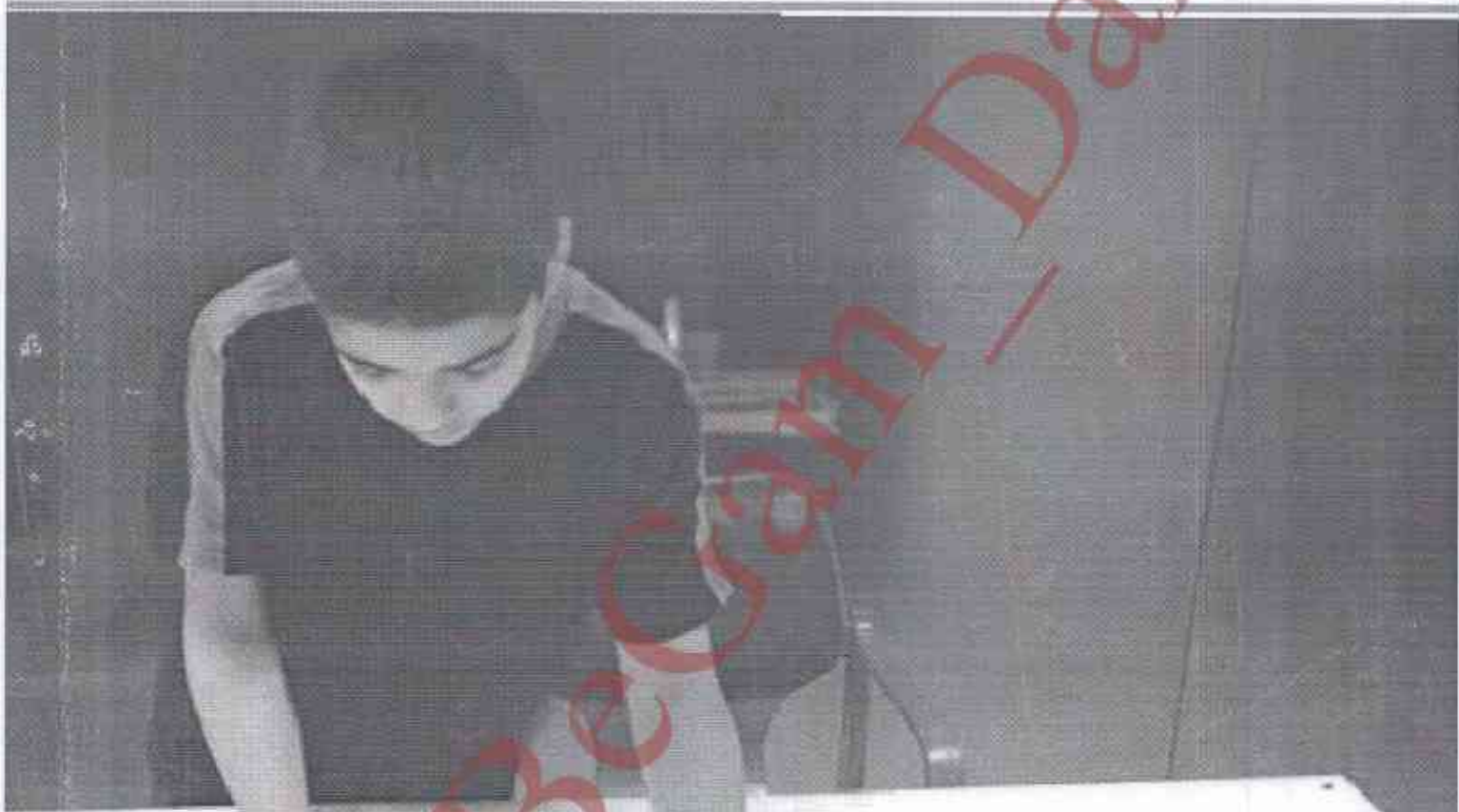


- ⊗ راهبرد رسم شکل
- ⊗ راهبرد الگوسازی
- ⊗ راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب
- ⊗ راهبرد الگویی
- ⊗ راهبرد حدس و آزمایش
- ⊗ راهبرد زیر مسئله
- ⊗ راهبرد طرح مسئله ساده‌تر
- ⊗ راهبرد روش‌های تجربی

MATH-HOME.IR

فصل ۱ راهبردهای حل مسئله



© GambeCam

راهبرد رسم شکل تفکر بصیری را تقویت می کند

کشیدن یک شکل مناسب می تواند به حل مسئله کمک یا به طور کامل آن را حل کند؛ به طوری که نیازی به نوشتن عملیات و محاسبه نباشد. ممکن است این شکل در ذهن شما باشد. منظور از رسم شکل نقاشی نیست؛ بنابراین از ترسیم های ساده برای درک بهتر و یا حل کردن مسئله استفاده کنید.

اشکال سؤال: در رسم شکل تناسب بین طول عرض رعایت نشده است

اگر یک باغچه مستطیل شکل به طول ۱۰ و عرض ۵ متر است. اگر به فاصله یک متر از لبه باغچه دور تا دور

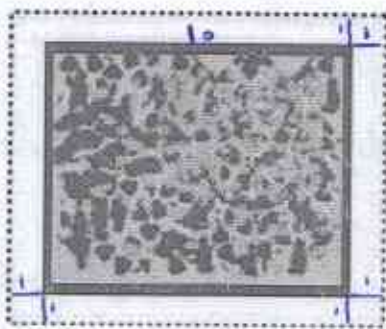
آن را نرده بکشیم، چند متر نرده احتیاج داریم؟

ابتدا یک مستطیل رسم کنید

دور آن به فاصله یک متر از هر ضلع خط بکشید.

یک مستطیل جدید به وجود می آید. طول و عرض این

مستطیل چقدر است؟ $طول = ۱۲$ $عرض = ۷$



$$(7+12) \times 2 = 38$$

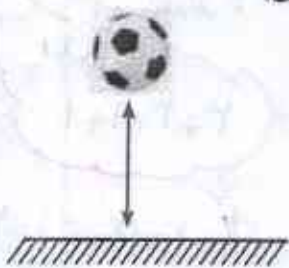


$$محیط مستطیل قبلی = 2\pi + 2(5+7)$$

۲- تویی از ارتفاع ۱۸ متری سطح زمین رها می شود و پس از زمین خوردن، نصف ارتفاع قبلی خود بالا

می آید. این تویب از لحظه رها شدن تا سومین مرتبه ای که به زمین می خورد، چند متر حرکت کرده است؟

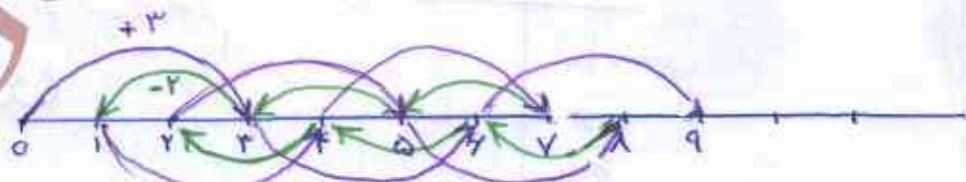
$$18 + (9+9) + (4.5 + 4.5) = 45$$



۳- قورباغه ای می خواهد از یک دیوار عمودی بالا برود. او با هر جهش ۳ متر بالا می رود و هر بار ۲ متر سر

می خورد و پایین می آید. اگر ارتفاع دیوار ۹ متر باشد، او با چند جهش به بالای دیوار می رسد؟

در پرسش آخر چون به بالای دیوار می رسد پس سرفه می خورد



$$(3-2) + (3-2) + (3-2) + (3-2) + (3-2) + (3-2) + 3 = 9$$

در بعضی مسئله‌ها لازم است همه حالت‌های ممکن را بنویسید. برای این که حالتی از قلم نیفتند، لازم است آنها را با نظم الگو و ترتیبی مشخص بنویسید. الگوسازی کمک می‌کند که مطمئن شوید همه حالت‌ها را نوشته‌اید. بنابراین در مسئله‌هایی که لازم است همه جواب‌ها و پاسخ‌های ممکن را بنویسید، می‌توانید از این راهبرد استفاده کنید.

اگر دو عدد طبیعی پیدا کنید که حاصل ضرب آنها ۲۴ و حاصل جمع آنها کمترین مقدار باشد، جدول را با یک نظم و ترتیب کامل بکشید.

اولین عدد	دومین عدد	حاصل جمع
۱	۲۴	۲۵
۲	۱۲	۱۴
۳	۸	۱۱
۴	۶	۱۰

کوچک‌ترین عدد طبیعی چیست؟ ۱
حاصل ضرب آن در چه عدد ۲۴ می‌شود؟ ۲۴
اکنون عدد طبیعی بعدی را در نظر بگیرید و به همین ترتیب عددها را پیدا کنید.

نکته: اگر عدد مورد نظر جذر داشته باشد آن دو عدد جذر مثبت آن عدد است حاصل ۳۶

عدد ۱	عدد ۲	حاصل ضرب
۱	۳۶	۳۶
۲	۱۸	۳۶
۳	۱۲	۳۶
۴	۹	۳۶
۶	۶	۳۶

۲- با انگشتان یک دست به ۵ صورت می‌توان عدد ۱ را نشان داد. به چند صورت می‌توان عدد ۲ را نشان داد؟

فرمول: $\frac{5 \times 4}{2} = 10$

①	②
۱	۲
۱	۳
۱	۴
۱	۵

تعداد ۱: ۱
تعداد ۲: ۲
تعداد ۳: ۳
تعداد ۴: ۴
تعداد ۵: ۵

۳- با سه رقم ۲ و ۳ و ۴ تمام عددهای سه رقمی ممکن را بنویسید.

۲ → ۲ × ۳ = ۶
۳ → ۳ × ۳ = ۹
۴ → ۴ × ۳ = ۱۲

۲ → ۲ × ۳ × ۳ = ۳۶
۳ → ۳ × ۳ × ۳ = ۲۷
۴ → ۴ × ۳ × ۳ = ۳۶

سوال: آیا باید هر سه عدد در عدد مورد نظر کنار هم بود؟
جواب: خیر

۴- با سکه‌های ۵۰ و ۱۰۰ تومانی به چند حالت می‌توان ۵۰۰ تومان درست کرد؟

سکه ۱۰۰ تومانی | سکه ۵۰ تومانی

۰	۵
۱	۴
۲	۳
۳	۲
۴	۱
۵	۰

سوال: آیا از هر دو سکه باید استفاده کنیم؟
جواب: آری



زمانی که داده‌های مسئله زیاد است آنچه نامطلوب است را می‌توانیم حذف کنیم

با توجه به شرایط و اطلاعات مسئله می‌توانید حالت‌های نامطلوب و نادرست را کنار بگذارید تا با حذف آنها پاسخ مسئله و یا همان حالت‌های مطلوب به دست آیند. برای پیدا کردن تمام حالت‌های ممکن می‌توانید از راهبرد الگوسازی استفاده کنید. ابتدا فهرستی از تمام حالت‌ها به دست آورید. سپس با توجه به شرایط گفته شده در مسئله، حالت‌های نامطلوب را حذف کنید.

روش اول: حاصل ضرب ۷۰ را در نظر بگیرید
روش دوم: حاصل جمع ۱۴ را در نظر بگیرید

در حل این مسئله از اعداد طبیعی استفاده شود

۱- مجموع سن سه نفر ۱۴ سال و حاصل ضرب سن آنها ۷۰ است. سن بزرگ‌ترین نفر چقدر است؟ ابتدا با راهبرد الگوسازی همه حالت‌هایی را که ضرب سه عدد طبیعی برابر ۷۰ می‌شود، بنویسید. به این جدول چه متونی باید اضافه کنید تا حالت‌های نامطلوب حذف و فقط حالت مطلوب باقی بماند؟

نفر اول	نفر دوم	نفر سوم	حاصل ضرب
۱	۱	۱۲	۱۲
۱	۲	۱۱	۲۲
۱	۳	۱۰	۳۰
۱	۴	۹	۳۶
۱	۵	۸	۴۰
۱	۶	۷	۴۲
۲	۲	۱۰	۴۰
۲	۳	۹	۵۴

نفر اول	نفر دوم	نفر سوم	حاصل جمع
۱	۱	۷۰	۷۲ X
۱	۲	۳۵	۳۸ X
۱	۵	۱۴	۲۰ X
۱	۷	۱۰	۱۸ X
۲	۵	۷	۱۴ ✓

نفر اول	نفر دوم	نفر سوم	حاصل ضرب
۲	۴	۸	۶۴
۲	۵	۷	۷۰

۲- دوست شما یک عدد حسابی کوچک‌تر از ۱۰۰ را در نظر گرفت. شما باید با طرح چند سؤال عدد مورد نظر را پیدا کنید. او فقط می‌تواند به سؤال‌های شما بله و خیر بگوید. چگونه می‌توان عدد مورد نظر را پیدا کرد؟ در واقع از ۰ تا ۹۹، ۱۰۰ عدد وجود دارد که فقط یکی مطلوب و مورد نظر است. باقی مانده نامطلوب است.

یا این توضیح کدام یک از سؤال‌های زیر مناسب‌تر است؟ چرا؟

- آیا عدد مورد نظر شما ۲۷ است؟ نامطلوب
- آیا عدد مورد نظر شما بزرگ‌تر است؟ مناسب
- آیا عدد مورد نظر شما از ۵۰ بزرگ‌تر است؟ مناسب‌تر است
- آیا عدد مورد نظر شما یک رقمی است؟ نامطلوب

با توجه به پاسخی که به سؤال‌های بالا دادید، یک روش طرح سؤال همراه یا نظم و ترتیب بیان کنید که بتوان با پرسیدن آنها به عدد مورد نظر رسید.

محدود می‌کند

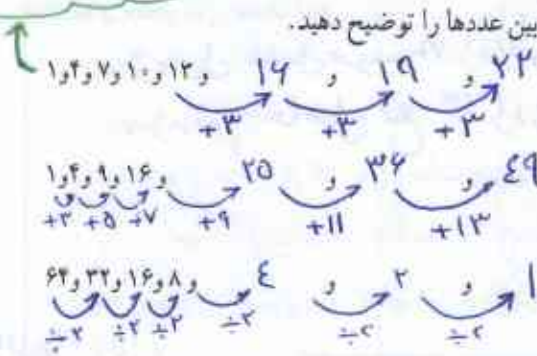
باز اهرید الگوسازی ارتباط دارد

← راهبرد الگویابی

هدف پیدا کردن جمله n ام نیست
تغییر انتقادی را راندمی دهد (رانشن آموزان قوانین مختلف را ایجاد می کنند)

در ریاضی با دو نوع الگوی عددی و یا هندسی مواجه می شویم. کشف الگو، رابطه و نظم موجود در بین دنباله های عددی و یا هندسی کمک می کند تا بتوانید خواسته مسئله را پاسخ دهید. این راهبرد در مسئله هایی کاربرد دارد که بین شکل ها و یا عددها الگو و رابطه ی خاصی وجود داشته باشد.

$(-1) \times (\text{شماره ی جمله}) + 1$

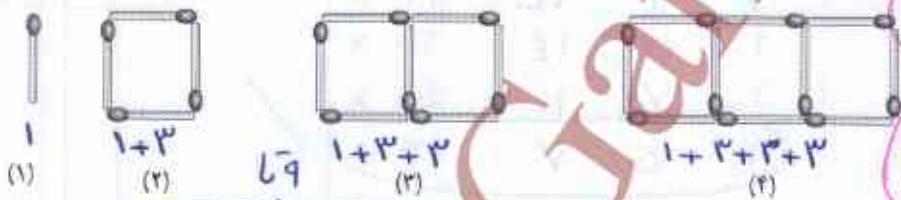


$(-2) \times (\text{شماره ی جمله}) + 2 \rightarrow 3k-2$
 $(\text{فرقش} \times \text{شماره ی جمله}) \rightarrow k^2$

$2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2$

شماره ی جمله ی کمتر
 $V-K$
 2

۲- شکل دهم با چند جوب کبریت ساخته می شود؟ چرا؟

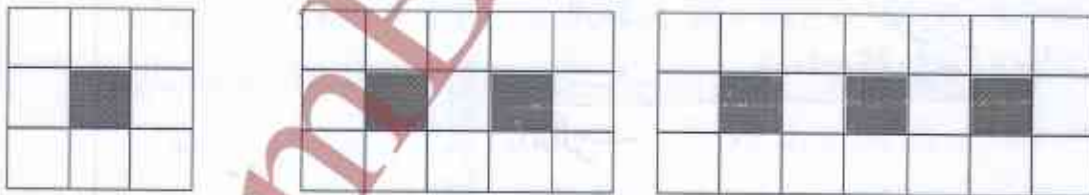


$(-1) \times (\text{شماره ی جمله}) + 1$

$(\text{شماره ی جمله}) - 2$

$1 + (3 + 3 + 3 + \dots + 3) = 1 + 2n = 2n + 1$

۳- اگر شکل ها به همین ترتیب ادامه پیدا کند، چه کسری از شکل شماره ۶، رنگی است؟



$\frac{1}{9}, \frac{2}{15}, \frac{3}{21}, \frac{4}{27}, \frac{5}{33}, \frac{6}{39}, \dots, \frac{k}{4k+3}$

جمله ی ششم

شماره ی جمله
 $\frac{3 + \text{شماره ی جمله}}{4 \times \text{شماره ی جمله}}$

راهبرد تسهیل معادله

$$3k + 2(20 - k) = 45$$

$$3k + 40 - 2k = 45$$

$$k = 5$$

ممکن است یک مسئله روش و راه حل مستقیمی نداشته باشد و با رسیدن به جواب طولانی و دشوار باشد. شما می‌توانید با یک روش منطقی و منظم پاسخ احتمالی مسئله را حدس بزنید سپس با توجه به شرایط گفته شده در مسئله حدس خود را بررسی و با توجه به نتیجه به دست آمده حدس بعدی را بزنید تا کم کم به پاسخ مسئله نزدیک شوید. برای نشان دادن حدس‌ها و آزمایش‌های خود راه حل مناسبی پیدا کنید.

