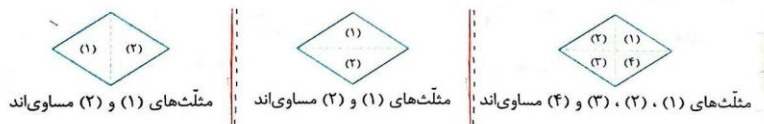


برای پیدا کردن مساحت یک لوزی، نیاز داریم که برخی از ویژگی‌های لوزی را یادآوری کنیم.

الف) قطر ها خط تقارن لوزی هستند، بنابراین هر قطر، آن را به دو مثلث مساوی و در نتیجه دو قطر، آن را به چهار مثلث مساوی تقسیم می‌کند.



ب) قطرهای لوزی بر یکدیگر عمودند و یکدیگر را نصف می‌کنند.

مساحت لوزی، با استفاده از رابطه‌ی روبه‌رو، به‌دست می‌آید.

یا به زبان ساده‌تر، مساحت لوزی برابر است با «نصف حاصل ضرب دو قطر».

مساحت لوزی روبه‌رو را به‌دست آورید.

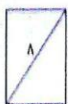
$$\Rightarrow \begin{cases} \text{قطر کوچک} = 2 \times 4 = 8 \\ \text{قطر بزرگ} = 2 \times 6 = 12 \end{cases} \Rightarrow \text{مساحت} = (8 \times 12) \div 2 = 96 \div 2 = 48$$

[نکته]

می‌دانیم، مربع همان لوزی است که قطرهای برابر دارد. بنابراین اگر اندازه‌ی یک قطر مربع را داشته باشیم، می‌توانیم مساحت آن را به‌صورت روبه‌رو، به‌دست آوریم.

شماره ۱

مساحت مربع روبه‌رو را به‌دست آورید.



$$\Rightarrow \text{قطر} = 8 \Rightarrow \text{مساحت} = (8 \times 8) \div 2 = 64 \div 2 = 32$$

مساحت ذوزنقه

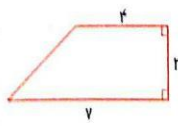


به ذوزنقه‌ی روبه‌رو و اجزای تشکیل‌دهنده‌ی آن، توجه کنید.

با داشتن اندازه‌های مشخص شده روی شکل، می‌توان مساحت ذوزنقه را از رابطه‌ی

روبه‌رو، به‌دست آورد.

مساحت ذوزنقه‌ی زیر را پیدا کنید.



$$\Rightarrow \begin{cases} \text{مجموع دو قاعده} = 4 + 7 = 11 \\ \text{ارتفاع} = 2 \end{cases} \Rightarrow \text{مساحت} = (11 \times 2) \div 2 = 22 \div 2 = 11$$

شماره ۲

محیط دایره



همان‌طور که گفته شد، منظور از محیط یک شکل هندسی، این است که دورتادور آن شکل را اندازه بگیریم. در مورد دایره نیز، همین کار را انجام می‌دهیم. برای انجام این کار، یک نقطه را روی دایره مشخص می‌کنیم و از آن جا به کمک یک متر نواری، شروع به اندازه‌گیری دور دایره می‌کنیم تا به نقطه‌ی اول باز گردیم. در واقع طول هر دور دایره، برابر با محیط آن دایره می‌باشد.

پیدا کردن محیط تقریبی دایره



اگر بخواهیم محیط تقریبی یک دایره را به‌دست آوریم، می‌توانیم تعدادی نقطه روی آن در نظر بگیریم و آن‌ها را به‌طور متوالی (پشت سرهم) با پاره‌خط، به یکدیگر وصل کنیم و سپس محیط چندضلعی ایجادشده را محاسبه کنیم.



همان‌طور که دیده می‌شود، هر چه تعداد نقاطی که روی دایره انتخاب می‌کنیم، بیش‌تر باشد، محیط چندضلعی به‌دست‌آمده، به محیط دایره نزدیک‌تر می‌شود.

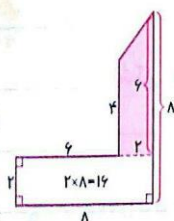
شماره ۴

[نکته]

در بسیاری از مواقع، برای پیدا کردن مساحت یک شکل، باید آن را به شکل‌هایی که مساحت آن‌ها را می‌توانیم حساب کنیم، تقسیم‌بندی کنیم و مساحت‌های به‌دست‌آمده را باهم جمع کنیم.

