

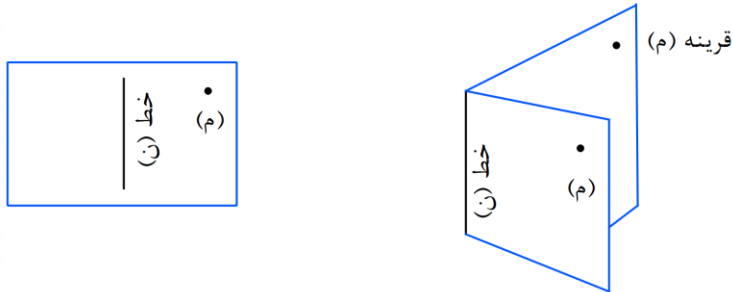
تقارن محوری

در بعضی شکل‌ها، خطی وجود دارد که شکل را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کند به طوری که اگر شکل از روی این خط تا زده شود، دو قسمت کاملاً روی هم قرار گیرند. به این خط، خط تقارن می‌گویند.

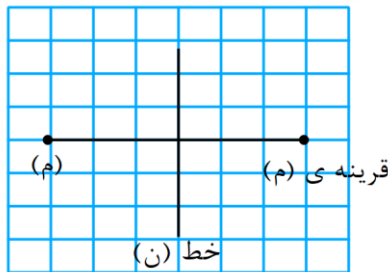
قرینه‌ی یک نقطه نسبت به خط تقارن

برای به دست آوردن قرینه‌ی نقطه‌ی (م) نسبت به خط تقارن (ن) به سه روش می‌توان عمل کرد:

الف) تازدن کاغذ از روی خط تقارن

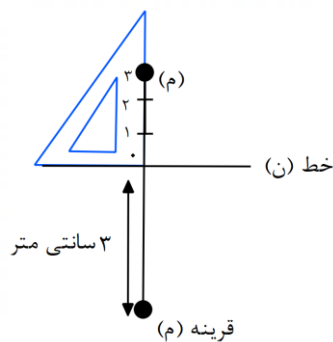


ب) استفاده از صفحه‌ی شطرنجی



ج) استفاده از گونیا

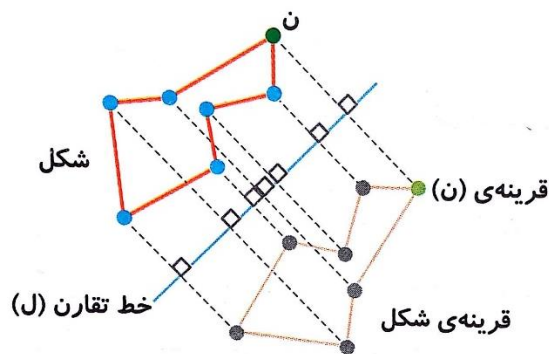
باید از نقطه‌ی (م) با گونیا پاره‌خطی را بر خط (ن) عمود کنیم و از طرف دیگر به همان اندازه ادامه دهیم.



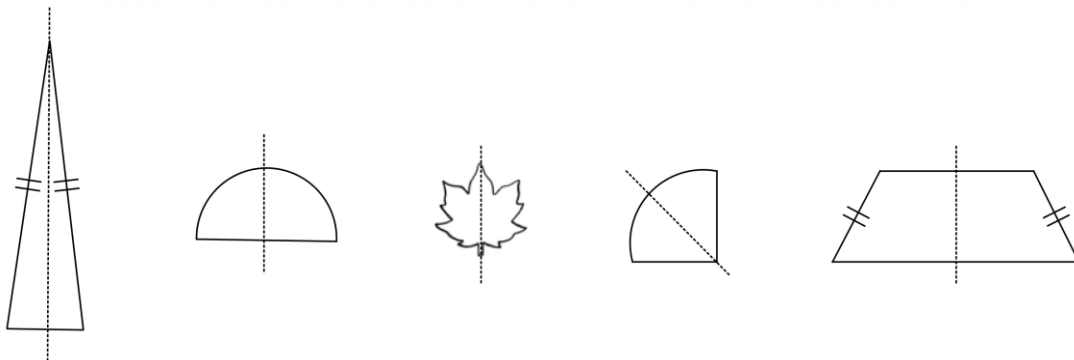
قرینه‌ی یک شکل نسبت به خط تقارن (تقارن محوری)