۲۰ دستگاه دوچرخه و سه چرخه در یک پارکینگ وجود دارد. اگر تعداد کل چرخ‌های آنها ۴۵

باشد، چند دوچرخه و چند سه چرخه در پارکینگ وجود دارد؟

تعداد دوچرخه	تعداد سه چرخه	بررسی آزمایش
۱۰ → ۲۰	۱۰ → ۳۰	۵۰
۱۲ → ۲۴	۸ → ۲۴	۴۸
۱۵ → ۳۰	۵ → ۱۵	۴۵

نکته: حدس‌ها باید منطقی باشند

مجموع دوچرخه‌ها و سه چرخه‌ها باید ۲۰ عدد باشد



در حدس اول تعداد دوچرخه ۱۰ و تعداد سه چرخه‌ها را هم ۱۰ عدد در نظر

بگیرید.

با کامل کردن ردیف اول جدول حدس خود در بررسی و آزمایش کنید.

با توجه به نتیجه بررسی، باید تعداد سه چرخه‌ها را بیشتر کرد یا دوچرخه‌ها را؟

چرا؟ دوچرخه‌ها - چون تعداد چرخ‌ها زیاد است وقتی یک دستگاه

دوچرخه اضافه نمی‌شود! دستگاه سه چرخه هم نمی‌شود و در این بین از چرخ‌های کل کمی کم می‌شود

۲- دو زاویه متمم اند. یکی از این زاویه‌ها از ۳ برابر زاویه دیگر ۱۰ درجه بیشتر است. اندازه هر زاویه را

پیدا کنید.

A	B	بررسی
۱۰	$3 \times 10 + 10 = 40$	$10 + 40 = 50$ کم است
۲۰	$3 \times 20 + 10 = 70$	$20 + 70 = 90$

A	B	$3 \times A + 10 = B$
۱۰	۴۰	$3 \times 10 + 10 = 40$ X
۱۵	۵۵	$3 \times 15 + 10 = 55$ X
۲۰	۷۰	$3 \times 20 + 10 = 70$

۲- به جای □ چه عددی می‌توان قرار داد؟

به جای □ عددهای مختلفی را حدس بزنید، از عدد ۱ شروع کنید.

حدس	$3 \times \square + 10$	بررسی
۱۰	$3 \times 10 + 10 = 40$	زیاد است
۸	$3 \times 8 + 10 = 34$	زیاد است
۷	$3 \times 7 + 10 = 31$	✓

نهایت دست ورزی: حالت استخر را بچه‌ها بسازند تا مفهوم را بهتر درک کنند

MATH-HOME.IR

راهبرد زیر مسئله هدف نوشتن زیر مسئله‌ها هست

داشتم اموری نوشتن مسئله‌های کوچک تر سوال را بهتر درک می‌کنند

مسئله پیچیده و چند مرحله‌ای را به مسئله ساده و مرحله به مرحله تبدیل کنید. فهرستی از این زیر مسئله‌ها را درست کنید؛ سپس به ترتیب به آنها پاسخ دهید. اگر ترتیب زیر مسئله‌ها را درست تشخیص داده باشید، حل هر زیر مسئله به حل مسئله بعدی کمک می‌کند تا در نهایت به خواسته اصلی مسئله برسید.

۱- پس از آنکه هفتگی محمد، ۳۰۰۰ تومان است. او حساب کرد ۵ هفته پس انداز او، نصف قیمت کیفی است که دوست دارد بخرد. قیمت کیف چقدر است؟

$$5 \times 3000 = 15000$$

الف) پس انداز ۵ هفته چقدر می‌شود؟

ب) اگر این عدد نصف قیمت کیف باشد، قیمت کیف چقدر است؟

$$15000 \times 2 = 30000$$

می‌توانیم ارداشتم آموزش بخواهیم، آیا می‌توانید راه دیگری برای بدست آوردن مساحت

مساحت جانبی دیواره‌ها بدست آورید

۲- طول، عرض و عمق یک استخر به ترتیب ۶، ۱۲ و ۳ متر است. می‌خواهند کف و دیواره‌های این استخر را رنگ کنند. اگر برای هر متر مربع ۱۳ کیلوگرم رنگ لازم باشد، برای رنگ کردن استخر چند کیلوگرم رنگ نیاز است؟



الف) مساحت کف استخر چقدر است؟

ب) مساحت دیواره‌های به ضلع ۶ و ۳ می‌چقدر است؟

ج) مساحت ... ۱۲ ... ۳ ... ؟

د) کل استخر چقدر است

ه) مقدار رنگ لازم چقدر است؟

۳- میوه فروشی، امروز ۴۰ کیلوگرم سیب به قیمت هر کیلوگرم ۲۵۰۰ تومان و ۸۰ کیلوگرم پرتقال به قیمت هر کیلوگرم ۱۵۰۰ تومان خرید. او هر کیلوگرم سیب را ۳۰۰۰ تومان و هر کیلوگرم پرتقال را ۲۰۰۰ تومان فروخت. این میوه فروشی از این کار خود چقدر سود برده است؟



الف) برای خرید سیب چقدر است؟

ب) برای خرید پرتقال چقدر است؟

پ) کل پول پرداخت شده چقدر است؟

ت) برای فروش سیبها چقدر است؟

ث) برای فروش پرتقالها چقدر است؟

ج) کل پول فروش میوهها چقدر است؟

ح) میزان سود این میوه فروشی چقدر است؟

$$40 \times (3000 - 2500) + 80 \times (2000 - 1500) = 20000 + 40000 = 60000$$

تفکر استقاری
(تنوع فکری)

میان دو

راهبرد راهبرد دانش آموز با حل مسئله ساده تر به راه حل مسئله اصلی می برود.

راهبرد حل مسئله ساده تر دانش آموز با حل آهسته با حل مسائل راه حل ساده تر حل کند

MATH-HOME.IR

با تبدیل مسئله به زیر مسئله ارتباط دارد

برای حل بعضی از مسئله ها، ابتدا مسئله ساده تر و مرتبط با آن را حل می کنیم سپس با استفاده از نتیجه و پاسخ مسئله ساده شده جواب مسئله اصلی را به دست می آوریم. برای ساده کردن مسئله می توان از عددهای تقریبی یا عددهای کوچک تر استفاده کرد. برای نتیجه گیری و پیدا کردن پاسخ مسئله اصلی از راهبرد الگویابی استفاده می کنیم و الگوی کشف شده در مسئله ساده را به مسئله اصلی مرتبط می کنیم.

استفاده از اعداد ساده تر باعث می شود دانش آموز راه حل مسئله را پیدا کند

۱- قطر خورشید 1392530 کیلومتر و قطر کره زمین 1275616 کیلومتر است. قطر خورشید تقریباً چند برابر قطر زمین است؟

برای ساده شدن مسئله بهتر است از عددهای تقریبی استفاده کنید.
 $1392530 \approx 1000000$
 $1275616 \approx 10000$

$$1000000 \div 10000 = 100$$

$$1392530 \div 1275616 = 109,14$$



۲- حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{1024}$$

به جای حل کردن عبارت بالا ابتدا ساده شده این مسئله را پاسخ دهید.
 در پاسخ ها چه الگو و رابطه ای تشخیص می دهید که به کمک آن بتوانید پاسخ مسئله اصلی را بدون محاسبه بنویسید؟

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = \frac{4}{2}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{1024} = \frac{1023}{1024}$$

۳- اگر ۱۰ نقطه را که روی یک خط نیستند، دو به دو به هم وصل کنیم، چند باره خط به وجود می آید؟

تعداد باره خط ها در واقع مجموع تعداد ضلع ها و تعداد قطر هاست.
 یک الگو پیدا کنید و برای ۱۰ نقطه نتیجه گیری کنید.



$$2+1+0 = 3$$



$$3+2+1+0 = 6$$



$$4+3+2+1+0 = 10$$

$$9+8+7+6+5+4+3+2+1 = 45$$

$$\text{تعداد باره خط ها} = \frac{\text{تعداد نقاط} \times (\text{تعداد نقاط} - 1)}{2}$$

بسیاری از مسئله‌ها را می‌توان به کمک نمادهای جبری به یک معادله تبدیل کرد. از فصل سوم به بعد می‌توانید از این راهبرد نیز استفاده کنید. در بعضی از مسئله‌ها نیز ممکن است از مدل‌سازی هندسی استفاده کنیم. تبدیل مسئله به یک شکل هندسی و حل هندسی آن نیز نوعی روش نمادین یا مدل‌سازی به‌شمار می‌رود.

۱- صاحب ۳۰۰۰۰ تومان پول داشت. او ۴ دفتر خرید و ۲۰۰۰ تومان برایش باقی ماند. قیمت هر دفتر چقدر است؟

$$4 \times \square + 2000 = 30000$$

متن این سؤال را می‌توانید با تساوی مقابل نشان دهید.

مرجع نشان دهنده چه چیزی است؟ **قیمت هر دفتر**

اکنون می‌توانید عددی را که باید در مربع قرار گیرد حدس بزنید و آزمایش کنید.

(در فصل سوم این مسئله را به روش دیگر حل خواهید کرد)

$$1000 \rightarrow 4 \times 1000 + 2000 = 6000$$

$$3000 \rightarrow 4 \times 3000 + 2000 = 14000$$

$$6000 \rightarrow 4 \times 6000 + 2000 = 26000$$

$$7000 \rightarrow 4 \times 7000 + 2000 = 30000$$

قیمت هر دفتر ۷۰۰۰ تومان

۲- فاطمه کتاب داستانی را در ۶ ساعت مطالعه کرد و ۱۰ صفحه از آن باقی ماند. اگر این کتاب ۱۰۰ صفحه داشته

باشد، فاطمه به‌طور متوسط در هر ساعت چند صفحه از آن را مطالعه کرده است؟

$$6 \times \square + 10 = 100$$

$$5 \rightarrow 6 \times 5 + 10 = 40$$

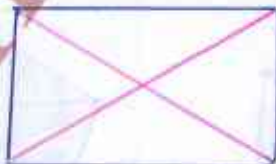
$$10 \rightarrow 6 \times 10 + 10 = 70$$

$$15 \rightarrow 6 \times 15 + 10 = 100 \checkmark$$

در هر ساعت ۱۵ صفحه مطالعه کرده است

۳- یک سالن مستطیل شکل است. می‌خواهند در مکانی از سقف این سالن درجه کولر قرار دهند. به طوری که

از ۴ گوشه آن به یک اندازه باشد. محل درجه را تعیین کنید. **مركز معارج**



مخادین سازی هندسی

مساحت $S' = a^2$ → ضلع مربع a

مرور راهبردها

$$\frac{90}{100} a \times \frac{90}{100} a = \frac{81}{100} a^2 = 81\% S \Rightarrow 100\% - 81\% = 19\%$$

از مساحت کم می‌شود

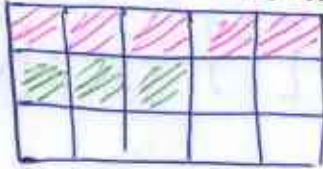
در حل این مسئله‌ها از راهبردهایی که آموخته‌اید، استفاده کنید. ممکن است در حل مسئله‌ای راه، جدیدی به ذهن شما برسد که با راهبردهای آموزش داده شده متفاوت باشد. برای حل مسئله‌ها می‌توانید از ماشین حساب استفاده کنید. در مورد راهبردهای مختلف با هم کلاسی‌های خود گفت‌وگو کنید. ممکن است یک مسئله با چند راهبردها حل شود یا چند نفر از یک راهبردها استفاده کنند ولی نحوه به کار بردن آنها متفاوت باشد. برای مثال چند نفر یک مسئله را با راهبردهای رسم شکل حل می‌کنند اما نحوه شکل کشیدن آنها ممکن است متفاوت باشد. در یک کلاس ریاضی خوب و فعال، تنوع راهبردها و راه حل وجود دارد.

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} \quad \frac{1}{5} = \frac{2}{10} \rightarrow$$

۱- $\frac{1}{3}$ دانش‌آموزان کلاسی بسکتبال و $\frac{1}{5}$ دانش‌آموزان آن کلاس فوتبال بازی می‌کنند. سایر دانش‌آموزان که تعدادشان ۱۴ نفر است، بازی آنها را تماشا می‌کنند. این کلاس چند دانش‌آموز دارد؟

$$14 \div 7 = 2$$

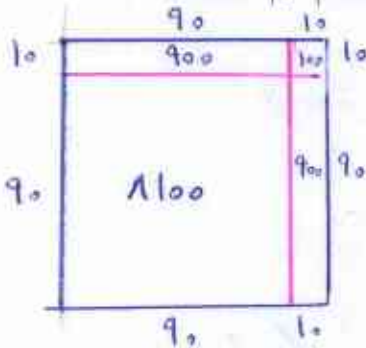
$$10 \times 2 = 20$$



$$\frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{8}{15}$$

$$\frac{7}{15} \mid 14 \rightarrow 20$$

۲- مساحت مربعی به ضلع ۱۰ سانتی‌متر، ۱ متر مربع است. اگر از ضلع مربع ۱۰ درصد کم کنیم، مساحت مربع چند درصد کم می‌شود؟



$$\frac{1900}{10000} = \frac{19}{100} = 19\%$$

رسم شکل و زیر مسئله

۳- کشاورزی زمین خود را به نسبت‌های زیر بذر باقی کرده است:
گندم: ۴۵٪ جو: ۳۷٪ ذرت: ۱۷٪
اگر مساحت زمین او ۱۵ هکتار باشد، مساحت زیر کشت هر بذر را حساب کنید.



$$\frac{45}{100} \mid 15 \Rightarrow \square = \frac{45 \times 15}{100} = 6,75$$

$$\frac{37}{100} \mid 15 \Rightarrow \square = \frac{37,5 \times 15}{100} = 5,625$$

$$15 - (6,75 + 5,625) = 2,625$$

۴- حاصل عبارت زیر را پیدا کنید.

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \dots \times \frac{1}{100}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} \Rightarrow \frac{2}{4} \times \frac{4}{8} \times \frac{8}{16} \times \dots \times \frac{101}{100}$$

$$\frac{2}{4} \times \frac{4}{8} \times \frac{8}{16} = \frac{8}{16} \rightarrow$$

راهبردهای حل مسئله

$$\frac{3}{2} \times \frac{4}{4} \times \frac{5}{4} \times \dots \times \frac{101}{100} = \frac{101}{2}$$

نکته: مخارج هر کسر را صورت کسر قبلی برابر است پس ساده می‌شود

استدلال جبری

الگویابی

در حل سوال ۵ از باسین حساب استفاده شود

$$\frac{3}{8} \times \square \rightarrow 1840$$

۱- چه تعداد از کفش‌های این کارگاه پسرانه است؟

$$\frac{3}{8} \times 4940 = 1840$$

۲- چه تعداد از کفش‌ها دخترانه است؟

$$4940 - 1840 = 3100 \quad \text{یا} \quad \frac{5}{8} \times 1840 = 3100$$

۵- در یک کارگاه تولید کفش ۲۹۶۰ جفت کفش تولید شده است. $\frac{3}{8}$ آنها پسرانه و بقیه دخترانه است. اگر قیمت هر جفت کفش پسرانه ۲۷۰۰۰ تومان و قیمت هر جفت کفش دخترانه ۳۲۰۰۰۰ تومان باشد، درآمد این کارگاه

راهبرد زیر مسئله



چقدر است؟
 (۳) قیمت کل کفش‌های دخترانه $3100 \times 32000 = 105,400,000$

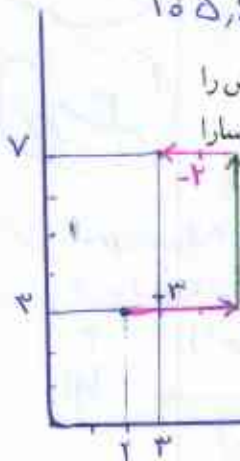
(۴) قیمت کل کفش‌های پسرانه $1840 \times 27000 = 50,120,000$

(۵) کل درآمد کارگاه چقدر است؟ $105,400,000 + 50,120,000 = 155,520,000$

راهبرد غارین سازی

۶- سارا یک بازی روی صفحه شطرنجی انجام می‌دهد. مهره او روی نقطه [۲] است. او ابتدا مهره‌اش را ۲ خانه به سمت راست، سپس ۲ خانه به سمت بالا و در انتها ۲ خانه به سمت چپ آورد. در حال حاضر مهره سارا روی کدام نقطه قرار دارد؟

راهبرد رسم شکل



$$\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{+3} \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{+4} \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \end{bmatrix} \xrightarrow{-2} \begin{bmatrix} 3 \\ 7 \end{bmatrix}$$

(مدل سازی هندسی)

۱۶	۱۶	
۱۶	۴	۴
	۴	

الگوی

$$\frac{1}{4} \rightarrow \frac{1}{16} \rightarrow \frac{1}{64}$$

$$\frac{1}{4} \times \left(\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \right) = \frac{1}{64}$$

$\frac{1}{4}$ از $\frac{1}{4}$ شکل رنگی است

۸- اگر دیوارهای یک استخر با طرح زیر کاشی کاری شده باشد، چه کسری از دیوار کاشی سبز دارد؟ طول بعضی استخر اندازیم



$$\frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

راهبرد الگوی

نکته: البته جواب نه صورت تقریبی $\frac{1}{2}$ است

اگر تعداد کاشی‌های یکی از اضلاع زوج باشد

حاصل دقیقاً برابر $\frac{1}{2}$ است و در غیر این صورت یعنی اگر هر دو ضلع

تعداد فرد کاشی داشته باشد جواب تقریباً برابر $\frac{1}{2}$ است



۹- به چند حالت حاصل ضرب ۲ عدد طبیعی ۳۶ می‌شود؟ در کدام حالت حاصل جمع، کمترین مقدار است؟ در حالت

عدد اول	عدد دوم	حاصل ضرب
۱	۳۶	۳۷
۲	۱۸	۲۰
۳	۱۲	۱۵
۴	۹	۱۳
۶	۶	۱۲

راهبرد: الگوسازی ← تمام حالت‌های ممکن را بنویسیم

تکثیر رو عددی توانمندتر نباشند

اشکال چایی

واحد
۱۰- عددی را ۵ برابر و ۳ عدد از آن کم کردیم، حاصل ۳۲ شد. عدد مورد نظر چند است؟

$\square \times 5 - 3 = 32$

ابتدا از راهبرد معادله سازی استفاده می‌کنیم
و سپس روشی را که در جدول زیر بررسی خواهد کردیم

در این قسمت برای خود فهرستی از راهبردهای کاربرد هر کدام تهیه کنید تا در هنگام حل فعالیت‌ها و مسئله‌های کتاب از آن استفاده کنید.

