شده بر $x - ۲$ و $x - ۱$ بخش‌پذیر است. یعنی باقی‌مانده‌ی تقسیم بر این دو عبارت صفر است. مطابق نکته می‌توان نوشت:

$$f(x) = x^۴ - ax^۳ + bx^۲ + ۶$$

f(x) بر $x - ۲$ بخش‌پذیر است. : $f(۲) = ۱۶ - ۸a + ۴b + ۶ = ۰ \Rightarrow ۲b - ۴a = -۱۱$

f(x) بر $x - ۱$ بخش‌پذیر است. : $= ۱ - a + b + ۶ = ۰ \Rightarrow a - b = ۷$

$$a = -\frac{۳}{۲},\ b = -\frac{۱۷}{۲} \Rightarrow f(x) = x^۴ + \frac{۳}{۲}x^۳ - \frac{۱۷}{۲}x^۲ + ۶$$

بنابراین باقی‌مانده‌ی تقسیم f(x) بر $x + ۱$ برابر است با: $f(-۱) = ۱ - \frac{۳}{۲} - \frac{۱۷}{۲} + ۶ = -۳$

۱۲۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\left(x^۲\right)^۲ + k\left(x^۲\right) + ۴ = \left(x^۲ - ۲\right).\, Q(x) + ۶ \Rightarrow ۶ = r(۲) = ۴ + ۲k + ۴$$

پس $k = -1$ حال باقیمانده تقسیم $x^4 - x^2 = 4$ بر $x = 2$ تعیین شود $r = f(-2)$ در نتیجه
$r = 16 - 4 + 4 = 16$

۱۲۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$x^2 - x - 2 = (x - 2)(x + 1) \Rightarrow f(2) = 0\ ,\ f(-1) = 0$$

۱۲۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$x^6 - 1 = \left(x^3 - 1\right)\left(x^3 + 1\right) = (x - 1)\left(x^2 + x + 1\right)(x + 1)\left(x^2 - x + 1\right)$$

پس در تقسیم $x^6 - 1$ بر $x - 1$، در بین گزینه‌ها، تنها عامل $x^2 - x - 1$ وجود ندارد.

۱۳۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: باقی‌مانده‌ی تقسیم $P(x)$ بر $ax + b$ برابر است با: $P\left(-\frac{b}{a}\right)$

با تقسیم $2x^4 - 3x^2 + 4x - 3$ بر $x^2 - 1$، چندجمله‌ای $Q(x)$ را به دست می‌آوریم.

$$2x^4 - 3x^2 + 4x - 3 = 2x^4 - 2x^2 - x^2 + 4x - 3 = 2x^2\left(x^2 - 1\right) - x^2 + 1 + 4x - 4$$
$$= 2x^2\left(x^2 - 1\right) - \left(x^2 - 1\right) + 4x - 4 = \left(x^2 - 1\right)\underbrace{\left(2x^2 - 1\right)}_{Q(x)} + \underbrace{4x - 4}_{R(x)}$$

بنابراین باقی‌مانده‌ی تقسیم $Q(x)$ بر $x + 1$ برابر است با: $Q(-1) = 2(-1)^2 - 1 = 1$

۱۳۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا دو چندجمله‌ای را بر هم تقسیم می‌کنیم و سپس در خارج قسمت $x = 2$ را قرار می‌دهیم.

$$\begin{array}{l|l}
\cancel{6x^3} - 13x^2 + 18x & 3x - 2 \\
\hline
\cancel{\pm 6x^3} \cancel{\mp} 4x^2 & 2x^2 - 3x + 4 \\
\hline
-\cancel{9x^2} + 18x & \\
\cancel{\mp 9x^2} \cancel{\pm} 6x & \\
\hline
+12x & \\
\cancel{\pm} 12x \cancel{\mp} 8 & \\
\hline
8 &
\end{array}$$

خارج قسمت $2x^2 - 3x + 4$ است که به‌ازای $x = 2$ برابر است با:

$$2(2)^2 - 3(2) + 4 = 8 - 6 + 4 = 6$$

۱۳۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نکته: اگر نمودار تابع f نسبت به مبدأ مختصات قرینه باشد، آن‌گاه $f(x) = -f(-x)$
نکته: اگر نمودار تابع f نسبت به محور y ها قرینه باشد، آن‌گاه $f(x) = f(-x)$