برای به دست آوردن قرینه‌ی یک شکل از نقطه‌یابی کمک می‌گیریم، به این صورت که ابتدا چند نقطه روی رأس‌های شکل در نظر می‌گیریم سپس قرینه‌ی هر یک از نقطه‌ها را به یکی از سه روش بالا، نسبت به خط تقارن در طرف دیگر مشخص می‌کنیم و آن‌ها را مانند شکل اصلی به هم وصل می‌نماییم. توجه داشته باشید که برای قرینه‌یابی بیشتر از روش «ج» استفاده می‌شود.

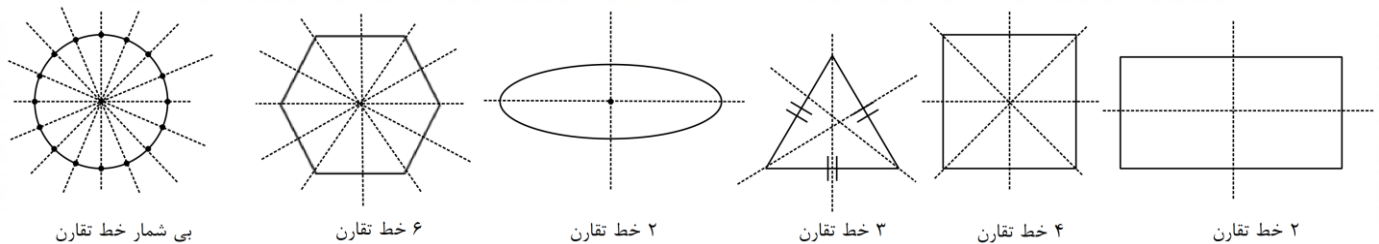
مثال: قرینه‌ی شکل روبرو را نسبت به خط (ل) به دست آورید. «برای نمونه نقطه‌ی «ن» و قرینه‌ی آن در شکل رسم شده است.»



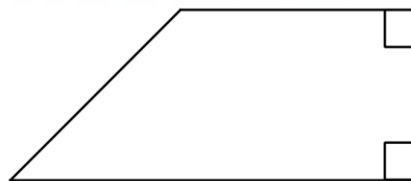
• بعضی شکل‌ها دارای یک خط تقارن هستند:



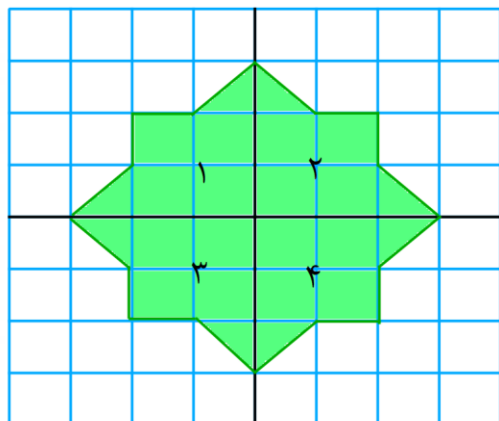
• بعضی شکل‌ها بیش از یک خط تقارن دارند:



• بعضی شکل‌ها اصلاً خط تقارن ندارند:



- خط تقارن، شکل را به دو قسمت مساوی با مساحت‌های مساوی تقسیم می‌کند. بنابراین می‌توان با به دست آوردن مساحت یک قسمت، مساحت کل شکل را به دست آورد.