عدد مورد نظر ۷ است \Rightarrow

۵ $\rightarrow 5 \times 5 - 3 = 22$

۷ $\rightarrow 7 \times 5 - 3 = 32$

تصویر: ارتفاع غواص در صدف
از سطح آب



اهداف این فصل

۱- اعداد صحیح و جمع روی محور و تقریب و مقایسه‌ی اعداد صحیح که در سال هشتم آموخته‌اند را به یاد آورند و نمایش اعداد صحیح روی محورها

۲- ضرب اعداد صحیح را به یاد آورند

۳- با اعداد گویای آشنا شوند

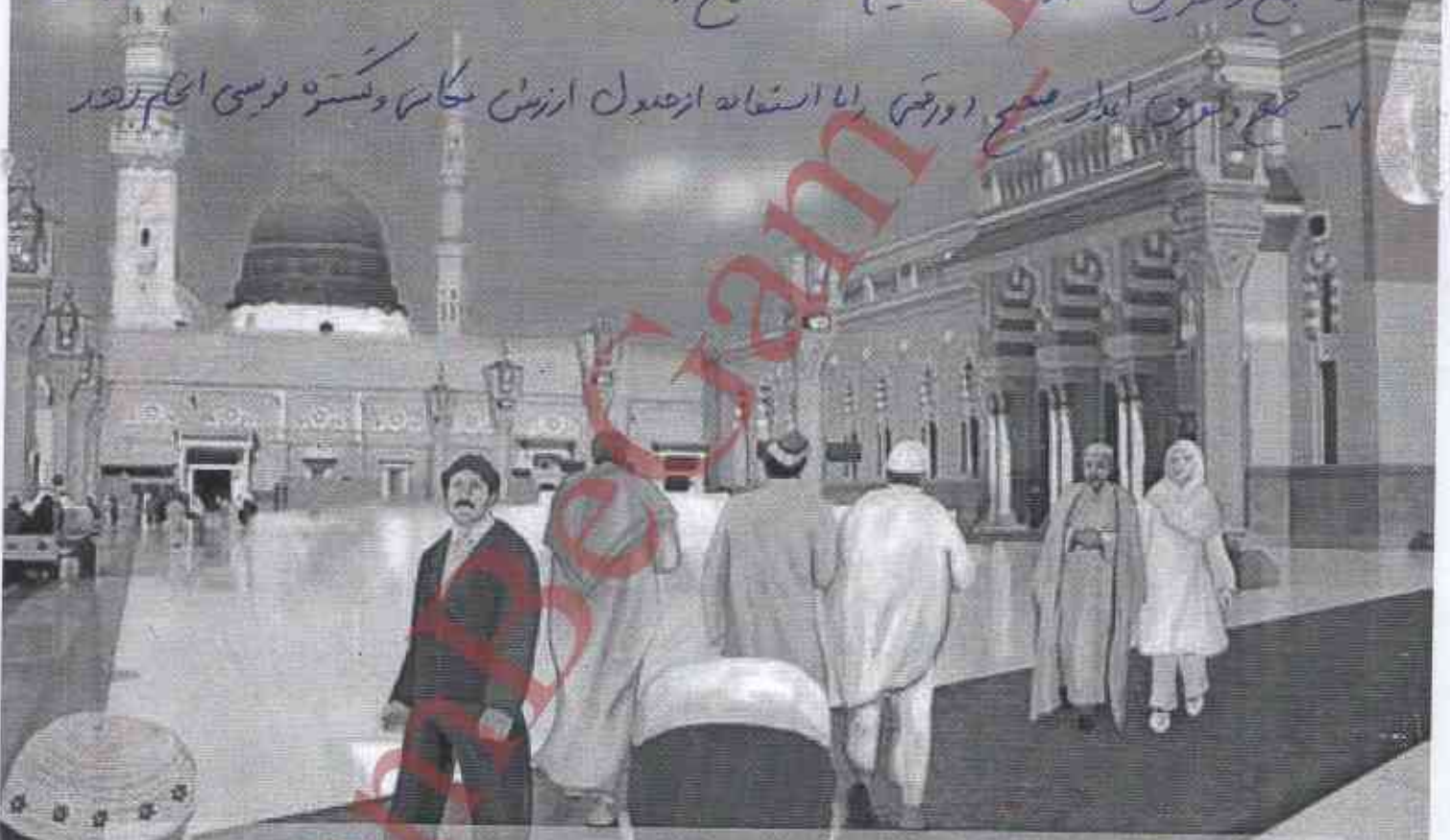
فصل ۲ عددهای صحیح

۴- خاصیت‌های جمع و عدد با تقریب آن‌ها و جمع با همسر را درک کنند

۵- با دوروش حاصل جمع و تفریق را درست آورند

۶- جمع و تفریق، ضرب و تقسیم اعداد صحیح را با استفاده از قواعد آن و با عبارت انجام دهد

۷- جمع و تفریق اعداد صحیح (دوروش) را با استفاده از جدول ارزش مکانی و کسره نویسی انجام دهد



• معرفی عددهای علامت‌دار

• جمع و تفریق عددهای صحیح (۱)

• جمع و تفریق عددهای صحیح (۲)

• ضرب و تقسیم عددهای صحیح

از عددهای صحیح (علامت‌دار) می‌توان برای بیان وضعیت سرما و گرمای هوا و همچنین

عمق و ارتفاع نسبت به سطح زمین یا سطح دریا استفاده کرد.

* گرمای هوای مدینه

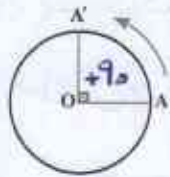
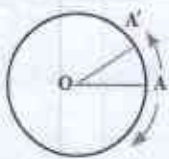
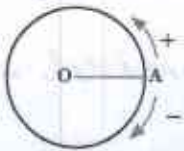
* کارهایی که در عبارت انجام

- ۱- در سال ششم اعداد صحیح معرفی شده اند و دانش آموزان شناخت کافی دارند
- ۲- در پایه ریاضی ششم نماز قرینه معرفی شده ولی قرینه‌های اعداد صحیح را نمی‌دانند

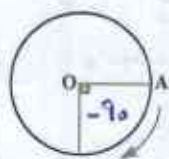
MATH-HOME.IR

معرفی عددهای علامت دار

۱- نقطه A روی محیط دایره حرکت می‌کند. در وضعیت OA زاویه صفر درجه را نشان می‌دهد. وقتی A روی دایره حرکت می‌کند تا برای مثال به نقطه A' برسد، یک زاویه درست می‌کند. با توجه به جهت های + و - نشان داده شده، مشخص کنید هر یک از زاویه‌های زیر چند درجه اند؟ با یک عدد علامت دار نشان دهید.



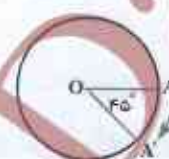
+90



-90



+135



-45



+315

۲- در سال گذشته با نمایش عددهای صحیح روی محور آشنا شدید و آموختید که عددهای منفی قرینه عددهای مثبت اند.

در ریاضی قرینه را با علامت منفی نشان می‌دهند. با کمک محور مانند نمونه تساوی‌ها را کامل کنید.

در پایه ریاضی ششم نماز قرینه

معرفی نماز قرینه

معرفی شده است



نماز قرینه

$$(+3) \text{ قرینه } = -(+3) = -3 \quad (+5) \text{ قرینه } = -(+5) = -5 \quad (+7) \text{ قرینه } = -(+7) = -7$$

$$(-4) \text{ قرینه } = -(-4) = +4 \quad (-5) \text{ قرینه } = -(-5) = +5 \quad (-8) \text{ قرینه } = -(-8) = +8$$

۳- مانند نمونه و به کمک محور بالا تساوی‌ها را کامل کنید.

$$(+5) \text{ قرینه } = -(-(+5)) = +5 \quad (+7) \text{ قرینه } = -(-(+7)) = -(-7) = +7$$

$$(-6) \text{ قرینه } = -(-(-6)) = -(+6) = -6 \quad (-7) \text{ قرینه } = -(-(-7)) = -(+7) = -7$$

از تساوی‌های بالا چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ قرین‌های هر عدد صحیح با خود آن عدد برابر است

عددهای صحیح مثبت را می‌توان به صورت مقابل نوشت:

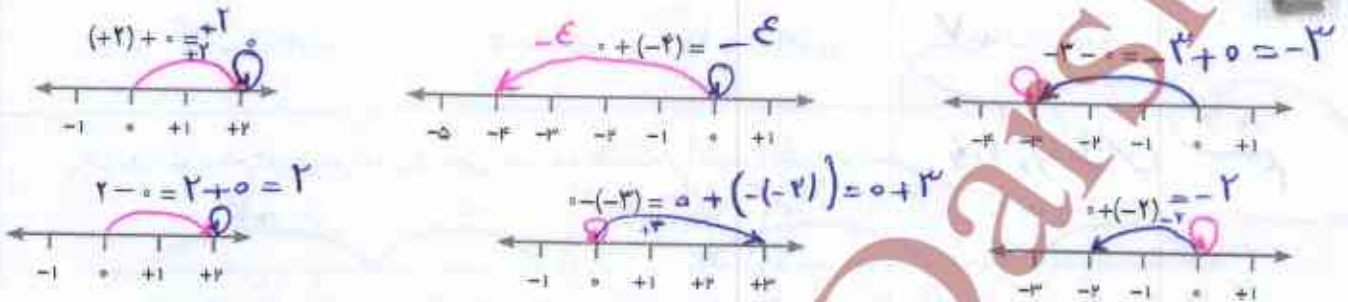
$$+3 = 3 \text{ و } +7 = 7$$

عددهای صحیح سه دسته اند: عددهای صحیح مثبت، صفر و عددهای صحیح منفی.

MATH-HOME.IR

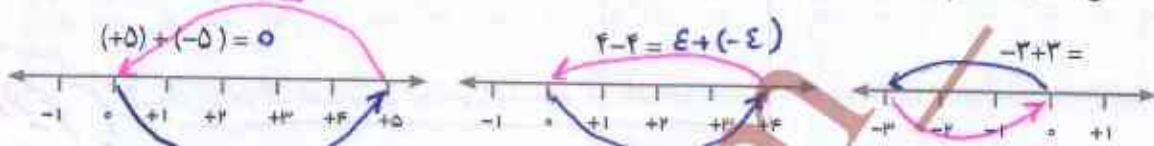
فعالیت

۱- جمع و تفریق‌ها را روی محور نشان دهید و حاصل را به دست آورید. ابتدا تفریق‌ها را به صورت جمع بنویسید.



از این فعالیت چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ جمع هر عدد با صفر برابر همان عدد است.

۲- جمع و تفریق‌ها را روی محور نشان دهید و حاصل را به دست آورید. ابتدا تفریق را به صورت جمع بنویسید.



از این فعالیت چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ حاصل جمع هر عدد با قرینه اش برابر صفر است.

فعالیت

۱- عددها را با هم مقایسه کنید.

$-4 > -8$ $-27 < 1$ $0 < -14$
 $-10 < -1$ $+7 < 7$ $+(-8) < -(+8)$

۲- مانند نمونه گسترده عددها را بنویسید.

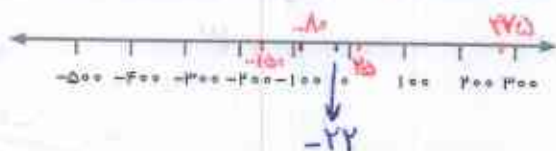
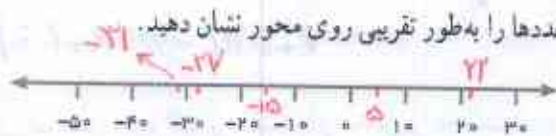
$-1081 = -1000 - 80 - 1$ $-227 = -200 - 20 - 7$ $425 = 400 + 20 + 5$
 $-2040 = -2000 - 40$

یادآوری کلاس هشتم

425 و 421 و 412 $...$ و 5 و 4 $...$ و 171 و 172

۳- عدد قبل و بعد هر یک از عددها را بنویسید.

0 و 1 0 و 1 0 و 1
 $(-1) + (+1) = 0$
 ۵ و ۲۲ و ۳۱ و ۴۷ و ۱۵ و ۵



0 و 1 0 و 1 0 و 1
 $(-1) + (+1) = 0$

نکته: بهتر است بجای دایره‌ی توپر و توخالی از \oplus و \ominus استفاده کنیم
 $\oplus \ominus \rightarrow (+1) + (-1) = 0$



MATH-HOME.IR

تساوی‌ها را کامل کنید.

$$+15=15$$

$$+20=$$

$$-(+10)=-10$$

$$-(-4)=+4$$

$$-(-(+7))=+7$$

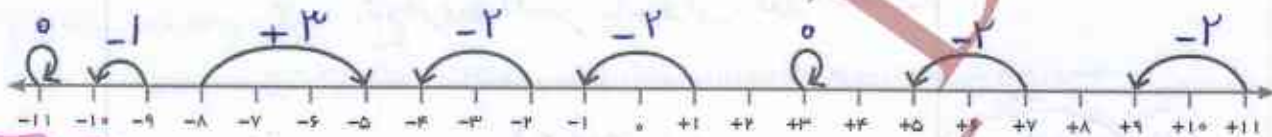
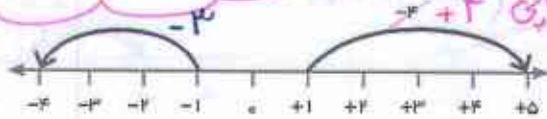
$$-(-10)=+10$$

$$+(-7)=-7$$

$$+(-4)=-4$$

یادآوری طراسن ششم

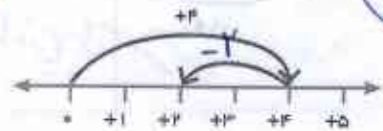
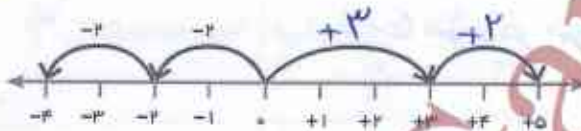
۱- مانند نمونه‌ها برای هر حرکت روی محور یک عدد علامت‌دار (مثبت یا منفی) بنویسید.



راهنما در رسم شکل

۲- وقتی دو حرکت پشت سرهم انجام می‌شود، می‌توانیم یک جمع بنویسیم. مانند نمونه برای هر حرکت یک جمع بنویسید.

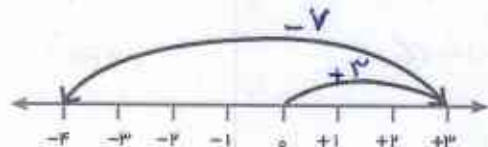
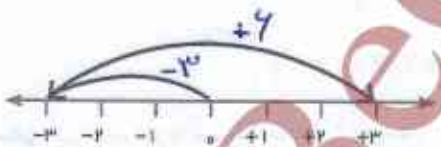
جمع اعداد صحیح



$$(+3) + (+2) = (+5)$$

$$(+3) + (+2) = (+5)$$

$$(+4) + (-3) = (+1)$$



$$(+3) + (+4) = (+7)$$

$$(+3) + (-7) = (-4)$$

اصلاح شود

$$(+4) + (-2) = 4-2$$

۳- $(+4) + (-2)$ را می‌توان به صورت تفریقی که در دوره ابتدایی می‌نوشتید، تبدیل کنید: یعنی

$$3-2 = 3+(-2)$$

تفریق را هم می‌توانیم به صورت جمع بنویسیم. مانند:

مانند نمونه‌ها را کامل کنید.