شماره ۳

مساحت شکل زیر را پیدا کنید. شکل را به یک مستطیل و یک ذوزنقه تقسیم می‌کنیم.



$$\text{مساحت مستطیل} = 2 \times 8 = 16$$

$$\text{مساحت ذوزنقه} = (4 + 8) \times 4 \div 2 = 12 \times 2 = 24$$

$$\text{بنابراین مساحت کل شکل برابر است با: } 16 + 24 = 40$$

تقسیم‌بندی‌ای که با تعداد شکل‌های کم‌تری ما را به جواب برساند، تقسیم‌بندی مناسب است.

معرفی عدد پی (π)



اگر یک دایره‌ی دلخواه رسم کنید و اندازه‌ی قطر و محیط آن را به‌دست آورید، خواهید دید که نسبت محیط دایره به قطر دایره، همواره عددی ثابت است که تقریباً برابر با ۳/۱۴ می‌باشد. به این عدد ثابت، عدد «پی» گفته می‌شود و آن را با نماد

$$\frac{\text{محیط دایره}}{\text{قطر دایره}} = \pi = 3/14$$

نمایش می‌دهند.

به عبارت دیگر، محیط دایره، تقریباً ۳/۱۴ برابر قطر آن است.

[نکته]

اگر شعاع یا قطر یک دایره را داشته باشیم، می‌توانیم محیط آن را از طریق رابطه‌های زیر، به‌دست آوریم.

$$\frac{3}{14} \times \text{شعاع} \times 2 = \text{محیط دایره} \quad \text{یا} \quad \frac{3}{14} \times \text{قطر} = \text{محیط دایره}$$

محیط دایره‌ای به شعاع ۳ متر، چند متر است؟

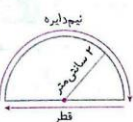
$$\text{متر} = \frac{3}{14} \times 3 \times 2 = 6 \times \frac{3}{14} = 18/14 = 1.2857$$

شماره ۵

محیط دایره‌ای به قطر ۸۰۰ سانتی‌متر، چند سانتی‌متر است؟

$$\text{سانتی‌متر} = 800 \times \frac{3}{14} = 171.42857$$

محیط شکل زیر را به‌دست آورید.



محیط این شکل، از دو قسمت تشکیل شده است. یکی قطر دایره و دیگری، نیمی از دور دایره می‌باشد.

$$\text{سانتی‌متر} = 2 \times 2 = 4$$

$$\text{سانتی‌متر} = \frac{1}{2} \times 2 \times \pi \times 2 = 2 \times \pi = 6.28$$

$$\text{سانتی‌متر} = 4 + 6.28 = 10.28$$

تعیین میزان حرکت نوک عقربه‌ی دقیقه‌شمار ساعت

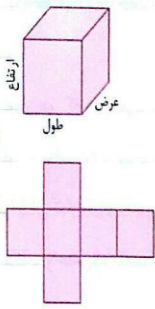


به ساعت مقابل، توجه کنید. وقتی عقربه‌ی دقیقه‌شمار شروع به حرکت می‌کند، نوک عقربه روی محیط دایره‌ی ساعت حرکت خواهد کرد. برای این که تشخیص دهیم در یک مدت‌زمان مشخص، نوک عقربه‌ی دقیقه‌شمار، چه قدر حرکت کرده است، به‌صورت زیر، عمل می‌کنیم.

الف) طول عقربه‌ی دقیقه‌شمار (شعاع دایره‌ی ساعت) را به‌دست می‌آوریم.

ب) محیط دایره‌ی ساعت را به‌دست می‌آوریم. (مسافتی که نوک عقربه، در یک دور طی می‌کند)

شماره ۶



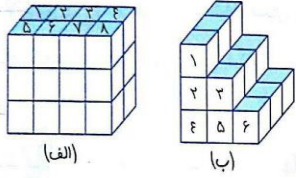
مکعب (چینه)

به شکل مقابل، مکعب (چینه) گفته می‌شود. اندازه‌ی طول، عرض و ارتفاع مکعب باهم برابر می‌باشد.