$$= 5 \text{ مساحت قسمت ۱}$$

$$= 20 = 4 \times 5 \text{ مساحت کل شکل}$$

تقارن مرکزی

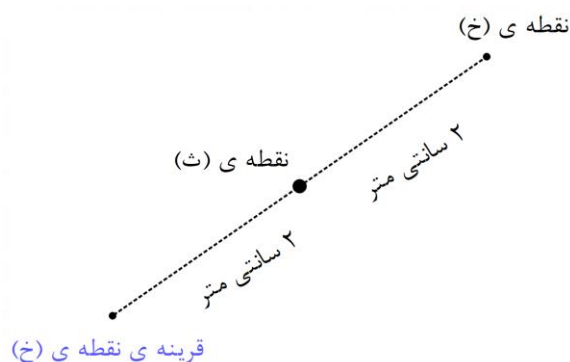
یعنی قرینه‌ی یک نقطه یا یک شکل را نسبت به یک نقطه به دست آوریم.

برای این کار از سه روش می‌توان استفاده کرد:

۱. استفاده از کاغذ شفاف: کاغذ شفاف را روی شکل یا نقطه قرار داده و تصویر شکل یا نقطه را روی آن رسم می‌کنیم، سپس کاغذ شفاف را نیم دور می‌چرخانیم. آن‌چه که کاغذ شفاف در این حالت نشان می‌دهد، قرینه‌ی شکل یا نقطه‌ی موردنظر است.

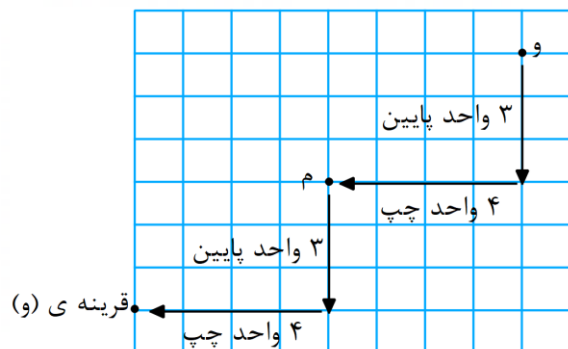
۲. استفاده از خط‌کش

مثال: برای به دست آوردن قرینه‌ی نقطه‌ی (خ) نسبت به نقطه‌ی (ث)، باید با استفاده از خط‌کش پاره‌خطی را از نقطه‌ی (خ) به نقطه‌ی (ث) وصل کرده و سپس آن پاره‌خط را به اندازه‌ی خودش در طرف دیگر نقطه‌ی (ث) ادامه داد.



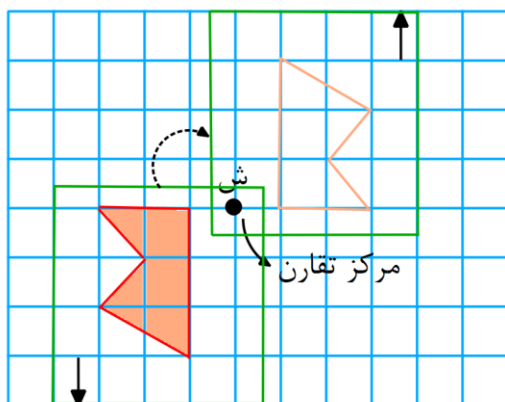
۳. می‌توان با حرکت روی خانه‌های صفحه‌ی شطرنجی قرینه‌ی نقطه‌ای را نسبت به نقطه‌ی دیگر به دست آورد.
مثال: قرینه‌ی نقطه‌ی (و) را نسبت به نقطه‌ی (م) به دست آورید.

برای به دست آوردن قرینه‌ی نقطه‌ی (و) نسبت به مرکز تقارن (م)، ۳ واحد به سمت پایین و ۴ واحد به سمت چپ حرکت کرده‌ایم، اینک همین حرکت را باید از مرکز تقارن انجام داد تا قرینه‌ی نقطه‌ی (و) به دست آید.