تبدیل تفریق به جمع

$$-7-4 = (-7)+(-4)$$

$$-7+(-4) = -7-4$$

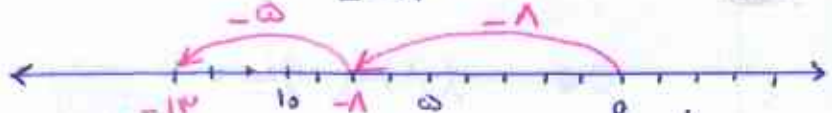
$$7-11 = 7+(-11) \quad 8-5 = 8+(-5) \quad -5-(-3) = (-5)+(-(-3)) = -5+3 = -5+(+3)$$

در دفتر خود برای هر جمع یا تفریق یک محور رسم کنید و به کمک آن حاصل را به دست آورید.

$$8+(-5) = 3$$

$$-4+(+7) = +3$$

$$-8-(+5) = -8+(-5) \quad -3-1 = -3+(-1) = -4$$



$$-8-(+5) = -8+(-5) = -13$$

$$-4 + 5 = -1$$

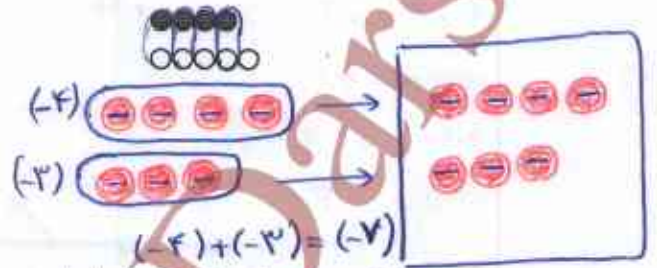


جمع و تفریق عددهای صحیح (۱)

فعالیت

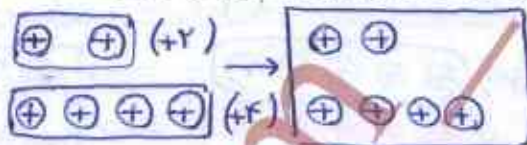
۱- اگر \bigcirc نشان دهنده $+1$ و \bullet نشان دهنده -1 باشد. مانند نمونه حاصل جمع و تفریق‌ها را با رسم دایره‌های توپر و توخالی به دست آورید. تفریق‌ها را ابتدا به جمع تبدیل کنید.

$$\begin{aligned} -4 - (-5) &= -4 + (+5) = -4 + 5 = +1 \\ -6 + 5 &= -6 + (+5) = -1 \\ -8 - 2 &= -8 + (-2) = -10 \\ -4 - (+3) &= -4 + (-3) = -7 \\ 5 + (-6) &= -1 \end{aligned}$$



۲- علاوه بر روش فوق، پیدا کردن حاصل جمع و تفریق را با محور نیز آموخته‌اید. اکنون با یکی از این دو روش، حاصل را به دست آورید. مانند نمونه برای هر کدام نتیجه را بنویسید.

$$\begin{aligned} (+2) + 4 &= +6 \\ 5 + 1 &= +6 \\ (+3) + (+2) &= +5 \end{aligned}$$



نتیجه: اگر هر دو عدد مثبت باشند حاصل جمع آنها مثل جمع دو عدد طبیعی است.

$$\begin{aligned} -3 - 4 &= -3 + (-4) = -7 \\ -4 - (+1) &= (-4) + (-1) = -5 \\ (-4) + (-2) &= -6 \end{aligned}$$



نتیجه: اگر هر دو عدد منفی باشند... حاصل جمع آن‌ها را به دست آورید و علامت حاصل منفی است

حاصل جمع و تفریق‌ها را به دست آورید.

$$\begin{aligned} (+4) + (+6) &= +10 & (+10) + (+20) &= +30 & (+100) + 200 &= +300 \\ -6 + (-7) &= -13 & (-4) - (+6) &= (-4) + (-6) = -10 & -8 - 2 &= (-8) + (-2) = -10 \\ (-40) + (-8) &= -48 & -200 + (-400) &= -600 & (-40) - (+30) &= (-40) + (-30) = -70 \\ -80 - 5 &= (-80) + (-5) = -85 & -70 - 10 &= (-70) + (-10) = -80 & -9 - 10 &= (-9) + (-10) = -19 \end{aligned}$$

با دو روشی که برای جمع و تفریق می‌شناسید، در هر قسمت حاصل جمع و تفریق‌ها را به دست آورید و نتیجه را

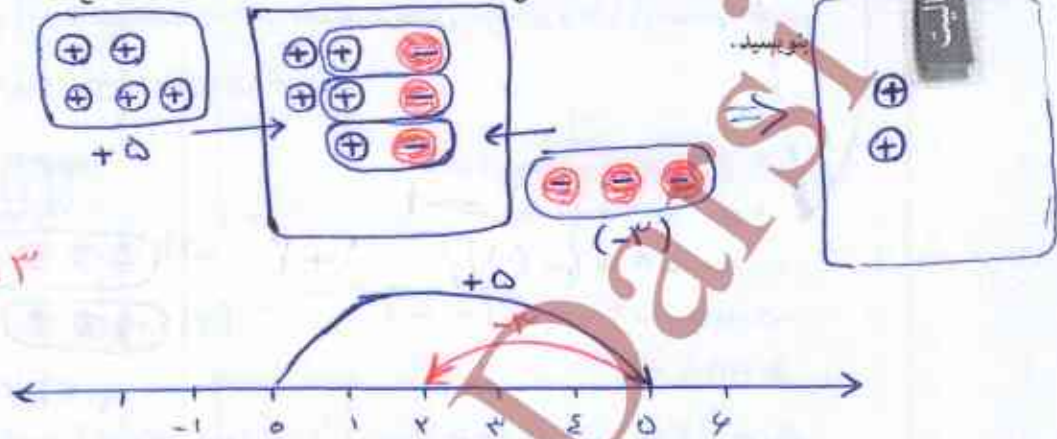
$$(+5) + (-2) = +3$$

$$4 + (-2) = +2$$

$$-4 + (+5) = +1$$

$$6 - 2 = 4 + (-2) = 2$$

$$-2 + 7 = +5$$



نتیجه: اگر در جمع دو عدد صحیح یکی از دو عدد مثبت و دیگری منفی باشد و بدون در نظر گرفتن علامت‌ها

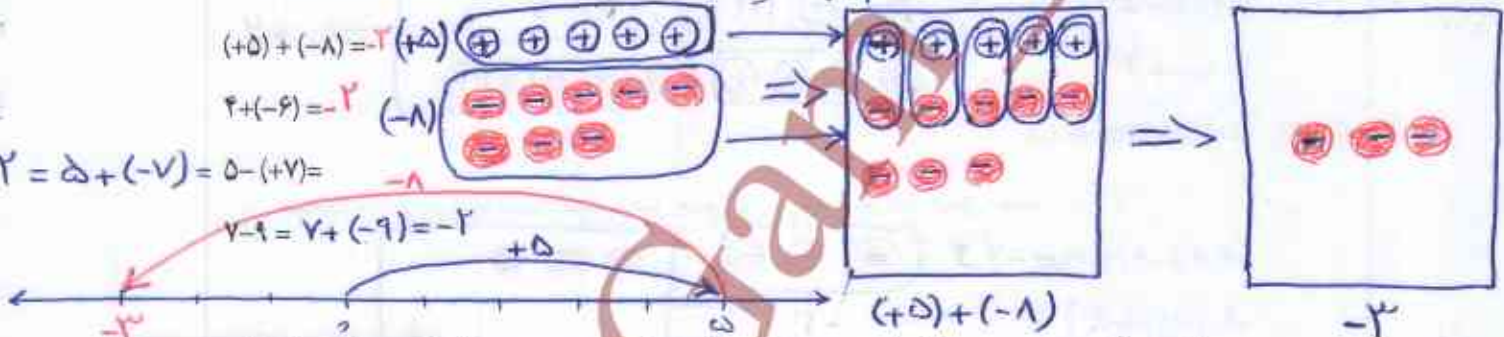
مقدار مثبت بیشتر باشد، دو عدد را از هم کم می‌کنیم و علامت حاصل مثبت است

$$(+5) + (-8) = -3$$

$$4 + (-6) = -2$$

$$-2 = 5 + (-7) = 5 - 7 = -2$$

$$7 - 9 = 7 + (-9) = -2$$



نتیجه: اگر در جمع دو عدد یکی از دو عدد مثبت و دیگری منفی باشد و بدون در نظر گرفتن علامت‌ها مقدار عدد

منفی بیشتر باشد، دو عدد را از هم کم می‌کنیم و علامت حاصل منفی است

با توجه به نتایج بالا حاصل عبارت‌ها را به دست آورید. ماتوجه به ۴ فاعله ای تم (موضعه است)

$$(+5) + (-2) = +3$$

$$-10 - (-20) = -10 + (+20) = +10$$

$$8 - 2 = 8 + (-2) = 6$$

$$(+5) + (-7) = -2$$

$$(-8) - (-4) = -8 + (+4) = -4$$

$$-20 + 10 = -10$$

$$(+9) - (+7) = 9 + (-7) = 2$$

$$-3 + 9 = +6$$

$$-18 + 10 = -8$$

$$(+10) - (-20) = 10 + (+20) = 30$$

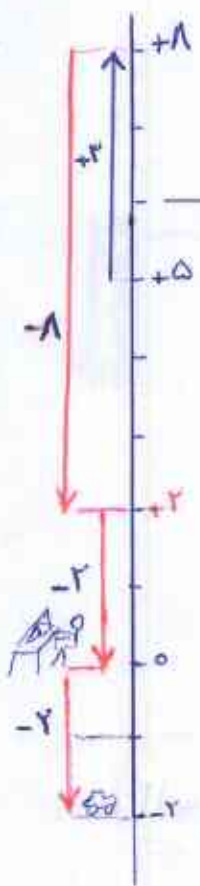
$$-200 + 100 = -100$$

$$-40 + (+10) = -30$$

سندج چند درجه از کرمان سردتر است؟ $(-4) - (+21) = (-4) + (-21) = -27$ **اصول اول**

سندج چند درجه از کرمان گرمتر است؟ $(+21) - (-4) = (+21) + (+4) = 27$ **اصول دوم** \star

سندج چند درجه از کرمان گرمتر است؟ $(-4) - (-10) = (-4) + (+10) = 6$



عددها را از کمتر به بیشتر و از چپ به راست مرتب کنید.

۲۳، ۱۲، ۳۴، ۵، ۰ و ۴۵، ۱۵، ۵، ۱ و ۲

باسخ مسئله های زیر را در دفترتان بنویسید. ۲۳، ۱۲، ۳۴، ۵، ۱، ۲، ۴۵، ۱۵، ۵، ۱ و ۲

۲- اگر طبقه هم کف یک ساختمان را با صفر و طبقه های بالای هم کف را با + و زیر هم کف را با - نشان دهیم. مسئله زیر را پاسخ دهید.

شخصی در طبقه +5 سوار آسانسور شد. ابتدا ۳ طبقه بالا رفت و پس از خرید، ۶ طبقه به پایین آمد. پس از خرید جای ۲ طبقه پایین رفت و در صندوق خرید خود را حساب کرد. سپس دوباره ۲ طبقه پایین رفت و در پارکینگ سوار ماشین خود شد. ماشین این شخص در کدام طبقه بود؟ **راهبرد رسم شکل**

۳- دمای هوای شهر کرد ۲ درجه زیر صفر است. اردبیل ۸ درجه از شهر کرد سردتر است. دمای هوای شهر اردبیل چند درجه است؟ $-2 - 8 = (-2) + (-8) = -10$

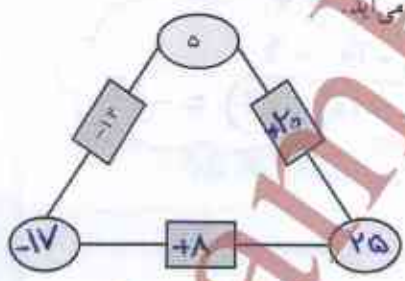
۴- دمای شهر کرمان، سندج و یاسوج به ترتیب ۲۱ درجه بالای صفر، ۶ درجه زیر صفر و ۱۰ درجه زیر صفر است. سندج چند درجه از کرمان سردتر است؟ سندج چند درجه از یاسوج گرمتر است؟

۵- در جای خالی عدد مناسب بنویسید.

$-4 + \square = -8$	$-10 + \square = 15$	$-4 + \square = -8$
$10 + \square = -5$	$10 + \square = 15$	$10 + \square = -5$
$-4 - \square = -8$	$-3 - \square = +5$	$2 - \square = -8$
$4 - \square = 10$	$4 - \square = -8$	$-6 + \square = 15$

سؤال جایزه ای

۶- در مثلث مقابل، عدد روی هر ضلع از مجموع عددهای دو رأس به دست می آید. جاهای خالی را کامل کنید.



۷- حاصل عبارت ها را به دست آورید.

$1 - (-4) = 14$	$-8 - 4 = -12$	$-16 + 15 = -1$	$-14 + 20 = +6$
$-10 - (-5) = -5$	$-10 - (+5) = -15$	$10 - 6 = 4$	$10 - 20 = -10$
$-10 - (+20) = -30$	$10 - (+5) = 5$	$10 - (-5) = 15$	$-10 - (-20) = +10$



جمع و تفریق عددهای صحیح (۲)

۱- مانند نمونه جمع و تفریق دو عدد دو رقمی را به جمع و تفریق عددهای یک رقمی تبدیل کنید.
سپس با توجه به جدول مقابل حاصل را به یک جمع تبدیل کنید.

دهگان	یکان
۳	۴
-۲	-۷
۱	-۳

$$\rightarrow 10 + (-3) = 10 - 3 = 7$$

د	ی
۲	۷
-۳	-۹
-۱	-۲

$$(-10) + (-2) = -12$$

د	ی
-۱	-۷
-۲	-۴
-۳	-۱۱

$$(-30) + (-11) = -41$$

د	ی
-۴	-۳
+۵	۱
	-۲

$$10 + (-2) = 8$$

به همین ترتیب می‌توانید جمع و تفریق چند عدد دو رقمی را انجام دهید.

د	ی
۶	۷
-۲	-۳
-۳	-۱
۱	۳

$$10 + 3 = 13$$

د	ی
-۴	۳
+۵	۱
-۳	۲
-۲	-۶

$$-20 + (-6) = -26$$

۲- حاصل عبارت‌های (ردیف اول) را با کمک ۲ قانونی که در درس قبل نتیجه گرفتید، نیز پیدا کنید. روش کار را

اسکال جایی

$$27 - 39 = 27 + (-39) = -12$$

$$-43 + 51 = +8$$

$$-17 - 24 = (-17) + (-24) = -41$$

سؤال بر

توضیح دهید.

$$27 \rightarrow 20 + 7$$

$$-39 \rightarrow -30 - 9$$

$$\frac{(-10) + (-2) = -12}{}$$

کدام یک از دو روش برای شما ساده‌تر بود؟ در این مورد در کلاس گفت‌وگو کنید.

حاصل عبارت‌ها را مانند نمونه بالا انجام دهید.

د	ی
-۲	-۴
-۳	-۹
-۹	-۱۳

$$(-90) + (-13) = -73$$

د	ی
-۸	-۱
+۳	۵
-۵	۴

$$(-50) + 4 = -46$$

د	ی
۴	۳
-۷	-۵
-۳	-۲

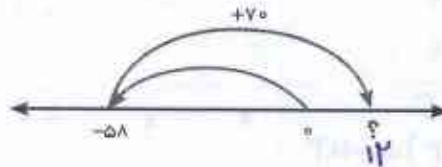
$$(-30) + (-2) = -32$$

۱- در این نمونه به کمک محور و به صورت تقریبی محل جواب و علامت آن تعیین می‌شود و از روی حرکت

اسکان جایی

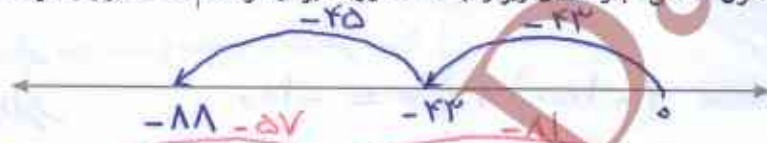
فلش‌ها می‌توان روشن محاسبه را حدس زد. با توجه شکل، حاصل مثبت و جواب $12 = 70 - 58$ است.
 $-58 + 70 = 12$

$$-58 + 70 = +12$$



اکنون حاصل عبارات‌های زیر را به دست آورید. برای هر کدام یک محور و حرکت تقریبی رسم کنید.

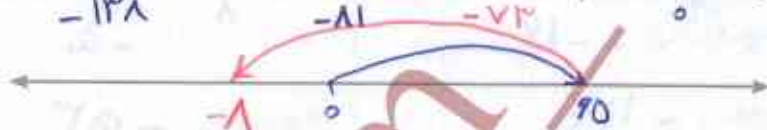
$$-42 - 45 = -87$$



$$-81 + (-57) = -138$$



$$65 - 73 = -8$$



۲- حاصل هر عبارت را به کمک ماشین حساب به دست آورید و درستی پاسخ‌های خود را بررسی کنید.

برای منفی کردن عددها از کلید $(+/-)$ استفاده کنید. این کلید عدد روی صفحه را قرینه می‌کند. برای وارد کردن

عدد -42 دکمه را به این ترتیب وارد کنید.