شکل باز شده‌ی (گسترده‌ی) مکعب، به صورت روبه‌رو می‌باشد.

همان‌طور که دیده می‌شود، هر مکعب، از ۶ مربع مساوی تشکیل شده است.

مثال ۱ حجم کدام یک از شکل‌های زیر، بیش‌تر است؟



شکل (الف) از ۳ ردیف ۸ تایی مکعب ساخته شده است. بنابراین:

$$\text{مکعب } 3 \times 8 = 24 = \text{حجم}$$

شکل (ب) از ۳ ردیف ۶ تایی مکعب ساخته شده است. پس:

$$\text{مکعب } 3 \times 6 = 18 = \text{حجم}$$

بنابراین حجم شکل (الف) بیش‌تر است.

شماره ۸

(ج) مدت‌زمان داده‌شده را به صورت کسری از ساعت می‌نویسیم.

(د) کسر به دست آمده را در محیط دایره‌ی ساعت، ضرب می‌کنیم.

نکته!

۶۰	محیط دایره‌ی ساعت
مدت‌زمان	مسافت طی شده

یک راه سریع، برای پیدا کردن میزان حرکت نوک عقربه‌ی دقیقه‌شمار در یک مدت‌زمان مشخص، استفاده از جدول تناسب روبه‌رو است.

دقت داشته باشید که در جدول روبه‌رو، مدت‌زمان، حتماً باید بر حسب دقیقه باشد.



مثال ۲ پس از گذشت ۱ ساعت و ۲۰ دقیقه نوک عقربه‌ی دقیقه‌شمار ساعت زیر، چند میلی‌متر حرکت می‌کند؟

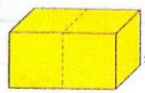
دقیقه ۸۰ = ۱ ساعت و ۲۰ دقیقه

$$\text{میلی‌متر } 3768 = 2 \times 60 \times 3 / 14 = 2 \times 60 \times 3 / 14$$

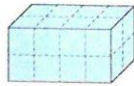
۶۰	۳۷۶۸
۸۰	?

$$\frac{60}{80} = \frac{3768}{?} \Rightarrow ? = 4 \times 1256 = 5024 \text{ میلی‌متر}$$

شماره ۷



۲ تا مکعب (۱) = حجم



۱۶ تا مکعب (۲) = حجم

همان‌طور که دیده می‌شود برای یک شکل، دو عدد مختلف برای حجم به دست آمده است. زیرا با دو مکعب مختلف حجم آن را اندازه گرفته‌ایم. بنابراین باید یک مکعب را به عنوان مکعب واحد (واحد حجم) در نظر بگیریم و حجم همه‌ی اجسام را با آن اندازه‌گیری کنیم تا برای هر جسم، یک عدد مشخص به عنوان حجم به دست آید.

مکعب واحد، یک مکعب به طول، عرض و ارتفاع یک سانتی‌متر است که حجم آن برابر با یک سانتی‌متر مکعب می‌باشد.

$$1 \text{ سانتی‌متر مکعب} = 1 \times 1 \times 1 = \text{حجم مکعب واحد} \Rightarrow 1 \text{ سانتی‌متر}$$



مثال ۲ اگر هر نشان دهنده‌ی یک مکعب واحد باشد، حجم شکل زیر،

چند سانتی‌متر مکعب است؟ (این شکل از ۱۰ مکعب واحد ساخته شده است. پس:

$$10 \text{ سانتی‌متر مکعب} = 10 \times \text{مکعب واحد} = \text{حجم شکل}$$

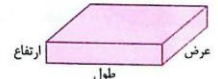
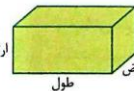
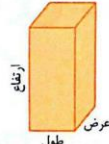
حجم مکعب مستطیل

یک راه ساده‌تر برای این‌که بتوانیم حجم یک مکعب مستطیل را پیدا کنیم، استفاده از رابطه‌ی زیر است.

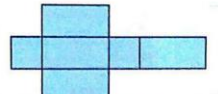
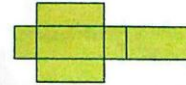
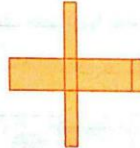
شماره ۱۰

مکعب مستطیل

به شکل‌های زیر، توجه کنید. به هریک از این شکل‌ها مکعب مستطیل گفته می‌شود.