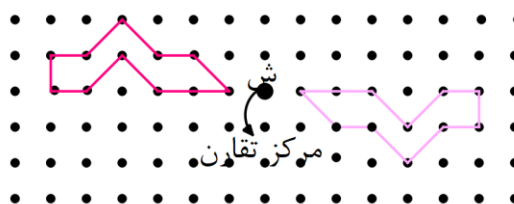


با توجه به سه روشی که در به دست آوردن قرینه‌ی یک نقطه نسبت به نقطه‌ی دیگر مرور کردیم، می‌توانیم **قرینه‌ی یک شکل** را نسبت به **یک نقطه** به دست آوریم؛ برای این کار باید چند نقطه روی رأس‌های شکل در نظر گرفت سپس هر یک از نقطه‌ها را به یکی از سه روش بالا نسبت به مرکز تقارن، در طرف دیگر نقطه قرینه کرد و در آخر نقطه‌های به دست آمده را همانند شکل اصلی به هم وصل کرد.

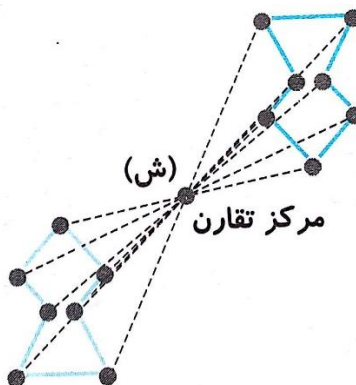
مثال: هر یک از شکل‌های زیر را نسبت به نقطه‌ی (ش) قرینه کنید.



با استفاده از کاغذ شفاف

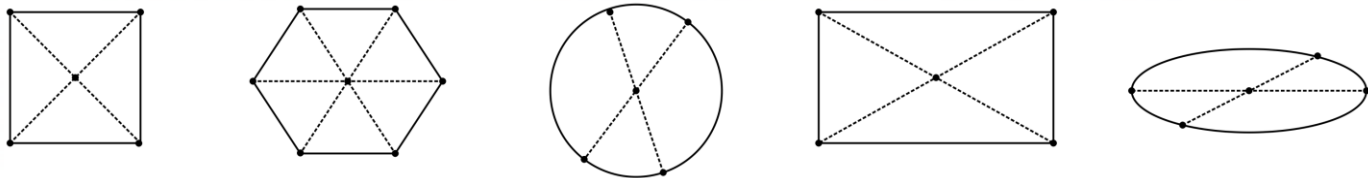


با حرکت روی نقطه‌ها



با استفاده از خط کش

نکته: در هر یک از شکل‌های زیر اگر نقطه‌ای روی محیط شکل در نظر بگیریم و آن را به نقطه‌ی مرکزی شکل وصل کنیم و از طرف دیگر به همان اندازه ادامه دهیم، می‌بینیم که قرینه‌ی نقطه در طرف دیگر روی محیط شکل قرار می‌گیرد.

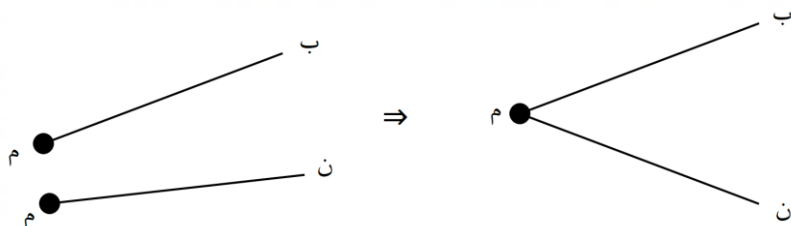


بنابراین هر یک از شکل‌های بالا **تقارن مرکزی** دارند و نقطه‌ی وسط شکل‌ها را **مرکز تقارن** می‌نامند.

زاویه و نیمساز

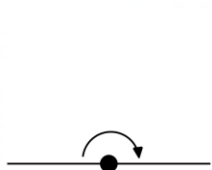
زاویه

از برخورد دو نیم‌خط در یک نقطه‌ی مشترک زاویه به وجود می‌آید.