برای رسیدن به -42 چه راه حل دیگری دارید؟ $(+/-)$

به کمک ماشین حساب حاصل‌ها را به دست آورید

۱- بدون محاسبه کردن فقط تعیین کنید که حاصل عبارت مثبت است یا منفی.

$$-80 + 130 = +50 \quad -40 - 90 = -130 \quad 100 - 200 = -100 \quad 100 + (-50) = +50$$

۲- حاصل عبارات‌ها را مانند نمونه به صورت تقریبی به دست آورید.

$$-137 + 211 \approx -100 + 200 = 100 \quad -471 + 182 \approx -500 + 100 = -400$$

$$502 - 794 \approx 500 - 700 = -200 \quad -471 - 211 \approx -500 - 200 = -700$$

۳- حاصل دقیق عبارات‌های بالا را با ماشین حساب به دست آورید و با پاسخ خود مقایسه کنید.

$$-137 + 211 = 74$$

$$-471 + 182 = -289$$

$$502 - 794 = -292$$

$$-471 - 211 = -682$$

MATH-HOME.IR

۱- حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

$$100 + 10 + (-8) = 104$$

ص	د	ی
۱	۲	۴
-۲	-۳	-۷
-۱	-۱	-۳

$$-100 + (-10) + (-3) = -113$$

ص	د	ی
-۱	-۲	-۵
+۲	۳	۱
۱	۱	-۴

ص	د	ی
۳	۳	۱
-۲	-۵	-۷
۱	-۲	-۴

$$100 + (-20) + (-6) = 74$$



۲- یک زیر دریایی ۱۵۰ متر پایین تر از سطح دریا قرار دارد. زیر دریایی دیگری ۵۰ متر از

آن بالاتر است. ارتفاع زیر دریایی دوم نسبت به سطح دریا چند متر است؟

$$(-150) + 50 = -100$$

صورت زیر آب قرار دارد

۳- حاصل عبارت های زیر را به دست آورید. از هر روشی که می خواهید حاصل را به دست آورید.

$$(-7) + ((-4) + (-5)) = -14$$

$$(-12) + ((-9) + 17) = -5$$

$$126 - 260 = -134$$

$$(-26) + (-17) = -43$$

$$(-27) - (-8) = -27 + 8 = -19$$

$$12 + 15 - 7 = 27 - 7 = 20$$

$$15 - 9 - 8 = 6 - 8 = -2$$

$$17 - 25 - 12 = -8 - 12 = -20$$

۴- ساختمانی از ۷ طبقه روی هم کف و ۳ طبقه زیر هم کف تشکیل شده است. احمد در طبقه ۲- است. او ابتدا ۳

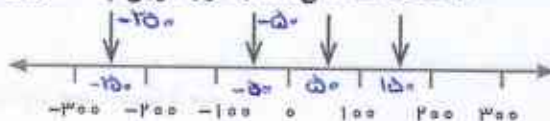
راهبر رسم شکل

طبقه بالا رفت. سپس ۲ طبقه پایین آمد و از آنجا ۵ طبقه بالا رفت. احمد هم اکنون در کدام طبقه است؟

$$(-2) + 3 + (-2) + (5) = 4$$



۵- نقاط مشخص شده به طور تقریبی چه عددی را نشان می دهند؟



سؤال چهارم

۶- حاصل عبارت های زیر را به صورت تقریبی به دست آورید.

$$-71 + 59 \approx -70 + 60 = -10$$

$$-13 - 48 \approx -10 - 50 = -60$$

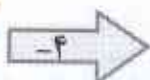
$$-41 + 27 - 12 \approx -40 + 30 - 10 = -20$$

$$27 - 71 \approx 30 - 70 = -40$$

حاصل هر عبارت را با مانسین حساب به دست آورید و با پاسخ خود مقایسه کنید.

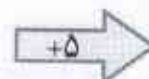
۷- جاهای خالی را کامل کنید.

-۸	۷	۲
۱۰	۰	-۳
-۲	۸	۵



-12	۲	۰
۶	-۴	-۷
-۹	۲	۱

-۱۰
۰
-۱۳



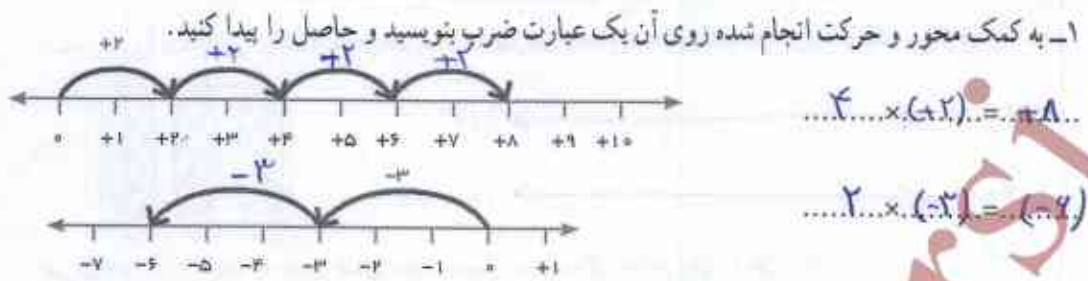
-۵
۵
-۸

کمی از عجایب و نواقص این روش این هست که ما می دانیم $3 \times (-1) = -3$ می شود ولی چرا $(-1) \times 3 = -3$ اگر چنانچه خاصیت جابجایی ضرب را بپذیریم پس با توجه به شکل چون $2 \times (-3) = -6$ پس حاصل $(-3) \times 2 = -6$

MATH-HOME.IR

ضرب و تقسیم عددهای صحیح

فعالیت



سوال: آیا سردا (-1) یا (-1) تا سه برابر است

۲- اگر فرض کنیم هر ۰ یعنی +1 پس ۳ تا ۰ مساوی ۳ تا (+1) یعنی +3، پس: $3 \times (+1) = +3$
 هر ۰ یعنی -1 پس ۳ تا ۰ یعنی ۳ تا (-1) یعنی -3، پس: $3 \times (-1) = -3$
 حالا تساوی ها را کامل کنید. نتیجه را در عددی ضرب صورت آن اقرنینی کنید تا سه برابر است

$4 \times (-1) = -4$ $5 \times (+1) = 5$ $6 \times (-1) = -6$
 $-7 = 7 \times (-1)$ $+6 = 6 \times (+1)$ $-1 = 1 \times (-1)$

۳- مانند نمونه ها حاصل ضرب ها را بدست آورید.

$(+4) \times (+2) = 4 \times 2 = 8$ $(+5) \times (+3) = 5 \times 3 = 15$
 مثلاً یک در (-3) ضرب شده پس حاصل قریندی (-2) می شود $\Rightarrow (-1) \times (-3) = -(-3) = +3$
 $(+4) \times (-3) = 4 \times 3 \times (-1) = 12 \times (-1) = -12$
 $(+3) \times (-7) = 3 \times 7 \times (-1) = 21 \times (-1) = -21$ $(+2) \times (-8) = 2 \times 8 \times (-1) = 16 \times (-1) = -16$
 $(-4) \times (+3) = -1 \times 4 \times 3 = -1 \times 12 = -12$
 $(-2) \times (+5) = (-1) \times 2 \times 5 = (-1) \times 10 = -10$ $-3 \times (+6) = (-1) \times 3 \times 6 = (-1) \times 18 = -18$
 $(-2) \times (-4) = -1 \times 2 \times 4 \times (-1) = -1 \times 8 \times (-1) = -(-8) = +8$

کار و کلاس

با توجه به فعالیت بالا جدول مقابل را کامل کنید.

x	+	-
+	+	-
-	-	+

به کمک آن حاصل ضرب ها را بنویسید.

$-4 \times (-8) = + 32$ $(+5) \times (-3) = -15$ $(-6) \times (-7) = + 42$
 $(+8) \times (+5) = + 40$ $(-4) \times (+3) = -12$ $-7 \times 5 = - 35$

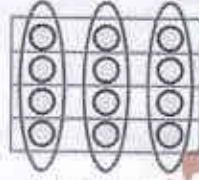
درصل روشن بسیار دیدی است



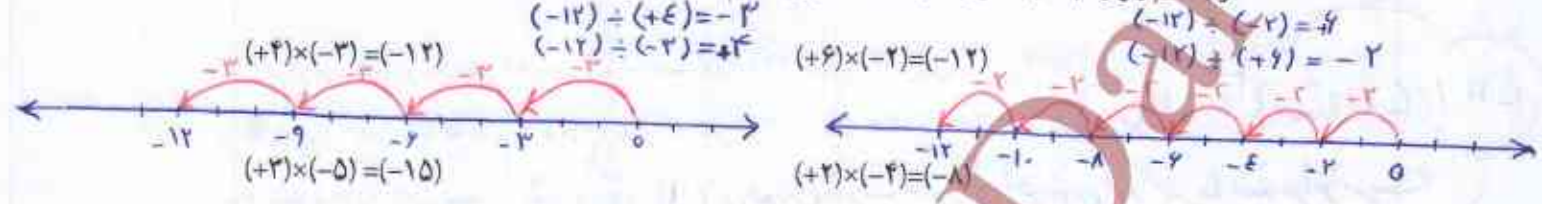
۱- در دوره دبستان برای نشان دادن ضرب و تقسیم عددها، از شکلی مانند نمونه زیر استفاده می‌کردید.

$$3 \times 4 = 12 \quad \longleftrightarrow \quad 12 \div 4 = 3$$

$$4 \times 3 = 12 \quad \longleftrightarrow \quad 12 \div 3 = 4$$



ضرب‌های زیر را ابتدا با محور نشان دهید. سپس تقسیم‌های متناظرشان را بنویسید.



بدون استفاده از محور برای هر یک از ضرب‌های فوق تقسیم دیگری بنویسید.

۲- با توجه به تقسیم‌های بالا جدول زیر را برای تقسیم دو عدد کامل کنید و حاصل تقسیم‌ها را به دست آورید.

÷	+	-
+	+	-
-	-	+

$$(-12) \div (+2) = -6 \quad (+21) \div (-3) = -7$$

$$(-14) \div (-7) = +2 \quad (+21) \div (+7) = +3$$

۱- حاصل عبارت‌ها را به دست آورید.

$$(-2) \times (-4) \div (+8) = +1$$

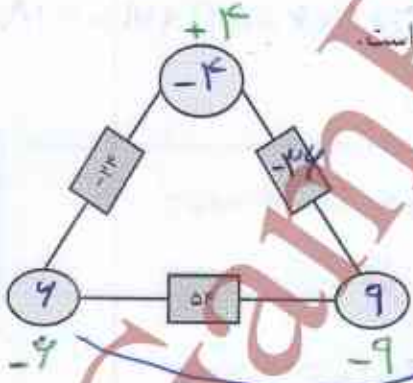
$$(-14) \div (+7) \times (-3) = +6$$

$$(-12) \div (-3) \div (-2) = +2$$

$$(28 \div (-4)) \times (+3) = -21$$

در انجام تقسیم و ضرب
الویت از سمت چپ است

۲- حاصل ضرب عددهای روی رأس‌های مثلث، روی هر ضلع نوشته شده است.



جاهای خالی را کامل کنید. سوال چند جواب دارد

$$\{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6\}$$

۳- الگوهای عددی را کامل کنید.

- ۲۱ و ۱۸ و ۱۵ و ۱۲ و ۹ و ۶ و ۳ و ۰ و -۳ و -۶ و -۹ و -۱۲
- ۱۵ و -۱۵ و -۵ و ۵ و ۱۰ و ۱۵ و ۲۰ و ۲۵ و ۳۰ و ۳۵

MATH-HOME.IR

۱- جملات زیر را کامل کنید.

- اگر حاصل ضرب یک عدد طبیعی در یک عدد صحیح، منفی شود، آن عدد صحیح ... است.

- اگر حاصل تقسیم دو عدد صحیح بر هم عددی منفی شود، یکی از آن عددهای صحیح ... و دیگری ... است.

مثال $-27 \times (-24) \times (-25) \times \dots \times 20 = 0$ است.

- اگر حاصل تقسیم دو عدد صحیح مثبت باشد، ضرب آن دو عدد صحیح ... است.

$$\begin{cases} 24 \div 4 = 4 \\ (-10) \div (-2) = +5 \end{cases}$$

۲- بدون محاسبه مشخص کنید که حاصل عبارت مثبت یا منفی است؟

$$(-41 - 80) \times (-50 + 60) = -390$$

$$(-27 + 50) \times (-40 + 40) = -420$$

فعل علامت مهم است

$$(-80 - 40) \times (-40 \div 5) = + 960$$

$$(-8 + 4) \times (-2 \times 3) = + 12$$

اشکال جایز منفرجه شود

۳- در جاهای خالی عدد مناسب بنویسید.

$$(-200) \div (-10) = 20$$

$$-40 \div (+5) = -8$$

$$(+100) \div (-5) = -20$$

$$1 \times (-12) = -12$$

$$20 \div (-5) = -4$$

$$-8 \times (-10) = 80$$

$$-100 \div (-5) = 20$$

$$(-12) \times 1 = -12$$

۴- همه پاسخ‌های ممکن برای عبارت $\square \times \triangle = -12$ را بنویسید. راهبرد جدول نظام دار (الگوسازی) تعداد جوابها $2 \times 2 = 12$

$$\begin{cases} 2 \times (-6) = -12 \\ (-6) \times 2 = -12 \\ 3 \times (-4) = -12 \\ (-4) \times 3 = -12 \end{cases}$$

۵- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$((-2) + (+4)) \times (-5) = (-2)$$

$$((+2) + (-7)) + (-5) = +1$$

در پاسخ‌های بالا اگر علامت دو عدد را عوض کنیم تعداد پاسخ‌ها دو برابر می‌شود

$$(-5 - 4) \times (-6) = (+54)$$

$$-5 \times (-4 + (-3)) = +5$$

کتاب و ناسفزه

۶- قطاری از مشهد به سوی تهران در یک مسیر مستقیم در حال حرکت است. طول مسیر ۱۲۰۰ کیلومتر است و قطار در هر ساعت ۶۰ کیلومتر حرکت می‌کند. شهر شاهرود را که در نیمه راه است، مبدأ مقایسه در نظر بگیرید. زمان رسیدن به شاهرود را صفر و قبل از آن را منفی و بعد از آن را مثبت در نظر بگیرید و به سؤال‌های زیر پاسخ دهید:

قرار دار: ساعت ۱۲ شب
مبدأ زمان در نظر می‌گیریم



قطار چه ساعتی از مشهد حرکت کرده است؟ ۲ بعد از ظهر

چه ساعتی به تهران می‌رسد؟ ۱۰ صبح فردا

قطار در ساعت ۳- در چه فاصله‌ای از شاهرود بوده است؟ ۱۸۰ کیلومتری

در چه ساعتی ۲۴۰ کیلومتر بعد از شاهرود است؟ ساعت ۵ صبح ۳۰۰ کیلومتر

اصلاح شود

جدول زیر را کامل کنید.

$$\begin{aligned} (-10) \times (40) &= -400 \\ -9 \times 60 &= -540 \\ -8 \times 40 &= -320 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 9 \times 60 &= 540 \\ 10 \times 60 &= 600 \end{aligned}$$

زمان بر حسب ساعت	-10	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8	10
مکان قطار نسبت به شاهرود	-600	-480	-360	-240	-120	0	120	240	360	480	600

شاهرود

$$\begin{array}{r} 1 \quad 40 \\ \hline \square \quad 220 \\ \hline \square = 3 \frac{2}{3} \text{ ساعت} \\ \square = 3 \frac{4}{5} \end{array}$$

- در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید. برای هر کدام یک مثال بزنید.
- عدد علامت‌دار
 - عدد صحیح
 - قرینه عدد
 - گسترده عدد صحیح
- در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.
- قرار دادی برای جهت‌های مثبت و منفی
 - محور عددهای صحیح و مرتب کردن عددهای صحیح (مثبت - صفر - منفی)
 - قرینه قرینه یک عدد صحیح
 - صحیح مثبت همان عدد طبیعی است.
 - تبدیل تفریق به جمع
 - جمع و تفریق روی محور
 - جمع و تفریق با دایره‌های توپر و خالی
 - مقایسه و ترتیب کردن عددهای صحیح
 - جمع و تفریق دو عدد صحیح
 - ضرب و تقسیم دو عدد صحیح
 - انجام عملیات عددهای صحیح به صورت ذهنی
 - انجام عملیات عددهای صحیح به صورت تقریبی و با ماشین حساب
 - حل مسائل مربوط به عددهای صحیح

کاربرد این درس را در فصل‌های سوم (عبارت‌های جبری) خواهید دید.
این درس در زندگی روزمره در بیان عددهای علامت‌دار مثل درجه هوا، ارتفاع نسبت به سطح دریا و ... کاربرد دارد. شما می‌توانید کاربردهای دیگری برای آن پیدا کنید.

در صورتی که تمرین‌های زیر را بتوانید انجام دهید، مطمئن می‌شوید این این فصل را به خوبی یاد گرفته‌اید.

$$\begin{array}{r}
 +90 \\
 -9 \\
 -10 \\
 \hline
 (-18+2) \times (-3-7) + (-6) = +84 \quad -8 - (-4) = -8 + 4 = -4 \\
 -14 - (-4) = -14 - 4 = -20 \quad -20 + 5 = -15 \quad -100 + 20 - 4 = -180 - 4 = -184
 \end{array}$$

۲- دمای هوا در تبریز دو درجه زیر صفر و دمای اردبیل ۳ برابر آن است. میانگین دمای این دو شهر چند درجه است؟

دمای هوای اردبیل $3 \times (-2) = -6$

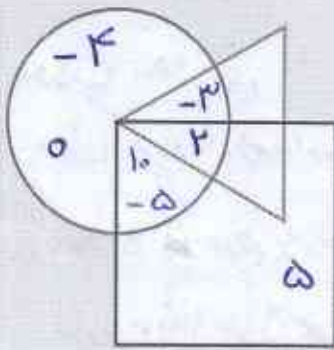
میانگین $\frac{(-4) + (-2)}{2} = \frac{-6}{2} = -3$

تمرین های دوره ای

۱- الگوهای عددی زیر را ادامه دهید. الگو را به فارسی توضیح دهید. در الگوی اول اعداد سه واحد بزرگتر می شوند و علامت آن ها در الگوی دوم اعداد زوج مثبت باشند $(-1)^{k+1} \times 3k$ و در الگوی سوم اعداد فرد منفی و اعداد زوج مثبت و در الگوی چهارم اعداد فرد مثبت و اعداد زوج منفی می شوند

۲- عددهای متوالی و ۲۲ و ۱۷ و ۷ و ۲ پنج تا پنج تا افزایش پیدا می کنند. در توالی دیگر و ۲۴ و ۱۷ و ۱۰ هم عددها هفت تا هفت تا افزایش پیدا می کنند. عدد ۱۷ در هر دو توالی مشترک است. عدد مشترک بعدی کدام است؟

عدد بعدی ۵۲ است $17 + 35 = 52 \Rightarrow [5, 7] = 35$ ک ۳۰



سوال با سطح باز است

- ۳- با توجه به شرایط زیر عددهای داخل شکل ها را مشخص کنید.
- عدد ۲ داخل هر سه شکل است.
 - عدد ۳ داخل دایره و مثلث است ولی در مربع نیست.
 - عددهای ۱ و ۵ در مربع و دایره اند ولی در مثلث نیستند.
 - حاصل جمع عددهای داخل دایره صفر است و ۶ عدد در دایره قرار دارد.
 - فقط ۵ داخل مربع است و ۴ فقط داخل دایره است.
 - جمع عددهای داخل مثلث نیز صفر است و ۴ عدد داخل آن قرار دارد.