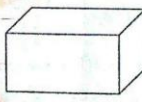


شکل باز شده‌ی (گسترده‌ی) مکعب مستطیل، حداقل از چهار مستطیل تشکیل شده است. مانند:



واحد حجم (مکعب واحد)

به مکعب مستطیل روبه‌رو، توجه کنید. می‌خواهیم حجم این مکعب مستطیل را با دو نوع مکعب روبه‌رو، به دست آوریم.



مکعب (۱)

مکعب (۲)

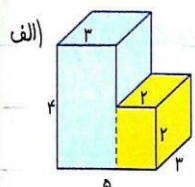
شماره ۹

حجم شکل‌های ترکیبی

گاهی اوقات برای محاسبه‌ی حجم یک شکل، باید آن را به دو یا چند مکعب یا مکعب مستطیل تقسیم کرد تا بتوان ساده‌تر،

حجم آن را به دست آورد. به مثال زیر، توجه کنید.

مثال ۵ حجم هریک از شکل‌های زیر را به دست آورید.



شکل را به دو مکعب مستطیل تقسیم می‌کنیم و حجم هریک را محاسبه و در

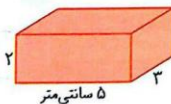
آخر، باهم جمع می‌کنیم. $12 = 2 \times 3 \times 2 = \text{حجم مکعب مستطیل سمت راست}$

$$36 = 3 \times 3 \times 4 = \text{حجم مکعب مستطیل سمت چپ}$$

$$\Rightarrow \text{حجم کل شکل} = 12 + 36 = 48$$

شماره ۱۲

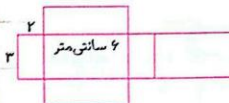
$$\text{ارتفاع} \times \text{عرض} \times \text{طول} = \text{حجم مکعب مستطیل}$$



مثال ۳ حجم مکعب مستطیل زیر، چند سانتی‌متر مکعب می‌باشد؟

$$\text{سانتی‌متر مکعب } 30 = 5 \times 3 \times 2 = \text{حجم}$$

مثال ۴ شکل زیر، گسترده‌ی یک مکعب مستطیل می‌باشد. ابتدا شکل خود مکعب مستطیل را رسم کنید و سپس حجم آن را محاسبه نمایید.



$$\text{سانتی‌متر مکعب } 36 = 6 \times 3 \times 2 = \text{حجم}$$

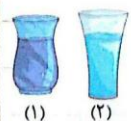
نکته!

(الف) واحد اندازه‌گیری محیط، سانتی‌متر، واحد اندازه‌گیری مساحت، سانتی‌متر مربع و واحد اندازه‌گیری حجم، سانتی‌متر مکعب است.

(ب) حجم یک شکل، با تغییر شکل ظاهری آن، تغییر نمی‌کند.

(ج) برای اندازه‌گیری حجم مایعات، مثل آب، بنزین، ... از واحد لیتر استفاده می‌کنند.

شماره ۱۱



به مقدار مایعی که درون یک ظرف جای می‌گیرد، گنجایش آن ظرف گفته می‌شود. به عنوان نمونه، مقدار آبی که درون لیوان (۱) جای می‌گیرد، بیش‌تر از مقدار آبی است که درون لیوان (۲) جای می‌گیرد. پس گنجایش لیوان (۱) بیش‌تر از گنجایش لیوان (۲) است.

واحد گنجایش (لیتر)



به پارچ روبه‌رو، توجه کنید، اگر آب درون این پارچ را داخل استکان‌های هم‌اندازه بریزیم، ۴ استکان پر می‌شود و اگر داخل لیوان‌های هم‌اندازه بریزیم، ۳ لیوان پر می‌شود. به این ترتیب، می‌توان نوشت:



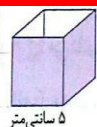
۴ استکان = گنجایش پارچ



۳ لیوان = گنجایش پارچ

همان‌طور که دیده می‌شود، ۲ عدد متفاوت برای گنجایش این پارچ به‌دست آمده است که دلیل آن، متفاوت بودن اندازه‌ی استکان و لیوان می‌باشد. برای این‌که بتوانیم گنجایش همه‌ی اجسام را با یک عدد مشخص بیان کنیم، از واحدی به‌نام لیتر استفاده می‌کنیم.

