فصل سوم : نسبت، تناسب و درصد

درس اول: نسبت

- هرگاه دو مقدار مختلف را با هم مقایسه کنیم. رابطه ی بین این دو مقدار را می توان با **نسبت** نمایش داد.
- هرگاه مقدار دو کمیت طوری تغییر کند که نسبت آنها ثابت بماند، آن دو کمیت را «**متناسب**» می گوییم.
- مقایسه بین دو کمیت را نسبت می گوییم و اندازه ها یا کمیت ها را در جدولی به نام «**جدول تناسب**» قرار می دهیم.
- نسبت «۱به۲» را «۱ و۲» و یا «$\frac{۱}{۲}$» نیز می توان نوشت. ولی هیچ وقت $\frac{۱}{۲}$ را مانند عدد کسری «یک دوم» نباید بخوانید.

تفاوت های کسر و نسبت

۱. کسر واحد اندازه گیری دارد، اما نسبت واحد ندارد و عدد مطلق است.
۲. کسر تقسیم کردن است اما تناسب مقایسه بین دو چیز است.
۳. صورت و مخرج کسر از یک جنس هستند ولی در نسبت الزاما اینطور نیست.
۴. صورت و مخرج کسر را نمی توان جابجا کرد ولی در نسبت جابجایی وجود دارد.
۵. نسبت ها را مانند کسرها نمی توان جمع، تفریق، ضرب یا تقسیم کرد

✓ نسبت طول یک ضلع لوزی به محیط آن مثل ۱به ۴ یا $\frac{۱}{۴}$ است

درس دوم: نسبت های مساوی

برای پیدا کردن نسبت مساوی با نسبت $\frac{۵}{۳}$ که مقدار بزرگ آن ۱۵ باشد باید ابتدا کسری مساوی با $\frac{۵}{۳}$ پیدا کنیم که صورت آن ۱۵ باشد. برای پیدا کردن آن، بصورت زیر عمل می کنیم.

راه حل اول : $\frac{۵}{۳} = \frac{۱۵}{?} \Rightarrow \frac{۳\times۱۵}{۵} = ۹$

راه حل دوم : $\frac{۵}{۳} \underset{\times۳}{\overset{\times۳}{=}} \frac{۱۵}{?} \Rightarrow ? = ۹$

درس سوم: تناسب

دو نسبت مساوی، یک تناسب را تشکیل می دهند. مثلا نسبت ۲ به ۵ با نسبت ۴به۱۰ برابر است. پس می گوییم $\frac{۲}{۵}$ و $\frac{۴}{۱۰}$ یک تناسب تشکیل می دهند.

➢ **تناسب مستقیم :**

در دو کمیت متناسب، اگر با افزایش یا کاهش یکی، دیگری نیز به همان نسبت افزایش یا کاهش یابد رابطه ی بین آنها را «تناسب مستقیم» می گوییم.

در تناسب های مستقیم می توان نسبت ها را در یک عدد معین ضرب و یا بر یک عدد مشخص تقسیم کرد. معمولا از این روش برای تبدیل نسبت های کسری و اعشاری به نسبت های عدد صحیح، استفاده می کنیم. عددی را که در نسبت های کسری ضرب می کنیم بهتر است مخرج مشترک آنها باشد.

مثال: نسبت پول حمید به سعید$\frac{۱}{۲}$ به $\frac{۳}{۵}$ است. اگر پول سعید ۳۶۰۰۰ تومان باشد، حمید چقدر پول دارد؟

$\frac{۳}{۵} \times ۱۰ = ۶$ $\quad\quad$ $\frac{۱}{۲} \times ۱۰ = ۵$

۵	؟ → ۳۰۰۰۰
۶	۳۶۰۰۰

➢ **تناسب مرکب:**

تناسبی است که گاهی ترکیب شده از دو تناسب مستقیم ،گاهی ترکیب شده از دو تناسب معکوس و گاهی ترکیب شده از یک تناسب مستقیم و یک تناسب معکوس است.

$۳۰ \% = \frac{۳۰}{۱۰۰}$

مثال: یک کارگر $\frac{۲}{۳}$کاری را در ۸ ساعت انجام میدهد. دو کارگر بقیه کار را در چند ساعت انجام می دهند؟

کارگر	۱	۲
کار	$\frac{۲}{۳}$	$\frac{۱}{۳}$
ساعت	۸	؟

$؟ \times \frac{۲}{۳} \times ۲ = ۸ \times \frac{۱}{۳} \times ۱ \rightarrow ۲=؟$

➢ **تناسب معکوس** :

گاهی اوقات کمیت ها با هم نسبت عکس دارند یعنی هرچه یکی را زیاد کنیم به همان نسبت ، دیگری کم می شود. در این حالت می گوییم تناسب معکوس است.