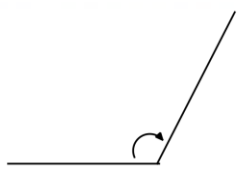


زاویه ی ب م ن

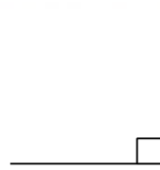
انواع زاویه



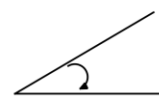
زاویه‌ی نیم صفحه
دقیقاً ۱۸۰ درجه



زاویه ی باز
بیشتر از ۹۰ درجه و کمتر از ۱۸۰ درجه



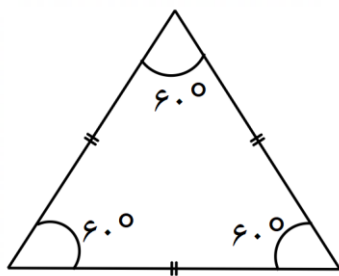
زاویه ی راست (قائمه)
دقیقاً ۹۰ درجه



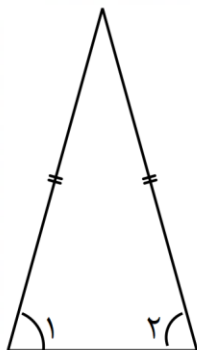
زاویه ی تند
کمتر از ۹۰ درجه

انواع مثلث

۱. **مثلث متساوی‌الاضلاع**: در این مثلث اندازه‌ی هر سه ضلع با هم برابر است و نیز اندازه‌ی هر سه زاویه برابر و مساوی ۶۰° است.

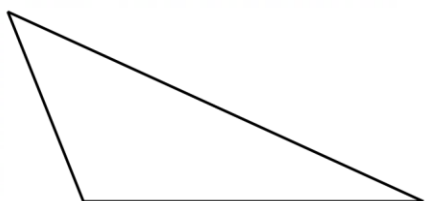


۲. **مثلث متساوی الساقین:** در این مثلث اندازه‌ی دو ضلع (ساق) با هم برابرند. و نیز اندازه‌ی دو زاویه‌ی کنار قاعده با هم مساوی هستند.

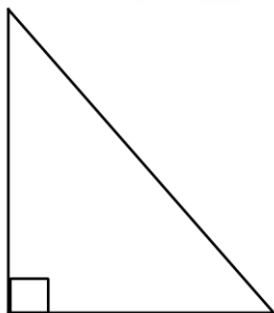


$$\text{زاویه ی ۲} = \text{زاویه ی ۱}$$

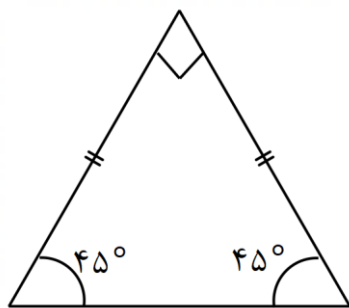
۳. **مثلث مختلف الاضلاع:** مثلثی که اندازه‌های ضلع‌ها و زاویه‌هایش متفاوت است.



۴. **مثلث قائم الزاویه:** در این مثلث یک زاویه‌ی قائمه وجود دارد و دو زاویه‌ی دیگر تند هستند.

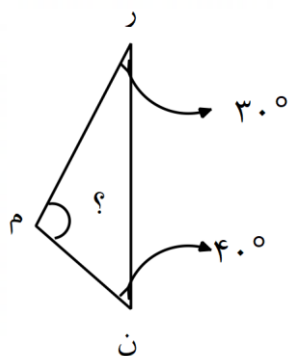


۵. **مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین:** این مثلث از ترکیب دو مثلث قائم الزاویه و متساوی الساقین به وجود آمده است. یعنی دارای یک زاویه‌ی قائمه است و دو زاویه‌ی دیگر 45° می‌باشند. اندازه‌ی دو ضلع (دو ساق) آن نیز با هم برابر است.