۴- در شهر همدان در یک شبانه روز باییزی حداقل دما ۸- درجه و حداکثر آن ۱۲+ درجه است. میانگین دما چند درجه

میانگین $8 - 1 = 2$ $8 + 12 = 4$ $(-1) + (+12) = 4$ است؟

۵- حاصل عبارت ها را به دست آورید.

$$27 \times 15 - 7 = 20$$

$$13 - 8 + 4 = 9$$

$$15 - 9 - 8 = -2$$

$$(-4 - 3) \times (-8) = +56$$

$$(-5 - 6) \times (-2) = (+22)$$

$$(-1) \times (-2) \times (-3) = -6$$

۶- دو عدد صحیح پیدا کنید که حاصل ضرب آنها ۲۴ و حاصل جمع آنها کمترین مقدار ممکن باشد. الگوسازی انجام شود

جواب $(-1) \times (-24) = 24$ و حاصل جمع آن ها -25 است

۷- در روز درخت کاری ۱۸۰ نهال درخت کاشته شد. ۴۰٪ این درختان کاج بودند. چند درخت کاج کاشته شده است؟

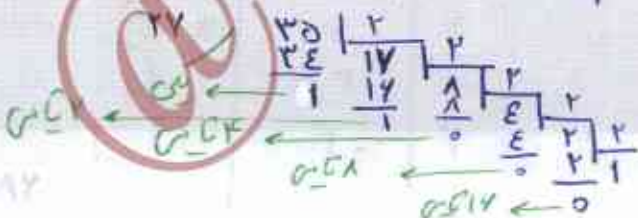
تعداد درخت کاج $40 \mid 180 \Rightarrow \square = 72$

۸- ۳۵ مهره را به دسته های ۲ تایی تقسیم کردیم. با هر دو دسته دو تایی یک دسته چهار تایی درست کردیم. با هر دو دسته ۴ تایی یک دسته ۸ تایی درست کردیم و این کار را ادامه دادیم. در انتها بزرگ ترین دسته چند مهره داشت؟ آیا دسته ۴ تایی باقی ماند؟ خیر

مابقی ۳۵ $35 = (100011)_2$

مابقی ۲

بزرگ ترین دسته ۳۲ مهره دارد



پسوند ۳۲ تایی

راهبرد رسم شکل

تعداد دوستان	بار اول	بار دوم
۱۰	$10 \times 1500 + 2000 = 17000$	$10 \times 1750 - 1000 = 14000$
۱۱	$11 \times 1500 + 2000 = 18500$	$11 \times 1750 - 1000 = 18250$
۱۲	$12 \times 1500 + 2000 = 20000$	$12 \times 1750 - 1000 = 20500$

اختلاف کل خرید = تعداد دوستان \times یک بار

تعداد دوستان = $\frac{2000 - (-1000)}{1750 - 1500}$

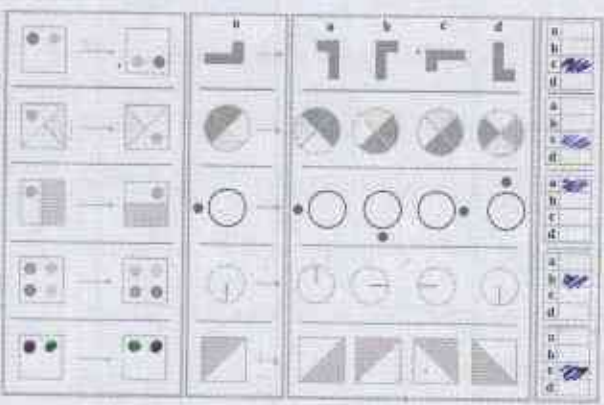
تعداد دوستان = $\frac{3000}{250} = 12$

۲۸٪

۹- در یک مدرسه دوره متوسطه اول ۴۰٪ دانش آموزان در کلاس اول ۳۲٪ در کلاس دوم و بقیه در کلاس سوم درس می خوانند. چند درصد در کلاس سوم درس می خوانند؟ اگر تعداد دانش آموزان کلاس دوم ۸۰ نفر باشد تعداد کل دانش آموزان و تعداد دانش آموزان کلاس اول را پیدا کنید.

$\frac{40}{32} = \frac{\square}{80} \Rightarrow \square = \frac{40 \times 80}{32} = 100$

۱۰- به رابطه بین دو شکل سمت چپ توجه کنید. با توجه به آن مشخص کنید کدام یک از شکل های (۱)، (۲)، (۳) یا (۴) با شکل رسم شده همان رابطه را دارد؟



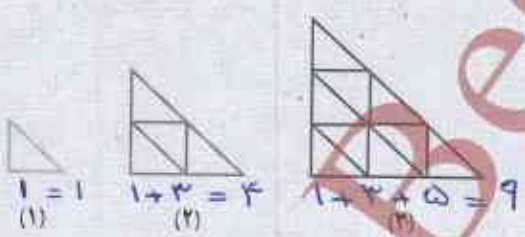
- دوران ۱۸۰ درجه
- دوران ۱۸۰ درجه
- دوران مرکزی ۹۰ درجه ساعت وار
- دوران مرکزی ۹۰ درجه پاد ساعت گرد
- دوران ۱۸۰ حول محور عرض جا

دوران ۱۸۰
دوران ۹۰
دوران ۹۰

۱۱- سارا می خواهد به دوستانش هدیه بدهد. اگر او برای هر یک از آنها یک مداد ۱۵۰۰ تومانی بخرد ۲۰۰۰ تومان زیاد می آورد و اگر مدادهای ۱۷۵۰ تومانی بخرد، ۱۰۰۰ تومان کم می آورد. تعداد دوستان سارا را با حدس و آزمایش پیدا کنید.

۱۲ نفر

۱۲- اگر کشیدن شکل ها را به همین ترتیب ادامه دهیم، شکل شماره ۸ چند مثلث کوچک دارد؟



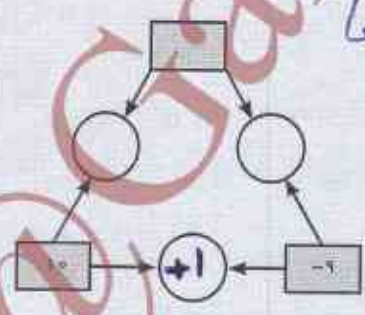
$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 = 64$

$\square + \triangle = -4$
 $\square \times \triangle = -12$

۱۳- دو عدد پیدا کنید که مجموع آنها -۴ و حاصل ضرب آنها -۱۲ باشند.
 $(-6) \times (+2) = -12$
 $(-6) + (+2) = -4$

$x^2 + 4x - 12 = 0$
 $(x+6)(x-2) = 0$
 $x = -6, x = 2$

۱۴- عددهای داخل دایره حاصل جمع عددهای داخل مربع اند. عددهای داخل دایره را کامل کنید. در چه صورت هر



در صورتی که هر سه عدد داخل مربعها منفی باشند یا دو عدد مثبتی و یک عدد مثبت داشته باشیم با این باز که عدد مطلق عدد مثبت از عدد مطلق اعداد مثبتی کوچکتر باشند

سه عدد داخل دایره منفی خواهد بود؟

مجموع	عدد دوم	عدد اول
۱۱	۱۲	-۱
-۱۱	-۱۲	۱
۴	۶	-۲
-۴	-۶	۲
۱	۴	-۳
-۱	-۴	۳



- اهداف
- ۱- خط، نیم خط و پاره خط را نام گذاری کنند
 - ۲- روابط بین پاره خط‌ها را بنویسند و درک کنند
 - ۳- زاویه‌ها را نام گذاری کنند

هندسه و استدلال

فصل ۳

- ۴- روابط بین زاویه‌ها را بنویسند و درک کنند
- ۵- زاویه‌های متمم، مثل و متقابل در این رابطه یادآورند
- ۶- با داشتن رابطه‌ها وارد استدلال منطقی شوند

۷- چند ویژگی متمم را در پایداری ششم شناخته‌اند

۸- استدلال‌ها در پایداری ششم به صورت شمرده و بدون اثبات بیان شده است

- روابط بین پاره خط‌ها
- روابط بین زاویه‌ها
- رسم مثلث
- هم‌نهشتی مثلث‌ها

شکل‌های هندسی در اطراف ما به وفور وجود دارند. ما در دنیای از شکل‌ها و حجم‌ها زندگی می‌کنیم. انواع خطوط نیز به صورت‌های مختلف در زندگی ما دیده می‌شوند. خط، نقطه، زاویه، سطح و حجم عناصر اصلی علم هندسه‌اند.

$$\overline{AB} = x_B - x_A$$

$$\overline{BA} = x_A - x_B$$

اندازه‌ی جبری: اندازه‌ی جبری بردار \overline{AB} یا \overline{BA} عايش می‌دهيم $\Rightarrow \overline{AB} = -\overline{BA}$

طول بردار \overline{AB} را به صورت $|\overline{AB}|$ عايش می‌دهيم

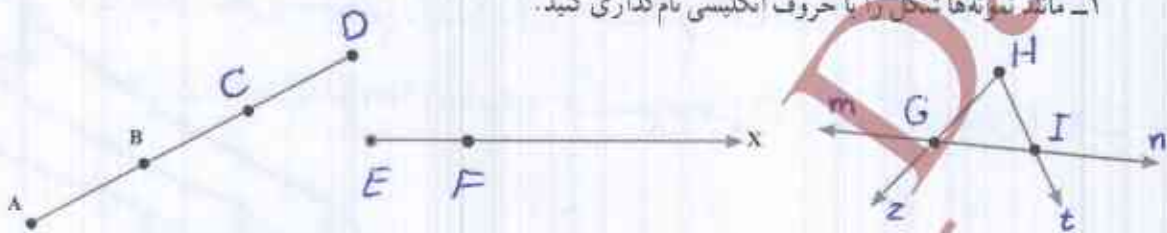
رابطه بين باره خط‌ها

MATH-HOME.IR

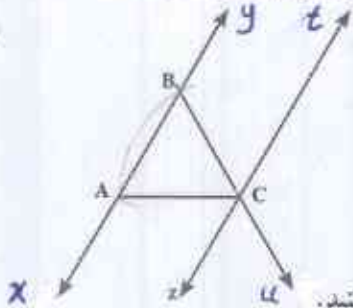
در رياضيات برای نام گذاری شکل‌ها از حروف انگلیسی استفاده می‌کنيم. به طور معمول نقطه را با حروف بزرگ انگلیسی و دو سر خط را با حروف کوچک نام گذاری می‌کنيم.

تکرار دار: این کتاب - برای اندازه‌ی باره خط AB از \overline{AB} استفاده کرده‌ام

۱- مانند نمونه‌ها شکل را با حروف انگلیسی نام گذاری کنید.



۲- در شکل زیر نام خط‌ها، نیم خط‌ها و باره خط‌ها را بنویسید و در صورت لزوم از راهبرد الگوسازی استفاده کنید.



خط: $zt - xy$

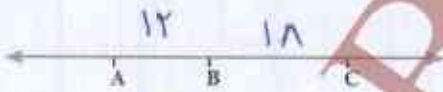
نیم خط: $(Ax, Ay), (Bx, By), (Bx, Cx), (Ct, Cz)$

باره خط: AB, AC, BC

دو خط موازی نام ببرید و با علامت || موازی بودن را نشان دهید. $xy \parallel zt$

باره خط‌ها را اندازه بگیرید و به صورت زیر طول آنها را نشان دهید و جاهای خالی را کامل کنید.

$$\overline{AB} = 12 \quad \overline{BC} = 18 \quad \overline{AC} = 30 \quad \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{AC}$$



$$\overline{AB} = 12 \quad \overline{BC} = 18 \quad \overline{AC} = 30$$

۳- در شکل مقابل باره خط‌ها را اندازه بگیرید و بنویسید.

آیا $\overline{AB} = \overline{BA}$ است؟ چرا؟ بلیه، چون اندازه تغییر نمی‌کند (کلامی)

آیا بدون اندازه گیری می‌توان رابطه زیر را نوشت؟ چرا؟ باره خط AC از دو باره خط AB و BC بوجود آمده

$$\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC} \Rightarrow 12 + 18 = 30$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$12 \quad 18 \quad 30$$

بلیه -

آیا می‌توان رابطه دیگری نوشت؟

با قرار دادن اندازه‌ها به جای باره خط‌ها درستی آنها را بررسی کنید.

$$\overline{AC} - \overline{BC} = \overline{AB}$$

اشکال جبری

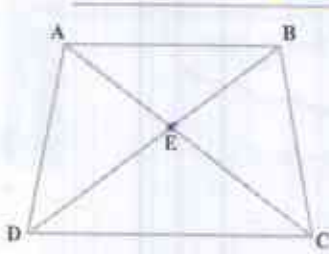
$$\frac{3 \times 2}{2} = 3$$

مقایسه باره خط‌ها

اشکال دارد

درستی

MATH-HOME.IR



- AB, AE, AC, AD
- BE, BD, BC
- CE, CD
- DE

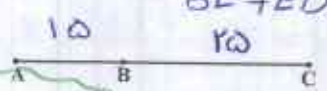
۱- تمام پاره‌خط‌ها را با کمک راهبرد الگوسازی بنویسید.

$$4 + 3 + 2 + 1 + 0 = 10 \quad \frac{5 \times 4}{2} = 10$$

مانند نمونه را خط‌های دیگر را بنویسید.

$$\overline{AE} + \overline{EC} = \overline{AC} \quad \overline{BD} - \overline{DE} = \overline{BE}$$

$$\overline{BE} + \overline{ED} = \overline{BD} \quad \overline{AC} - \overline{CE} = \overline{AE}$$



۲- با توجه به شکل مقابل طول پاره‌خط‌ها را اندازه بگیرید و نسبت‌های زیر را بنویسید.

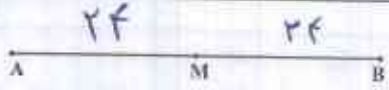
$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{15}{40} = \frac{3}{8} \quad \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{25}{40}$$

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} + \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{15}{40} + \frac{25}{40} = \frac{40}{40} = 1$$

آیا مجموع دو نسبت همیشه برابر یک می‌شود؟ چرا؟

هدف: رابطه‌ی بین پاره‌خط‌ها

درست و درستی



۱- در شکل مقابل نقطه M وسط پاره‌خط AB است.

پاره‌خط‌ها را اندازه بگیرید و درستی رابطه‌ها را بررسی کنید.

$$\overline{AM} = \overline{MB} \quad (\text{از } 24 = 24)$$

$$\overline{AB} = 2\overline{AM} \quad \overline{MB} = \frac{1}{2}\overline{AB}$$

$$48 = 2 \times 24 \quad 24 = \frac{1}{2} \times 48$$

مانند تساوی‌های بالا تساوی‌های درست دیگر را بنویسید.

هدف: استدلال است

نصورت کلامی استدلال بیان می‌شود

$$\overline{AB} = 2\overline{AM} \quad \text{و} \quad \overline{AM} = \frac{1}{2}\overline{AB}$$

۲- اگر پاره‌خط‌های کوچک با هم برابر باشند، تساوی‌ها را با نوشتن عدد مناسب کامل کنید.

$$\overline{AC} = 2 \overline{AB} \quad \overline{CE} = \frac{1}{2} \overline{AE}$$



$$\overline{AE} = \frac{4}{3} \overline{BE} \quad \overline{BC} = \frac{1}{3} \overline{AC}$$

برای سادگی کار از مثلث متساوی الاضلاع استفاده کنید

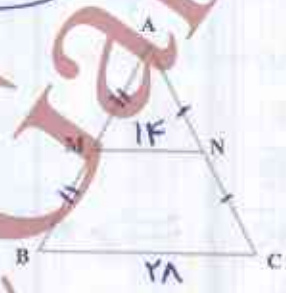
مثلث ABC متساوی الاضلاع است. تساوی‌های زیر را کامل کنید. M و N وسط‌های اضلاع هستند.

$$\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BC} \quad \overline{AM} = \frac{1}{2} \overline{AB}$$

$$\overline{AN} = \frac{1}{2} \overline{AC} \quad \overline{AM} = \overline{AN} \quad \overline{AC} = 2 \overline{AN}$$

$$\overline{MN} = \frac{1}{2} \overline{BC}$$

درستی تساوی مقابل را با اندازه‌گیری بررسی کنید.