طبق فرض داریم: $P(x) = \left(x^2 + 2x\right)Q(x) + 1 - 3x$

چون نمودار $P(x)$ نسبت به مبدأ مختصات قرینه است، پس $P(x) = -P(-x)$ ؛ بنابراین داریم:

$$P(x) = -P(-x) = -\left(x^2 - 2x\right)Q(-x) - (1 + 3x)$$

پس باقی مانده‌ی تقسیم $P(x)$ بر $x^2 - 2x$ برابر $R(x) = -1 - 3x$ می‌باشد.

۱۳۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: چندجمله‌ای $P(x)$ بر $ax+b$ بخش‌پذیر است، اگر و تنها اگر $P\left(-\frac{b}{a}\right)=۰$.
طبق فرض $f(x-۲)$ بر $x-۱$ بخش‌پذیر است، پس $f(۱-۲)=f(-۱)=۰$ حال باید x ای را بیابیم که به‌ازای آن داشته باشیم:

$$۲x+۳=-۱$$
$$۲x+۳=-۱\Rightarrow x=-۲$$

$f(۲x+۳)$ به‌ازای $x=-۲$ صفر می‌شود، پس بر $x+۲$ بخش‌پذیر است.

۱۳۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون مقسوم‌علیه مربع کامل است $(x-۱)^۲$ بنابراین $x=۱$ عامل صفر مشتق مقسوم نیز می‌باشد.

$$\xrightarrow{\text{مشتق مقسوم}} ۳ax^۲+۸x-۱۴\xrightarrow{x=۱}۳a+۸-۱۴=۰\Rightarrow ۳a=۶\Rightarrow a=۲$$

۱۳۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f(-۲)=۰\Rightarrow ۱۶+۸a+۱۶=۰\Rightarrow a=-۴$$
$$f(x)=x\left(x^۳+۴x^۲-۸\right)$$

$$\begin{array}{l|l} x^۳+۴x^۲-۸ & x+۲ \\ \hline -x^۳-۲x^۲ & x^۲+۲x-۴ \\ \hline \cancel{۲}x^۲-۸ & \\ -\cancel{۲}x^۲-۴x & \\ \hline -۴x-۸ & \\ +۴x+۸ & \\ \hline ۰ & \end{array}$$

$$x^۲+۲x-۴=۰\Rightarrow (x+۱)^۲=۵\Rightarrow \begin{cases} x=\sqrt{۵}-۱ \\ x=-\sqrt{۵}-۱ \end{cases}$$

کوچک ترین ریشه

۱۳۶- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\left(x^۲-۲\right)(۶x+۱)=۶x^۳+x^۲-۱۲x-۲$$

$$\begin{array}{l|l} ۶x^۳+x^۲-۱۲x-۲ & ۳x+۲ \\ \hline -۶x^۳-۴x^۲ & ۲x^۲-x\ldots \\ \hline ۰-۳x^۲-۱۲x-۲ & \\ ۳x^۲+۲x & \\ \hline ۰-۱۰x-۲ & \\ \vdots & \end{array}$$

ضریب جمله از درجه‌ی ۱ (ضریب x): خارج‌قسمت، عدد ۱- می‌باشد. $\Leftarrow ۲x^۲-x+\cdots$

۱۳۷- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$f(-۲)=۰\Rightarrow \cancel{(-۲)^{۲n+۱}}+\cancel{۲(-۲)^{۲n}}+(-۲)^۵-۵(-۲)^۳+k=۰\Rightarrow -۳۲+۴۰+k=۰\Rightarrow k=-۸$$
$$f(x)=\left(x^۲-۱\right)Q(x)+ax+b$$
$$\Rightarrow\begin{cases} x=۱\Rightarrow f(۱)=a+b\Rightarrow a+b=۱+۲+۱-۵-۸=-۹ \\ x=-۱\Rightarrow f(-۱)=-a+b\Rightarrow -a+b=-۱+۲-۱+۵-۸=-۳ \end{cases}$$
$$\begin{cases} b=-۶ \\ a=-۳ \end{cases}\Rightarrow\Leftrightarrow R(x)=-۳x-۶$$