ویژگی مشترک بین تمام مثلث‌ها این است که مجموع زاویه‌های داخلی هر مثلث 180° (برابر با زاویه‌ی نیم-صفحه) می‌باشد.

مثال: در مثلث روبه‌رو اندازه‌ی زاویه‌ی (م) را به دست آورید.

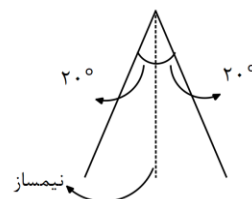
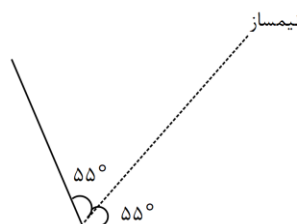
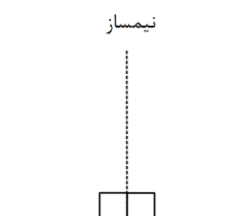
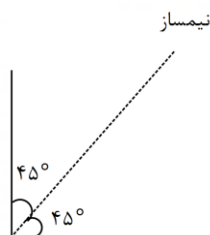


$$\hat{م} + \hat{ن} + \hat{ر} = 180^\circ$$

$$\hat{م} + 40^\circ + 30^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{م} = 180^\circ - (40^\circ + 30^\circ) = 110^\circ$$

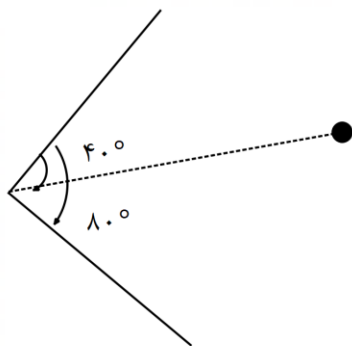
نیمساز

به نیم‌خطی که زاویه را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کند، نیمساز گویند و معمولاً آن را با خط‌چین نشان می‌دهند.

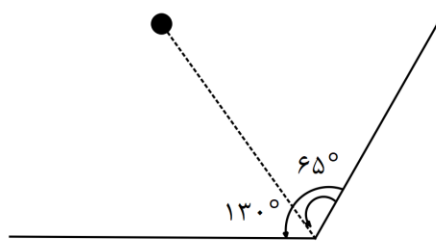


برای رسم نیمساز باید از نقاله کمک گرفت، به این صورت که اندازه‌ی کل زاویه را با تقسیم بر ۲، نصف کرد و آن را با نقطه‌ای درون زاویه نشان داد، سپس از رأس زاویه به نقطه با خط‌چین ادامه داد تا نیمساز زاویه رسم شود.

مثال: نیمساز هر یک از زاویه‌های زیر را با استفاده از نقاله رسم کنید.



$$130 \div 2 = 65$$



$$80 \div 2 = 40$$

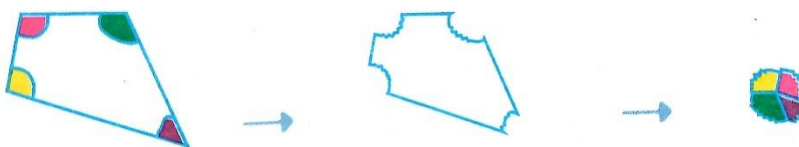
چند ضلعی ها و مجموع زاویه های آن ها: شکل هایی که از چهار ضلع درست شده اند،