نکته: پاره‌خطی که وسط‌های دو ضلع یک مثلث را بهم وصل می‌کند نصف ضلع سوم و موازی با آن می‌باشد

$$\overline{AM} = \overline{AN} \implies \overline{MN} \parallel \frac{1}{2} \overline{BC}$$

$$\overline{AN} = \overline{CN}$$

کارنامه کلاسی

میانگین

کارنامه کلاسی

آموزش نوشتن استدلال

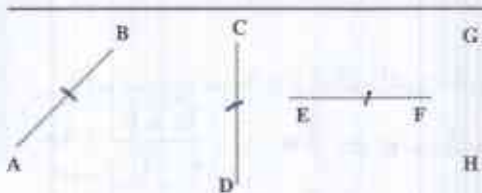
هر کدام از اضلاع مثلث AMN نصف

اضلاع مثلث ABC است و مثلث ABC متساوی

الاضلاع است پس مثلث AMN نیز متساوی الاضلاع است

بدون اندازه گیری

فعالیت



با توجه به پاره خط‌ها اگر بدانیم $\overline{AB} = \overline{DC}$

و $\overline{DC} = \overline{EF}$ و $\overline{EF} < \overline{GH}$ رابطه‌های زیر را کامل کنید (این علامت \Rightarrow یعنی نتیجه می‌گیریم).

$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{DC} \\ \overline{DC} = \overline{EF} \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{AB} = \overline{EF} \quad \left. \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{EF} \\ \overline{EF} < \overline{GH} \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{AB} < \overline{GH}$$

$(\overline{AB}, \overline{AM}, \overline{AC}), (\overline{BM}, \overline{BC}), (\overline{CM})$

$$3 + 2 + 1 + 0 = 6$$

$$\frac{3 \times 3}{1} = 9$$

۱- هر تعداد رابطه درست بین پاره خط‌ها در شکل زیر می‌بینید، در دفتر خود بنویسید. تمام پاره خط‌ها را نام



$$BM = MC$$

$$BM = \frac{1}{2} BC, CM = \frac{1}{2} BC$$

بیرد. (M وسط ضلع BC است)

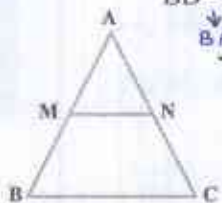
$$BC = 2BM, BC = 2CM$$

۲- یک خط رسم کنید و نقاط A و B, C, D را طوری روی آن نام گذاری کنید که رابطه زیر درست باشند.

$$\overline{BD} - \overline{AD} = \overline{BC} + \overline{AC}$$

$$\overline{BC} + \overline{CA} = \overline{BA}$$

۳- مثلث ABC متساوی الاضلاع است. M, N وسط‌های ضلع‌ها اند. چگونه می‌توانید دلیل بیاورید



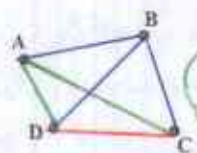
$$AM = \frac{1}{2} AB$$

$$AN = \frac{1}{2} AC$$

$$MN = \frac{1}{2} BC$$

$$AB = AC = BC$$

$\Rightarrow AM = MN = AN$ که مثلث AMN نیز متساوی الاضلاع است



۴- تمام نقاط شکل مقابل را بهم وصل کنید. چه شکلی به وجود آمد؟ کدام پاره خط‌ها چند ضلعی هستند $\rightarrow AC, BD$

رسم شده است کدام پاره خط‌ها اضلاع شکل مقابل را مشخص می‌کنند

۵- با رسم شکل‌های مناسب به سوال‌های زیر پاسخ دهید.

الف) از یک نقطه چند خط می‌گذرد؟ **بی شمار**

ب) از یک نقطه چند خط راست می‌گذرد؟ **بی شمار**

ج) از دو نقطه چند خط (از انواع مختلف) می‌گذرد؟ **یک خط**

$$1 \times 2 = 2$$

د) از دو نقطه چند خط راست می‌گذرد؟ **یک خط**

۶- اگر روی یک خط راست ۱۰ نقطه بگذاریم، چند نیم خط به وجود می‌آید؟ چرا؟ **۹**

۷- قد علی (a) بلندتر از قد حسن (b) و قد حسن اندازه‌ی قد حسین (c) است $\Rightarrow a > b, b = c \Rightarrow a > c$

$$\left. \begin{array}{l} a > b \\ b = c \end{array} \right\} \Rightarrow a > c$$

رابطه مقابل را کامل کنید و نتیجه را به فارسی بنویسید.

۸- مثلث ABC متساوی الساقین است. M و N وسط ساق‌های AB و AC هستند. با نوشتن روابط و



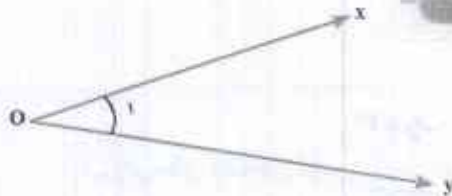
تساوی‌های ریاضی دلیل بیاورید که $\overline{AM} = \overline{AN}$ است.

$$AB \text{ وسط } M \Rightarrow \overline{AM} = \frac{1}{2} \overline{AB}$$

$$AC \text{ وسط } N \Rightarrow \overline{AN} = \frac{1}{2} \overline{AC}$$

$$\overline{AB} = \overline{AC} \Rightarrow \overline{AM} = \overline{AN}$$

روابط بین زاویه ها

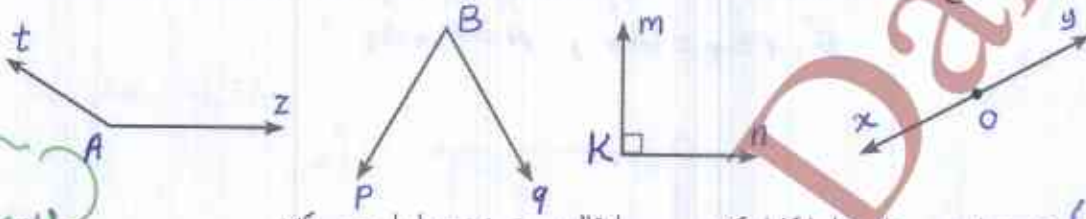


زاویه مقابل نام گذاری شده و به چند صورت خوانده می شود.
چرا از حروف کوچک و بزرگ استفاده شده است؟

$$\hat{x}\hat{O}y = \hat{y}\hat{O}x = \hat{O} = \hat{O}_1 = \hat{1}$$

برای طبق قرار داد نقاط با حروف بزرگ و نیم خط از سمتی که از اسب با حروف کوچک

با انواع زاویه ها در سال گذشته آشنا شده اید. زاویه ها را نام گذاری کنید و نوع آن را مشخص کنید.



درست درستی

$$\hat{x}\hat{O}y + \hat{y}\hat{O}z = \hat{x}\hat{O}z$$

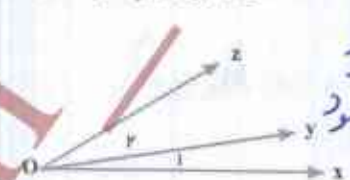
$$\hat{x}\hat{O}z - \hat{x}\hat{O}y = \hat{z}\hat{O}y$$

$$\hat{O}_r + \hat{O}_1 = \hat{x}\hat{O}z$$

$$\hat{x}\hat{O}z - \hat{O}_1 = \hat{z}\hat{O}y$$

2- تساوی بین زاویه ها را کامل کنید. سپس با مقاله درستی نوشته ها را بررسی کنید.

وقتی به صورت درستی و با ابزار بررسی شود یا دیگری عمیق تر می شود



استدلال ملازمی

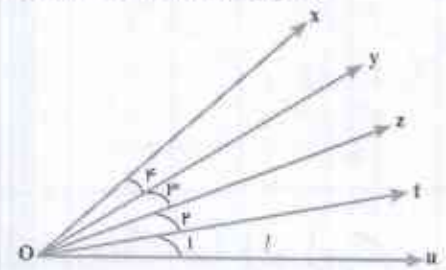
3- زاویه های $\hat{O}_1, \hat{O}_2, \hat{O}_3$ همه با هم برابرند. جاهای خالی را با عدد مناسب کامل کنید.

$$\hat{x}\hat{O}u = \hat{1} \hat{O}_1$$

$$\hat{x}\hat{O}t = \hat{1} \hat{O}_x$$

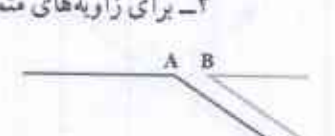
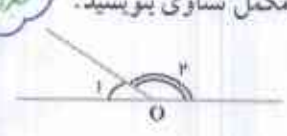
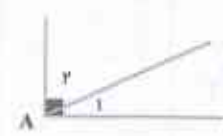
$$\hat{y}\hat{O}t = \hat{2} \hat{O}_r$$

$$\hat{O}_r = \hat{1} \hat{z}\hat{O}u$$



بیرون استدلالی

4- برای زاویه های متمم و مکمل تساوی بنویسید.



$$\hat{A}_1 + \hat{A}_r = 90$$

$$\hat{A} + \hat{B} = 180$$

$$\hat{O}_1 + \hat{O}_2 = 180$$

$$\hat{A} + \hat{B} = 180$$

5- زاویه های متقابل به رأس را در شکل مقابل می بینید.

تساوی ها را با عدد مناسب کامل کنید.



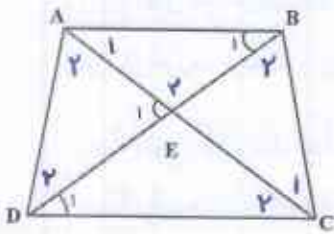
$$\hat{O}_1 + \hat{O}_2 = 180$$

$$\hat{O}_r + \hat{O}_r = 180$$

$$\hat{O}_1 + \hat{O}_2 = 180$$

$$\hat{O}_r + \hat{O}_r = 180$$



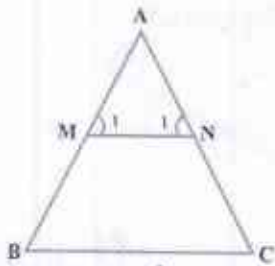


$$\begin{aligned} \hat{D}_1 &= \hat{EDC} \hat{=} \hat{BDC} \\ \hat{B}_1 &= \hat{EBA} \hat{=} \hat{DBA} \\ \hat{E}_1 &= \hat{AED} \end{aligned}$$

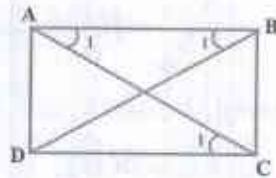
۳ حرف
۱- زاویه‌های مشخص شده را با حروف نام ببرید.

۲- از رابطه‌های بین زاویه‌ها را بنویسید.

$$\begin{aligned} \hat{ADC} &= \hat{D}_r + \hat{D}_l, \quad \hat{A}_r + \hat{D}_r + \hat{E}_l = 180^\circ \\ \hat{E}_l + \hat{E}_r &= 180^\circ, \quad \hat{A} = \hat{A}_l + \hat{A}_r \end{aligned}$$

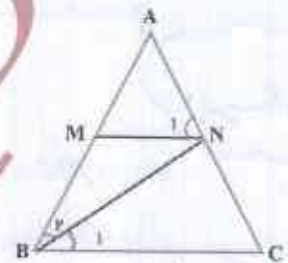


$$\left. \begin{aligned} \hat{B} &= \hat{C} \\ \hat{B} &= \hat{M}_1 \\ \hat{C} &= \hat{N}_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{M}_1 = \hat{N}_1$$



$$\left. \begin{aligned} \hat{A}_1 &= \hat{C}_1 \\ \hat{B}_1 &= \hat{A}_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{C}_1$$

استدلال روابط بین زاویه‌ها



$$\left. \begin{aligned} \hat{B}_1 &= \hat{B}_r \\ \hat{B}_1 &= \hat{N}_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{B}_r = \hat{N}_1$$

۲- رابطه‌ها را کامل کنید.

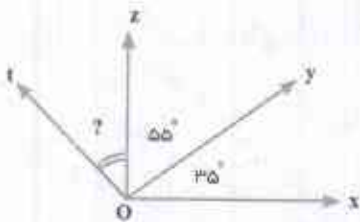
۳- با توجه به شکل و تکمیل رابطه زیر، مقدار زاویه را پیدا کنید.

$$x\hat{O}_1 = 10x + z\hat{O}_y + y\hat{O}_x$$

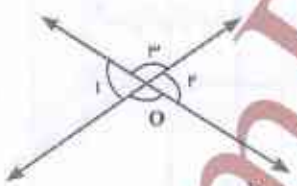
اگر $x\hat{O}_1 = 120^\circ$ باشد.

$$120 = \square + 55 + 25 \Rightarrow \square = 40$$

$$\begin{aligned} 55 + 25 &= 90 \\ 120 - 90 &= 30 \end{aligned}$$



۱- با توجه به شکل مقابل رابطه‌ها را کامل کنید. استدلال تساوی زوایای متقابل به راس



$$\left. \begin{aligned} \hat{O}_1 + \hat{O}_3 &= 180^\circ \\ \hat{O}_1 + \hat{O}_2 &= 180^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_3$$

چه نتیجه‌ای از این فعالیت می‌گیرید؟ زاویه‌های متقابل به راس یا هم‌برابرند.

۲- با توجه به نتیجه بالا در شکل‌های زیر زاویه‌های مساوی را مشخص کنید.
مستطیل

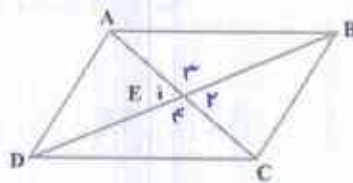


$$\hat{O}_1 = \hat{O}_2, \quad \hat{O}_3 = \hat{O}_4$$

$$OA = OB \Rightarrow \hat{A} = \hat{B}$$

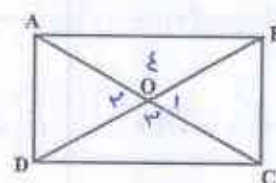
$$OC = OD \Rightarrow \hat{C} = \hat{D}$$

$$\hat{O}_1 = \hat{O}_2 = \hat{O}_3 = \hat{O}_4$$



$$\hat{E}_1 = \hat{E}_2$$

$$\hat{E}_3 = \hat{E}_4$$



$$\hat{O}_1 = \hat{O}_2$$

$$\hat{O}_3 = \hat{O}_4$$

فقط زاویه‌های متقابل به راس گفته شود

زاویه نیم‌ساعت: ساعت ۹ و ...

زاویه یک‌ساعت: ساعت ۲ و ...

زاویه باز: ساعت ۴ و ۵ و ...

زاویه راست: ساعت ۳:۰۰ و ۹:۰۰ و ...

۳

۱- زمان‌هایی را بنویسید که عقربه بین ساعت شمار و دقیقه شمار زاویه راست، باز، تند و نیم صفحه را نشان دهد.

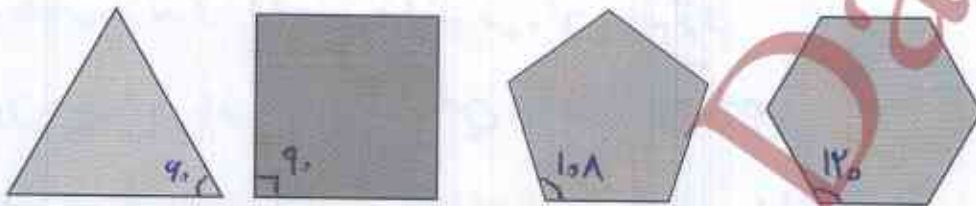
۲- یک زاویه 120° رسم کنید. با قیاس نیم‌ساز آن را بکشید. زاویه را نام‌گذاری کنید و یک تساوی بین زاویه‌ها بنویسید.

$$\hat{\theta}_1 = \frac{1}{2} \times \hat{\theta}_2 \quad \hat{\theta}_1 + \hat{\theta}_2 = \hat{\theta}_2 \quad \hat{\theta}_1 = \hat{\theta}_2$$

۳- در شکل‌های زیر همه ضلع‌ها و زاویه‌های شکل‌ها با هم برابرتند. آنها را اندازه بگیرید. به این شکل‌ها چند

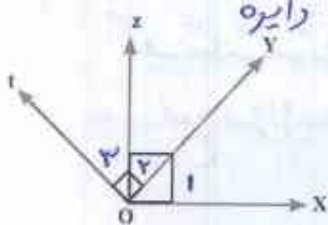
ضلعی‌های منظم می‌گوییم. **کنارهای (طراس) منظم**

صورتی ۵۱ پایی ۱۱۱



با افزایش تعداد ضلع‌ها زاویه‌های هر رأس چند ضلعی چه تغییری می‌کند؟ **بزرگ تر می‌شوند (الگویابی)**

اگر به همین ترتیب تعداد ضلع‌ها افزایش پیدا کند به چه شکلی نزدیک و نزدیک‌تر می‌شود؟ **دایره**



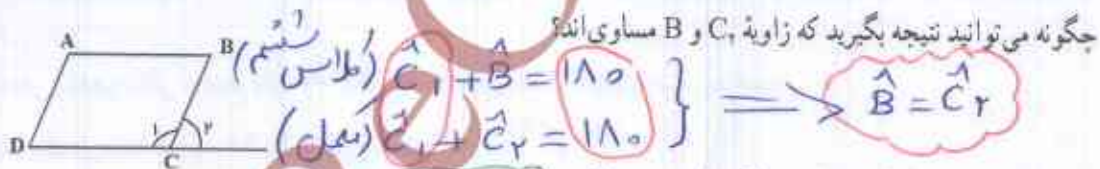
۴- در شکل مقابل می‌دانیم زاویه‌های \hat{xOz} و \hat{tOy} 90° هستند.

چگونه می‌توانید نتیجه بگیرید که زاویه‌های \hat{xOy} و \hat{tOz} مساوی‌اند؟

$$\left. \begin{aligned} \hat{\theta}_1 + \hat{\theta}_2 &= 90 \\ \hat{\theta}_1 + \hat{\theta}_2 &= 90 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{\theta}_1 = \hat{\theta}_2$$

۵- می‌دانیم در متوازی‌الضلاع زاویه‌های کنار هم مثل A و B و یا C₁ و D و یا C₂ و D با هم مکمل‌اند.