مثلاً اگر ۲ کارگر، کاری را در مدّت ۶ روز انجام می دهند ،۴ کارگر، همان کار را در مدت ۳ روز انجام می دهند.

- اگر سه نسبت که دوبه دو با هم متناسبند، داشته باشیم بطوری که یکی از کمیت ها در هر دو نسبت مشترک است، دو حالت بوجود می آید:

الف) کمیت مشترک بین دو نسبت با عدد یکسانی بیان شده است.

ب)کمیت مشترک بین دو نسبت با عددهای متفاوتی بیان شده است که در این حالت باید دو نسبت را طوری تغییر داد که کمیت مشترک در دو نسبت با یک عدد بیان شود.

- با تبدیل «نسبت بین اجزای یک مسئله» به «نسبت بین کل مسئله» حل مسائل بسیار ساده تر خواهد شد.

مثال : نسبت قد حمید به مجید ۳به۲، و نسبت قد مجید به سعید ۶ به ۵ است. کدام یک بلند قدترین است؟

حالا نسبت قد حمید به مجید به سعید، ۹ به ۶ به ۵ است. پس حمید بلندقدترین است.

$\frac{حمید}{مجید} = \frac{۳\times۳}{۲\times۳} = \frac{۹}{۶}$

$\frac{مجید}{سعید} = \frac{۶}{۵}$

- تسهیم نسبت، یعنی سهم هرکسی از کل مقداررا به نسبتی که دارد، تعیین کنیم.

مثال: نسبت وزن سارا، تارا و گل آرا به ترتیب $\frac{۱}{۲}$ ، ۲ و ۱ است. اگر مجموع وزن آنها ۱۴۰ کیلوگرم باشد، وزن سارا را بدست آورید.. ابتدا همه نسبت ها را در ۲ ضرب میکنیم تا از حالت کسری خارج شوند.

سارا : ۱ تارا : ۴ گل آرا: ۲

سارا	۱	۲۰
تارا	۴	۸۰
گل آرا	۲	۴۰
مجموع نسبت‌ها	۷	۱۴۰

$\times ۲۰$

- اختلاف و مجموع کمیت ها هم به همان نسبت تغییر می کند و با خود کمیت ها متناسب است.

مثال: نسبت تعداد کتاب های احسان به ایمان، ۳ به ۵ است. اگر احسان ۱۰ جلد کتاب کم تر از ایمان داشته باشد، احسان چند جلد کتاب دارد؟ اختلاف نسبت ها: ۲= ۳- ۵

کتابهای احسان	۳	؟ ۱۵
اختلاف	۲	۱۰

درس چهارم: درصد

- نسبتی که مخرج آن ۱۰۰ باشد را «درصد» می گوییم. هر عددی با علامت درصد را می توانیم به صورت کسری با مخرج ۱۰۰ هم بنویسیم.
- اگر صورت کسری از مخرج آن بزرگتر باشد. درصد آن بیش از ۱۰۰٪می باشد.

مثال: بیست و پنج درصد پولی ۵۰ تومان است. ۱۸ درصد آن چقدر است؟

۲۵	۵۰	
۱۰۰	؟	۲۰۰

کل پول: ۴۰۰

۱۸	؟	۷۲
۱۰۰		۴۰۰

- مسائل مربوط به تخفیف(کاهش): در این نوع مسائل معمولا با موارد زیر سروکار داریم:

۱. قیمت اولیه کالا
۲. قیمت کالا پس از تخفیف
۳. مقدار تخفیف
۴. درصدتخفیف
۵. تخفیفات متوالی

نکته: به جای کلمه ی «تخفیف» از کلمه «کاهش» و «درصدکاهش» نیز می توانیم استفاده کنیم.