۱۳۸- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. روش اول:

$$\begin{array}{l|l} x^۴ - x^۳ & x^۲ + ۲ \\ \cline{2-2} -x^۴ - ۲x^۲ & x^۲ - x - ۲ \\ \hline -x^۳ - ۲x^۲ & \\ x^۳ + ۲x & \\ \hline -۲x^۲ + ۲x & \\ ۲x^۲ + ۴ & \\ \hline ۲x + ۴ & \end{array}$$

روش دوم: برای پیدا کردن باقی‌مانده $x^۲ + ۲ = ۰$ قرار می‌دهیم و از آن‌جا $x^۲ = -۲$ است. پس داریم:

$$x^۴ - x^۳ = \left(x^۲\right)^۲ - x^۲ . x = (-۲)^۲ - (-۲)x = ۴ + ۲x = R$$

۱۳۹- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{array}{l|l} ۲x^۳ - ۵x^۲ + x & ۲x + ۱ \\ \cline{2-2} -۲x^۳ \pm x^۲ & x^۲ - ۳x + ۲ \Rightarrow ۱ + (-۳) + ۲ = ۰ \\ \hline -۶x^۲ + x & \\ +۶x^۲ + ۳x & \\ \hline ۴x & \\ -۴x \pm ۲ & \\ \hline -۲ & \end{array}$$

مجموع ضرایب خارج قسمت برابراست با: $۱+(-۳) + ۲ = ۰$

۱۴۰- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

راه اول:

$$f(x) = \left(x^۲ - ۴\right)Q(x) + ۰ \Rightarrow \begin{cases} f(۲) = ۰ \Rightarrow ۱۶ + ۱۶a + ۴b + ۱ = ۰ \\ f(-۲) = ۰ \Rightarrow ۱۶ + ۱۶a - ۴b + ۱ = ۰ \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = -\frac{۱۷}{۱۶} , \ b = ۰ \Rightarrow a + b = -\frac{۱۷}{۱۶}$$

راه دوم:

$$x^۲ = ۴ \Rightarrow f(x) = \left(x^۲\right)^۲ + ۴a\left(x^۲\right) + ۲bx + ۱ \Rightarrow R = ۱۶ + ۱۶a + ۲bx + ۱ = ۰ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۲b = ۰ \\ ۱۶a + ۱۷ = ۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = ۰ \\ a = -\frac{۱۷}{۱۶} \end{cases} \Rightarrow a + b = \frac{-۱۷}{۱۶}$$

۱۴۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$
\begin{array}{l|l}
3x^3 - 8x^2 + 5 & 3x + 1 \\
\hline
-(3x^3 + x^2) & x^2 - 3x + 1 \leftarrow \text{خارج قسمت} = g(x) \\
-9x^2 + 5 & \Rightarrow g(1) = -1 \\
-(-9x^2 - 3x) & \\
3x + 5 & \\
-(3x + 1) & \\
4 &
\end{array}
$$

۱۴۲- یادآوری: باقیمانده تقسیم چند جمله‌ای $f(x)$ بر $(x - a)$ برابر است با $f(a)$ پس:

$$\left.\begin{array}{l} x + 1 = 0 \quad x = -1 \\ f(x) = x^4 - ax^3 + x^2 + 2ax + 1 \end{array}\right\} \Rightarrow R = f(-1) \Rightarrow 4 = (-1)^4 - a(-1)^3 + (-1)^2 + 2a(-1) + 1 \Rightarrow$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۱۴۳- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$x^{81} - x^{41} + x^{21} + x^7 + x = (x^3 - x)Q(x) + Ax^2 + Bx$$

$$\Rightarrow x^{80} - x^{40} + x^{20} + x^6 + 1 = (x - 1)(x + 1)Q(x) + Ax + B$$

$$\begin{array}{l} x = 1 \Rightarrow 3 = A + B \\ x = -1 \Rightarrow 3 = -A + B \end{array} \Rightarrow A = 0\,,\ B = 3 \Rightarrow R(x) = 3x \Rightarrow R(2) = 6$$