چهار ضلعی ویژگی ها	مربع	لوزی	مستطیل	متوازی الاضلع	دوزنقه مختلف الاضلاع	دوزنقه متساوی الساقین	دوزنقه قائم الزاویه
ضلع های روبه رو با هم موازی اند	✓	✓	✓	✓	x	x	x
تعداد ضلع- های موازی	۲ جفت	۲ جفت	۲ جفت	۲ جفت	۱ جفت	۱ جفت	۱ جفت
ضلع های روبه رو با هم مساوی اند.	✓	✓	✓	✓	x	x	x
همه ی ضلع ها با هم مساوی- اند	✓	✓	x	x	x	x	x
زاویه های روبه رو با هم مساوی اند	✓	✓	✓	✓	x	x	x
تعداد زاویه- های مساوی	۴ تا	۲ جفت	۴ تا	۲ جفت	صفر	۲ جفت	۱ جفت
همه ی زاویه ها با هم مساوی	✓	x	✓	x	x	x	x
تعداد زاویه- های راست	۴ تا	صفر	۴ تا	صفر	صفر	صفر	۲ تا
تعداد زاویه- های تند	صفر	دو	صفر	۲ تا	۲ تا	۲ تا	یکی
تعداد زاویه- های باز	صفر	دو	صفر	۲ تا	۲ تا	۲ تا	یکی
تعداد خط- های تقارن	۴ تا	۲ تا	۲ تا	صفر	صفر	یکی	صفر

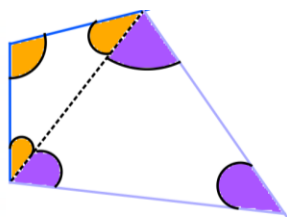
می‌توان به دلخواه چهارضلعی‌های دیگری را رسم کرد که هیچ‌کدام از ویژگی‌های ۷ نوع چهارضلعی بالا را نداشته باشد.

ویژگی مشترک بین تمام چهارضلعی‌ها این است که مجموع زاویه‌های داخلی هر چهارضلعی 360° (برابر با یک دایره‌ی کامل) می‌باشد.

یعنی اگر چهار زاویه‌ی داخلی یک چهارضلعی را ببریم و آن‌ها را در کنار هم قرار دهیم، یک دایره‌ی کامل به دست می‌آید.



هم‌چنین می‌توان با تبدیل چهارضلعی به دو مثلث متوجه شد که مجموع زاویه‌های داخلی یک چهارضلعی دو برابر مجموع زاویه‌های داخلی یک مثلث است.



$$360^\circ = 2 \times 180^\circ = \text{مجموع زاویه‌های داخلی چهارضلعی}$$

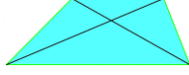
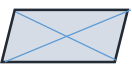
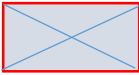
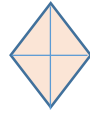
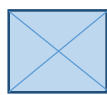
مثال: در یک دوزنقه‌ی قائم‌الزاویه اندازه‌ی زاویه‌ی تند برابر با 35° می‌باشد، اندازه‌ی زاویه‌ی باز در این چهارضلعی را به دست آورید.

پاسخ: در دوزنقه‌ی قائم‌الزاویه دو زاویه‌ی راست وجود دارد و از آن‌جا که جمع زاویه‌های داخلی چهارضلعی 360° می‌باشد، خواهیم داشت:

$$145^\circ = 360 - 215 = \text{زاویه‌ی باز} \Rightarrow 360 = 90 + 90 + 35 + \text{زاویه‌ی باز}$$

قطر و نیمساز در چهارضلعی

هر چهارضلعی دارای دو قطر می باشد، هم چنین می توان برای هر کدام از زوایه های چهارضلعی نیمسازی رسم کرد، در بعضی چهارضلعی ها مانند مربع و لوزی قطر ها نیمساز زاویه ها نیز هستند. در جدول زیر ویژگی های مربوط به قطر و نیمساز در چهارضلعی ها بیان شده است.

							چهارضلعی ها
							ویژگی ها
x	x	x	✓	✓	✓	✓	قطرها یکدیگر را نصف می کنند
x	x	x	x	x	✓	✓	قطرها بر هم عمودند
x	✓	x	x	✓	x	✓	قطرها با هم مساوی هستند
x	x	x	x	x	✓	✓	قطرها، نیمساز نیز می باشند
x	x	x	x	x	✓	✓	قطرها خط تقارن نیز می باشند