شماره ۱۴



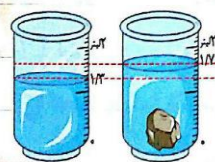
سانتی‌متر مکعب $5 \times 5 \times 5 = 125$ گنجایش هر ظرف

سانتی‌متر مکعب $5000 = 5000$ لیتر = گنجایش مخزن سوخت

ظرفی $4000 = 5000 \div 125$ = تعداد ظرف‌ها

پیدا کردن حجم اجسامی که شکل هندسی مشخصی ندارند

اگر بخواهیم حجم یک جسم که هیچ شکل مشخصی ندارد (مانند یک تکه‌سنگ) را پیدا کنیم، به‌صورت زیر عمل می‌کنیم.



اختلاف حجم‌ها

(الف) یک ظرف آب که درجه‌بندی شده است را

درنظر می‌گیریم طوری‌که اگر تکه‌سنگ را داخل آن

بیندازیم، آب آن از ظرف بیرون نریزد.

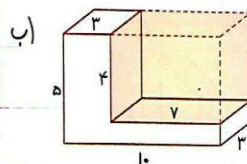
(ب) حجم اولیه‌ی آب را در ظرف یادداشت می‌کنیم.

(ج) تکه‌سنگ را داخل ظرف آب می‌اندازیم و حجم جدید آب را یادداشت می‌کنیم.

(د) حجم تکه‌سنگ، برابر با اختلاف حجم‌ها در این دو حالت است.

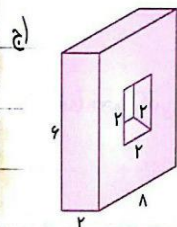
سانتی‌متر مکعب $400 = 5000 - 4600$ = سانتی‌متر مکعب $400 = 5000 - 4600$ لیتر $400 = 5000 - 4600$ = حجم تکه‌سنگ

شماره ۱۶



ب)

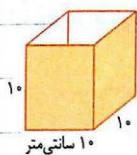
می‌توانیم شکل را به‌صورت یک مکعب مستطیل درنظر بگیریم که مکعب مستطیل رنگی، از آن برداشته شده است. $10 \times 3 \times 5 = 150$ = حجم مکعب مستطیل بزرگ $7 \times 3 \times 4 = 84$ = حجم مکعب مستطیل رنگی $150 - 84 = 66$ = حجم کل شکل $\Rightarrow$



ج)

این شکل را می‌توان به‌صورت یک مکعب مستطیل توپر درنظر گرفت که یک مکعب مستطیل از وسط آن خالی کرده‌ایم. $2 \times 8 \times 6 = 96$ = حجم مکعب مستطیل بزرگ $2 \times 2 \times 2 = 8$ = حجم مکعب مستطیل خالی شده $96 - 8 = 88$ = حجم کل شکل $\Rightarrow$

شماره ۱۳



۱۰

۱۰ سانتی‌متر

یک لیتر، برابر با مقدار مایعی است که درون مکعبی به‌ضلع ۱۰ سانتی‌متر، جا می‌شود.

یک لیتر = سانتی‌متر مکعب $10 \times 10 \times 10 = 1000$ = حجم $\Rightarrow$

همان‌طور که ملاحظه می‌شود، حجم مایعی که درون یک مکعب به‌ضلع ۱۰ سانتی‌متر جا می‌گیرد، برابر با ۱۰۰۰ سانتی‌متر مکعب می‌باشد، پس می‌توان نوشت:

سانتی‌متر مکعب $1000 = 1$ لیتر

[نکته]

برای اندازه‌گیری مقدار مایعاتی که کم‌تر از یک لیتر حجم دارند، از واحد کوچک‌تری به‌نام سانتی‌متر مکعب (سی‌سی یا میلی‌لیتر) استفاده می‌شود.



مثال ۶ گنجایش یک مخزن سوخت، ۵۰۰ لیتر است. اگر بخواهیم از داخل این مخزن، با ظرف‌هایی مکعب‌شکل

مانند زیر، سوخت برداریم، چند ظرف لازم داریم؟

شماره ۱۵

فلش کارت فصل ۶ ریاضی پنجم اندازه‌گیری