۱۴۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. این مساله از راه تقسیم قابل حل است از راه حل زیر نیز می‌توان رفت:

$$(2x^3 + x^2 - 7x + 24) = (x + 3)\,Q(x) + R \xrightarrow{x = -3}$$

$$\Rightarrow -54 + 9 + 21 + 24 = 0 + R \Rightarrow R = 0$$

۱۴۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$
\left\{
\begin{array}{l|l}
2x^3 - 8x^2 + 5x & (x - 2) \\
\hline
(2x^3 - 4x^2) & (2x^2 - 4x - 3) \\
\hline
(-4x^2 + 5x) & \\
(-4x^2 + 8x) & \\
\hline
-3x & \\
(-3x + 6) & \\
\hline
-6 &
\end{array}
\right.
$$

۱۴۶- باقیمانده‌ی تقسیم $f(x) = x^4 - 3x^3 + ax^2 + bx$ بر $x - 2$ و $x + 1$ به ترتیب ۶ و صفر است. دوتایی $(a\,,\,b)$

۱۴۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. عبارت $f(x) = 2x^4 + ax^3 + bx^2 - 3$ بر $(x - 1)^2$ بخش‌پذیر است پس ریشه مضاعف ۱ دارد. الزاماً $f(1) = 0$ و $f'(1) = 0$ است.

$$f'(x) = 8x^3 + 3ax^2 + 2bx$$

$$\begin{cases} 2 + a + b - 3 = 0 \\ 8 + 3a + 2b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b = 1 \\ 3a + 2b = -8 \end{cases} \Rightarrow a = -10\,,\ b = 11$$

۱۴۸- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$x^2 = -3 \Rightarrow R = (-3)^2 + m(-3) - (-3)^3 = 0 \Rightarrow -3m + 9 + 27 = 0 \Rightarrow m = 12$$

۱۴۹- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$(x^۲)^n - ۴(x^۲)^{n-۱} + a(x^۲) + ۳۲ \Rightarrow f(۴) = ۴^n - ۴^n + ۴a + ۳۲ = ۰ \Rightarrow a = -۸$$

$$(x^۲)^n - ۴(x^۲)^{n-۱} - ۸(x^۲) + ۳۲ \Rightarrow f(۱) = ۱ - ۴ - ۸ + ۳۲ = ۲۱$$

۱۵۰-

$$\begin{array}{l|l} -۲x^۴ + ax^۲ + b & x^۲ - ۱ \\ \cline{2-2} \underline{\mp ۲x^۴ \pm ۲x^۲} & -۲x^۲ + a - ۲ \\ (a-۲)x^۲ + b & \\ \underline{\pm (a-۲)x^۲ \mp (a-۲)} & \\ b + a - ۲ & \end{array}$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$-۲x^۲ + ۱ = -۲x^۲ + a - ۲ \Rightarrow a - ۲ = ۱ \Rightarrow a = ۳$$
$$b + a - ۲ = -۵ \Rightarrow b + ۳ - ۲ = -۵ \Rightarrow b = -۶$$
$$a + b = ۳ - ۶ = -۳$$

۱۵۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بنا به فرض $f(-۱) = ۰$، پس: $a - b + ۳ = ۰$ یا $b = a + ۳$، پس معادله درجه سوم $x^۳ + ax^۲ + (a+۳)x + ۴ = ۰$ با تجزیه $(x+۱)\left[x^۲ + (a-۱)x + ۴\right]$ چون $f(x)$ ریشه مضاعف دارد، ممکن است معادله درجه دوم $x^۲ + (a-۱)x + ۴ = ۰$ ریشه مضاعف داشته باشد: $(a-۱)^۲ - ۱۶ = ۰$، پس $a - ۱ = \pm ۴$، در نتیجه $a = -۳, ۵$ یا ممکن است معادله درجه دوم ریشه ۱- داشته باشد: $۱ - a + ۱ + ۴ = ۰$، پس: $a = ۶$، لذا $a = -۳, ۵, ۶$.