مثال: تولیدات کارخانه ای پس از ۱۰ درصدکاهش به ۱۸۰۰تُن در سال رسیده است. میزان تولیدات این کارخانه قبل از کاهش، چقدر بوده است؟ ٪۹۰= ٪۱۰ - ٪۱۰۰

بعد کاهش	۹۰		۱۸۰۰
کل	۱۰۰	؟	۲۰۰۰

مثال: فروشنده ی کالایی ۲۰ درصد تخفیف به خریداران می دهد. ولی به دلیل عدم استقبال مشتریان، ۱۰درصد دیگر نسبت به قیمت جدید، تخفیف می دهد. اگر قیمت اولیه ی کالا ۲۰۰۰۰۰تومان بوده باشد، یک مشتری برای خرید آن چقدر باید بپردازد؟ ٪۹۰= ٪۱۰ - ٪۱۰۰ ٪۸۰= ٪۲۰ - ٪۱۰۰

درصد پرداخت نهایی $\frac{۷۲}{۱۰۰} = \frac{۹۰}{۱۰۰} \times \frac{۸۰}{۱۰۰}$

پرداخت نهایی	۷۲	؟	۱۴۴۰۰۰
قیمت اولیه	۱۰۰		۲۰۰۰۰۰

- در تخفیفات متوالی، تخفیفات اهمیتی ندارد. مثلا در مثال قبلی اگر ابتدا ۱۰ درصد و پس از آن ۲۰درصد تخفیف متوالی در نظر می گرفتیم. بازهم جواب همین بود.
- اگرقیمت جنسی برابر با W باشد و آن جنس را در مرتبه ی اول با A درصد تخفیف و در مرحله دوم با B درصد تخفیف ارائه دهیم. قیمت نهایی جنس برابر است با:

درصدقابل پرداخت در مرحله دوم $(\%D) = ۱۰۰ - B$ درصد قابل پرداخت در مرحله اول $(\%C) = ۱۰۰ - A$

قیمت نهایی $= (W \times E) \div ۱۰۰$ درصد پرداخت نهایی $(\%E) = \%D \times \%C$

- در بعضی مسائل کاهش و افزایش را با هم داریم.

مثال: قیمت کالایی سال پیش ۱۸۰۰۰ تومان و امسال ۲۴۰۰۰تومان است. چنددرصد افزایش داشته است؟

مقدار افزایش ۶۰۰۰= ۱۸۰۰۰- ۲۴۰۰۰

مقدارافزایش یافته	۶۰۰۰	؟	۳۳/۳
قیمت اولیه	۱۸۰۰۰		۱۰۰

مثال: جمعیت یک روستا، سالی ۱۰٪ افزایش دارد. اگر جمعیت فعلی روستا ۲۰۰۰ نفر باشد. پس از دوسال جمعیت این روستا به چند نفر خواهد رسید؟ $\frac{۱۲۱}{۱۰۰} = \frac{۱۱۰}{۱۰۰} \times \frac{۱۱۰}{۱۰۰}$

جمعیت پس از افزایش	۱۲۱	؟ ۲۴۲۰
جمعیت اولیه	۱۰۰	۲۰۰۰

- اگرقیمت جنسی برابر با W باشد و آن جنس را در مرتبه ی اول با A درصد سود و در مرحله دوم با B درصد سود ارائه دهیم. قیمت نهایی جنس برابر است با:

درصدقابل پرداخت در مرحله دوم (٪D) = ۱۰۰ + B		درصد قابل پرداخت در مرحله اول (٪C)=۱۰۰ + A

قیمت نهایی =(E × W) ÷ ۱۰۰		درصد پرداخت نهایی (٪E)=٪D × ٪C

✓ ترتیب تخفیف های متوالی تأثیری در مقدار تخفیف نهایی ندارد. یعنی روی یک کالا تخفیف ۲۰٪ و سپس ۳۰٪ با تخفیف ۳۰٪ و سپس ۲۰٪ هیچ تفاوتی ندارد. و پاسخ هر دو یکسان است.

✓ اگر A٪ از قیمت کالایی کم کنیم برای آنکه آن را به قیمت اولیه بازگردانیم باید به آن قیمت $\frac{۱۰۰ \times A}{۱۰۰ - A}$ درصد اضافه کنیم.

✓ اگر A٪ به قیمت کالایی اضافه کنیم برای آنکه آن را به قیمت اولیه بازگردانیم باید از آن قیمت $\frac{۱۰۰ \times A}{۱۰۰ + A}$ درصد کم کنیم.

مقدار کاهش یافته/مقدار تخفیف		درصد تخفیف
قیمت اولیه/مقدار کل	۱۰۰	درصد کل
قیمت نهایی/مقدار نهایی		درصد نهایی

مقدار افزایش یافته/مقدارسود		درصد سود
قیمت اولیه/مقدار کل	۱۰۰	درصد کل
قیمت نهایی/مقدار نهایی		درصد نهایی

درصد کل = درصد نهایی + درصد تخفیف		مقدار کل = مقدار نهایی + مقدار نخفیف

درصد نهایی= درصد کل + درصد تخفیف		مقدار نهایی= مقدار کل + مقدار تخفیف