۱۵۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به قضیه تقسیم داریم:

$$f(x) = x(x-۲)(x+۲)Q(x) + ۶x^۲ - ۲x + ۳$$
$$\Rightarrow f(x) = (x^۲ + ۲x)(x-۲)Q(x) + ۶x^۲ - ۲x + ۳$$

اگر $q(x) = (x-۲)Q(x)$ در نظر بگیریم در نتیجه:

$$f(x) = (x^۲ + ۲x)q(x) + ۶x^۲ - ۲x + ۳$$

برای یافتن باقی‌مانده f بر $x^۲ + ۲x$ کافی است باقی‌مانده $۶x^۲ - ۲x + ۳$ بر $x^۲ + ۲x$ را بیابیم که برابر است با:

$$۶(-۲x) - ۲x + ۳ = -۱۴x + ۳ \Rightarrow m + n = -۱۱$$

۱۵۳- خارج قسمت عبارت $۲x^۳ + ۳x^۲ + ۴x$ بر $۲x - ۱$ کدام است؟

۱۵۴- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$x - ۲ = ۰ \Rightarrow x = ۲$$

حال مقدار $x = ۲$ را در مقسوم به جای x قرار می‌دهیم.

$$۲^۳ - ۷(۲)^۲ + ۴(۲) + ۹ = ۸ - ۲۸ + ۸ + ۹ = -۳$$

۱۵۵- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. عمل تقسیم را انجام می‌دهیم.

$$\begin{array}{l|l} x^۳ - ۴x^۲ + ۵x & x - ۳ \\ \cline{2-2} \underline{x^۳ - ۳x^۲} & x^۲ - x + ۲ \\ -x^۲ + ۵x & \\ \underline{-x^۲ + ۳x} & \\ ۲x & \\ \underline{۲x - ۶} & \\ ۶ & \end{array}$$

باقیمانده تقسیم ۶ می‌باشد.

راه دوم:

$$x - ۳ = ۰ \rightarrow x = ۳$$

مقدار x را در مقسوم قرار می‌دهیم:

$$(۳)^۳-۴(۳)^۲+۵(۳) = ۲۷ - ۳۶ + ۱۵ = ۶$$

۱۵۶- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$(x - ۲)(x + ۱)\quad \begin{matrix} f(۲) = ۸ + ۴a + ۲b + ۶ = ۰ \\ f(-۱) = -۱ + a - b + ۶ = ۰ \end{matrix} \quad \begin{cases} ۲a + b = -۷ \\ a - b = -۵ \end{cases} \quad \begin{matrix} a = -۴ \\ b = ۱ \end{matrix} \quad a + b = -۳$$

۱۵۷- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{array}{l|l} ۲x^۳ - ۵x + ۴ & x - ۲ \\ \cline{2-2} \underline{-۲x^۳ + ۴x^۲} & ۲x^۲ + ۴x + ۳ \\ \quad ۴x^۲ - ۵x + ۴ & \\ \quad \underline{-۴x^۲ + ۸x} & \\ \qquad ۳x + ۴ & \\ \qquad \underline{-۳x + ۶} & \\ \qquad\quad ۱۰ & \end{array}$$

$$\longrightarrow ۲(۴) + ۴(-۲) + ۳ = ۳$$

۱۵۸- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$x^۲ = x - ۱ \ , \ x^۲ - x + ۱ = ۰ \Rightarrow (x+۱)(x^۲ - x + ۱) = ۰ \Rightarrow x^۳ + ۱ = ۰ \Rightarrow x^۳ = -۱$$

$$\text{باقی مانده} = x(x^۳) + x^۳ + mx^۲ + ۲x = -x - ۱ + m(x - ۱) + ۲x = (m+۱)x - (m+۱) \equiv ۰ \Rightarrow m = -۱$$

۱۵۹- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$R = f(\alpha) = f\left(\frac{۱}{۲}\right) = ۰ \Rightarrow \frac{۱}{۸} + \frac{m-۱}{۴} + m + ۳ = ۰ \Rightarrow ۱۰m + ۲۳ = ۰ \Rightarrow m = -۲/۳$$

۱۶۰- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$x + ۲ = ۰ \Rightarrow x = -۲$$

$$۲(-۲)^۳ + ۳(-۲)^۲ - ۴(-۲) - ۳ = -۱۶ + ۱۲ + ۸ - ۳ = ۱$$

باید عدد ۱ را کم کنیم تا باقی‌مانده صفر شود.

	۱	۲	۳	۴
۱ -	■			
۲ -			■	
۳ -				■
۴ -	■			
۵ -		■		
۶ -		■		
۷ -				■
۸ -				■
۹ -		■		
۱۰ -	■			
۱۱ -			■	
۱۲ -	■			
۱۳ -			■	
۱۴ -	■			
۱۵ -	■			
۱۶ -			■	
۱۷ -	■			
۱۸ -		■		
۱۹ -				■
۲۰ -		■		
۲۱ -	■			
۲۲ -				■
۲۳ -				■
۲۴ -	■			
۲۵ -	■			
۲۶ -				■
۲۷ -			■	
۲۸ -			■	
۲۹ -			■	
۳۰ -		■		
۳۱ -				■
۳۲ -				■
۳۳ -			■	
۳۴ -	■			
۳۵ -			■	
۳۶ -		■		
۳۷ -	■			
۳۸ -	■			
۳۹ -		■		
۴۰ -			■	
۴۱ -			■	
۴۲ -				■
۴۳ -	■			
۴۴ -		■		
۴۵ -	■			
۴۶ -	■			
۴۷ -			■	
۴۸ -	■			
۴۹ -				■
۵۰ -			■	
۵۱ -				■
۵۲ -			■	
۵۳ -				■
۵۴ -	■			
۵۵ -	■			
۵۶ -				■
۵۷ -			■	
۵۸ -			■	
۵۹ -		■		
۶۰ -			■	
۶۱ -		■		
۶۲ -	■			
۶۳ -			■	

	۱	۲	۳	۴
۶۴ -	■			
۶۵ -				■
۶۶ -	■			
۶۷ -				■
۶۸ -				■
۶۹ -	■			
۷۰ -		■		
۷۱ -	■			
۷۲ -	■			
۷۳ -				■
۷۴ -			■	
۷۵ -			■	
۷۶ -	■			
۷۷ -				■
۷۸ -				■
۷۹ -		■		
۸۰ -				■
۸۱ -	■			
۸۲ -				■
۸۳ -			■	
۸۴ -	■			
۸۵ -			■	
۸۶ -			■	
۸۷ -			■	
۸۸ -				■
۸۹ -			■	
۹۰ -		■		
۹۱ -	■			
۹۲ -		■		
۹۳ -			■	
۹۴ -				■
۹۵ -			■	
۹۶ -	■			
۹۷ -			■	
۹۸ -	■			
۹۹ -				■
۱۰۰ -	■			
۱۰۱ -			■	
۱۰۲ -	■			
۱۰۳ -			■	
۱۰۴ -	■			
۱۰۵ -	■			
۱۰۶ -				■
۱۰۷ -		■		
۱۰۸ -			■	
۱۰۹ -				■
۱۱۰ -			■	
۱۱۱ -		■		
۱۱۲ -		■		
۱۱۳ -		■		
۱۱۴ -		■		
۱۱۵ -				■
۱۱۶ -			■	
۱۱۷ -		■		
۱۱۸ -			■	
۱۱۹ -		■		
۱۲۰ -			■	
۱۲۱ -	■			
۱۲۲ -		■		
۱۲۳ -		■		
۱۲۴ -			■	
۱۲۵ -		■		
۱۲۶ -				■

	۱	۲	۳	۴
۱۲۷ -				■
۱۲۸ -	■			
۱۲۹ -		■		
۱۳۰ -		■		
۱۳۱ -		■		
۱۳۲ -				■
۱۳۳ -			■	
۱۳۴ -		■		
۱۳۵ -				■
۱۳۶ -		■		
۱۳۷ -	■			
۱۳۸ -			■	
۱۳۹ -		■		
۱۴۰ -		■		
۱۴۱ -			■	
۱۴۲ -		■		
۱۴۳ -		■		
۱۴۴ -	■			
۱۴۵ -	■			
۱۴۶ -		■		
۱۴۷ -				■
۱۴۸ -	■			
۱۴۹ -			■	
۱۵۰ -		■		
۱۵۱ -	■			
۱۵۲ -		■		
۱۵۳ -			■	
۱۵۴ -	■			
۱۵۵ -			■	
۱۵۶ -		■		
۱۵۷ -			■	
۱۵۸ -	■			
۱۵۹ -		■		
۱۶۰ -	■			