صورتی ۵۸ پایی ۱۱۱



چگونه می‌توانید نتیجه بگیرید که زاویه C₁ و B مساوی‌اند؟

$$\left. \begin{aligned} \hat{C}_1 + \hat{B} &= 180 \\ \hat{C}_2 + \hat{B} &= 180 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{C}_1 = \hat{C}_2$$

۶- اندازه زاویه x, y را در شکل‌های زیر پیدا کنید.

اصلاح شود (circled)

اصلاح شود (circled)

Problem 1: Two intersecting lines with angles x and y. $90 - 32 = 58$

Problem 2: A line with a right angle and an angle of 100. $180 - 100 = 80$

Problem 3: A line with angles 70, x, 40, and 30. $180 - 70 - 40 - 30 = 40$

Problem 4: A line with angles 50, x, 30, and 130. $180 - 50 - 30 = 100$

Problem 5: A triangle with angles 100, x, and 100. $y = 100$

Problem 6: A triangle with angles 40, x, and 30. $x = 110$

Problem 7: A triangle with angles 50, x, and 150. $x = 100$

۵۱ (circled)



فعالیت

۱- مثلثی رسم کنید که یک ضلع آن $AB = 3 \text{ cm}$ باشد.

چند مثلث می توان رسم کرد؟ چرا؟ بی شمار مثلث می توان



رسم کرد - چون اندازه ی دو ضلع دیگر را نداریم و بهر خواه
می توانیم رسم کنیم

۲- مثلثی رسم کنید که یک ضلع آن $AB = 3 \text{ cm}$ ، یک ضلع آن $AC = 2 \text{ cm}$ باشد.

چند مثلث می توان رسم کرد؟ بی شمار مثلث می توان رسم کرد

چون می توانیم با هر زاویه ای این دو ضلع را رسم کنیم

۳- مثلثی رسم کنید که ضلع های AB ، AC ، BC به ترتیب ۳، ۲ و $2/5$ باشد.

چند مثلث می توان رسم کرد؟

کتاب مثلث می توان رسم کرد - در هر کتابی که دانش آموزان حوازی ۲ یا ۴ یا ۱۲ را به
ایک سوال دادند بدان ها بگویند که هر یک از این مثلث ها یکی می باشد چرخیده اند
وقتی مثلث ها را رسم می کنید آنها را مطابق با صورت مسئله نام گذاری کنید و اندازه ها را روی آنها بنویسید.

کمان ها و خط هایی را که در رسم مثلث استفاده کردید پاک نکنید.

کار برگ

۱- می خواهیم مثلثی به ضلع های $AC = 3$ و $AB = 4$ و $BC = 2$ سانتی متر رسم کنیم.

ابتدا یک پاره خط به اندازه ۴ سانتی متر را بکشید.

چگونه می توانیم تمام نقاطی را پیدا کنیم که تا رأس A به اندازه ۳ سانتی متر باشند؟ (دایره ای به مرکز A و به شعاع ۳ رسم می کنیم)

چگونه می توانیم تمام نقاطی را پیدا کنیم که تا رأس B به اندازه ۲ سانتی متر باشند؟ (دایره ای به مرکز B و به شعاع ۲ رسم می کنیم)

اکنون چند نقطه پیدا می شود که هم از نقطه A به اندازه ۳ و هم از نقطه B به اندازه ۲ سانتی متر باشند؟

آیا دو مثلث به وجود می آید؟ چرا؟ بله چون این دو دایره یکدیگر را در دو نقطه

در چه صورت مثلثی به وجود نمی آید؟

دو نقطه قطع می کنند، این دو مثلث یکی می باشند و ما هم

همینست می باشند

در صورتی که دایره ها یکدیگر را قطع نکنند یا در یک نقطه یکدیگر را قطع کنند مثلثی

وجود نمی آید

۱- مثلثی رسم کنیم که یک ضلع آن $AB=3\text{ cm}$ و یک زاویه آن $\hat{A}=50^\circ$ باشد.

چند مثلث به دست می آید؟ چرا؟ می نتوانیم چون ضلع AC را نداریم
و هر دانش آموزی بتواند آن را به دقت در نظر بگیرد

۲- مثلثی رسم کنید که یک ضلع آن $AB=3\text{ cm}$ و زاویه آن $\hat{B}=40^\circ$ و $\hat{A}=50^\circ$ باشد.

چند مثلث به دست می آید؟ چرا؟ فقط یکی، در صورتی که دانش آموزان
جواب های ۱ و ۲ و ... را در نظر بگیرد شما توضیح دهید که این مثلث ها
کدام یکی می باشد که چرخیده اند

۳- مثلثی رسم کنید که یک ضلع آن $AB=2\text{ cm}$ و ضلع دیگر آن $AC=3\text{ cm}$ باشد.

چند مثلث می توان رسم کرد؟ چرا؟ می نتوانیم مثلث من توان رسم کرد
چون زاویه های بین دو ضلع مشخص نشده است

۴- مثلثی رسم کنید که یک ضلع آن $AB=2\text{ cm}$ و ضلع دیگر آن $AC=3\text{ cm}$ باشد. زاویه بین آنها یعنی $\hat{A}=50^\circ$ باشد.

چند مثلث می توان رسم کرد؟ چرا؟ ! مثلث

چون فقط یک حالت بوجود می آید و حالت های دیگر مثلث جدیدی بوجود نمی آید
فقط یک مثلث بوجود می آید و حالت های دیگر همان مثلث است که چرخیده

تاکنون سه حالت برای رسم مثلث آموخته اید که به اختصار آنها را (ض ض ض) سه ضلع، (ض ض ز) دو زاویه و

یک ضلع بین، (ض ز ض) دو ضلع و زاویه بین می نامند. اگر مثلث دیگری از شما خواسته شد ابتدا باید آن را به یکی

از حالت های سه گانه بالا تبدیل کنید؛ سپس آن مثلث را رسم کنید.

دست ورزی

۱- مثلث ABC را در حالت های زیر رسم کنید. (نام گذاری و اندازه گیری را فراموش نکنید.)

الف) $\overline{AB} = 5 \text{ cm}$ ، $\overline{AC} = 4 \text{ cm}$ ، $\overline{BC} = 2 \text{ cm}$

ب) $\overline{AB} = 5 \text{ cm}$ ، $\overline{AC} = 4 \text{ cm}$ ، $\hat{A} = 55^\circ$

ج) $\overline{AB} = 5 \text{ cm}$ ، $\hat{B} = 100^\circ$ ، $\hat{A} = 55^\circ$

۲- مثلث ABC را رسم کنید که $\hat{A} = 5^\circ$ ، $\hat{B} = 75^\circ$ و $\hat{C} = 55^\circ$ باشد.

چند مثلث با این شرایط می توانید رسم کنید؟ بی شکی مثلث می توان رسم کرد
اگر در مثلث هر سه زاویه با هم برابر باشند، آیا قابل انطباق اند؟ خیر، می توانند غیر قابل انطباق باشند
دلیل خود را بیان کنید. چون می تواند اضلاع متفاوتی داشته باشند

۳- مثلث قائم الزاویه ای رسم کنید که دو ضلع زاویه قائمه آن ۳ و ۴ سانتی متر باشند. سپس ضلع دیگر آن را اندازه بگیرید.

پروژه ی تحقیقی

می توان به قضیه (ابطری) فیثاغورس اشاره ای کرد

۴- مثلث متساوی الساقینی رسم کنید که قاعده آن ۲ سانتی متر و زاویه رأس آن 40° درجه باشد.

۵- مثلث متساوی الساقینی رسم کنید که طول ساق آن $2/5$ سانتی متر و زاویه های کنار قاعده آن 50° درجه باشد.

۶- آیا می توان مثلثی با سه ضلع ۲ و ۳ و ۷ رسم کرد؟ چرا؟ خیر یعنی توان

مجموع دو ضلع باید بزرگ تر از ضلع سوم باشند در غیر این صورت نمی توانند بر اقاطع منی کنند
 $2+3=5 < 7$



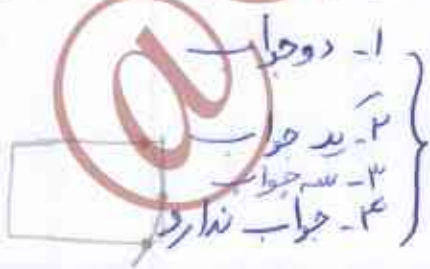
۷- فاصله یک فانوس دریایی از کشتی A، ۵ کیلومتر است. فاصله فانوس دریایی از کشتی B نیز ۶ کیلومتر است. فاصله دو کشتی از یکدیگر ۴ کیلومتر است.

هم اکنون نور فانوس دریایی روی کشتی B است. نور افکن چند درجه باید بچرخد تا نور آن روی کشتی A بیفتد؟

(هر کیلومتر را یک سانتی متر روی دفتر خود در نظر بگیرید. پس از رسم مثلث

زاویه مورد نظر را اندازه بگیرید.)

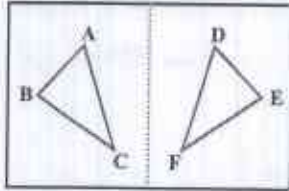
۸- نقاطی را از مستطیل پیدا کنید که فاصله آنها تا نقطه A برابر ۲ سانتی متر باشد. این مسئله در چه صورتی جواب ندارد؟



۳۸
بهر مرکز A و شعاع ۲ سانتی متر دایره ای را رسم می کنیم
چهار حالت بوجود می آید

درس ورزی

۱- روی یک صفحه کاغذ مثلثی مانند مثلث ABC رسم کنید. کاغذ را مانند شکل از وسط تا کنید و مثلث را پررنگ تر کنید. تا شکل در طرف دیگر کاغذ مشخص شود. کاغذ را



باز کنید و مثلث دیگر را DEF بنامید.

با درس ورزی مفهوم قابل انطباق بودن را متوجه بشوند و با چشم ببینند

این دو مثلث ABC و DEF که بر هم منطبق می شوند، یا یکدیگر هم نهست (یا قابل انطباق) هستند و می نویسیم:

$$\triangle ABC = \triangle DEF$$

به جای علامت هم نهستی از علامت مساوی استفاده شده است

چه راه های دیگری برای بررسی منطبق شدن دو مثلث می دانید؟ (برای مثال استفاده از کاغذ پوستی یا شفاف یا کاغذ

بررسی اجزاء آن ها زاویه ها و ضلع ها

کارین

۲- در دو مثلث هم نهست (قابل انطباق)، همه اجزای متناظر با یکدیگر مساوی اند تساوی های زیر را کامل کنید:

$$\overline{AB} = \overline{DE} \quad \overline{BC} = \overline{EF} \quad \overline{AC} = \overline{DF} \quad \hat{A} = \hat{D} \quad \hat{B} = \hat{E} \quad \hat{C} = \hat{F}$$

اصلاح شود

۳- مثلث های ABC و DEF را با مشخصات زیر رسم کنید.

$$DE = 3 \text{ cm} \quad DF = 2 \text{ cm} \quad \hat{A} = 40^\circ$$

$$AB = 3 \text{ cm} \quad AC = 2 \text{ cm} \quad \hat{D} = 40^\circ$$

آیا دو مثلث با یکدیگر هم نهست اند؟ تساوی سایر اجزای آنها را بنویسید.

$$\overline{CB} = \overline{FE}, \quad \hat{C} = \hat{F}, \quad \hat{B} = \hat{E}$$

همان طور، که در درس رسم مثلث هم دیدید، با داشتن دو ضلع و زاویه بین آنها فقط یک مثلث به دست می آید، پس

می توانیم نتیجه بگیریم: اگر دو ضلع و زاویه بین آنها از مثلثی با دو ضلع و زاویه بین آنها از مثلث دیگری برابر باشند،

آن دو مثلث قابل انطباق و یا هم نهست اند.

از این نتیجه در انجام فعالیت بعدی کمک بگیرید.

نقطه‌ی مهم

در مواردی در اثبات‌ها از قضایایی استفاده می‌شود که هنوز اثبات نشده و به نظر بنده باید مطالبی را که حق استفاده از آن‌ها را در این باره عنوان نکته یا یادآوری می‌کرد

قابلیت

اصلاح شود



اندازه اضلاع دو مثلث در شکل داده شده است. چرا دو مثلث هم نهشت‌اند؟ چرا $EF=BC$ است؟

در هندسه برای بیان استدلال به شیوه زیر عمل می‌کنیم. قسمت‌های خالی را تکمیل کنید تا استدلال کامل شود.

بخش‌های استدلال کردن را به صورت گام به گام آموزش دهید

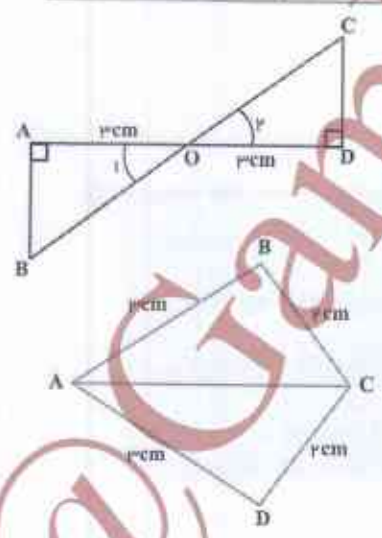
فرض مسئله	$\overline{AC} = \overline{DE} = 2\text{cm}$	} فرض	$\triangle BCA = \triangle FED$	} تساوی اجزاء متناظر	$\overline{BC} = \overline{FE}$
فرض مسئله	$\hat{A} = \hat{D} = 50^\circ$				
فرض مسئله	$\overline{AB} = \overline{DF} = 3\text{cm}$				
					دلیل درستی هر تساوی

به همین ترتیب در مورد دو حالت دیگر رسد مثلث نیز می‌توان نتیجه‌گیری کرد و در استدلال کردن برای هم نهشتی استفاده کرد.
 - اگر سه ضلع از مثلثی با سه ضلع مثلثی دیگر برابر باشد، آن دو مثلث بر هم قابل انطباق‌اند.
 - اگر دو زاویه و ضلع بین آن، از یک مثلث با دو زاویه و ضلع بین آن، از مثلثی دیگر برابر باشد، آن دو مثلث با هم، هم نهشت‌اند.

گام دوم

۱- با توجه به شکل استدلال کنید که چرا دو مثلث هم نهشت‌اند؟

چرا $CD=AB$ است؟



فرض مسئله	$\hat{A} = \hat{D}$	} تساوی اجزاء	$\triangle AOB = \triangle DOC$	$\hat{B} = \hat{C}$
فرض مسئله	$AO = DO$			
فرض مسئله	$\hat{O}_1 = \hat{O}_2$			
				$AB = DC$
				$OB = OC$

۲- دلیل قابل انطباق بودن دو مثلث را بنویسید.

ضلع مشترک	$AC = AC$	} (م.ض.م)	$\triangle ABC = \triangle ADC$
	$AB = AD = 2\text{cm}$		
	$BC = DC = 2\text{cm}$		

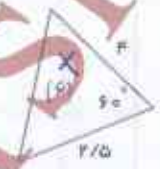
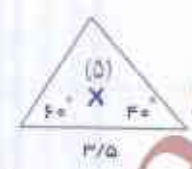
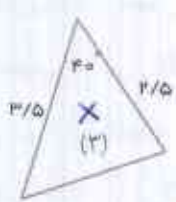
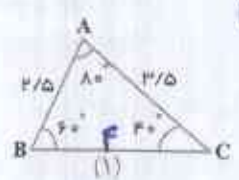
مانند به اینک هندسه دوری متوسطی اول ناقص است دانش آموزان می توانند اثبات

قضایا مربع برابر
 $c_1 = c_2 = 45$
 $EC = FC$
 $AC = AC$

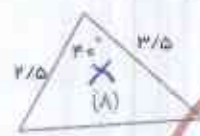
مثال
 $\Rightarrow \triangle AEC = \triangle AFC$

فصل دوم

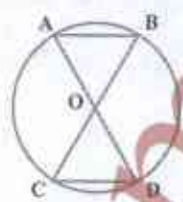
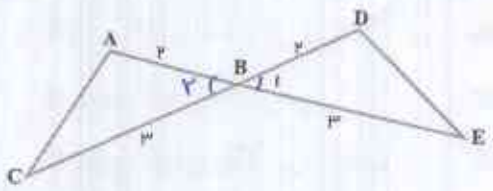
اصلاح شود



رضی رضی
اصلاح شود



2- با توجه به شکل مقابل چرا $AC = DE$ ؟

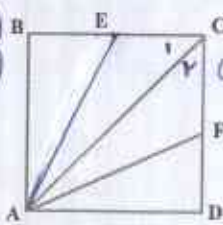


(O مرکز دایره است)

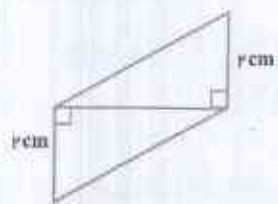
3- با توجه به شکل مقابل چرا $AB = CD$ ؟

4- چهارضلعی ABCD، مربع است و نقاط E و F در وسط اضلاع BC و CD قرار دارند اگر E وسط ضلع BC از

شکل اصلاح شود



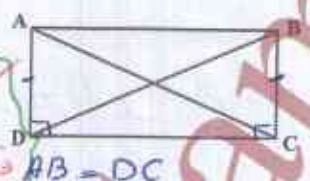
مربع و F وسط ضلع CD از مربع باشد، چرا دو مثلث ABE و ADF هم نهشت اند؟
 چون $BE = DF$ (مربع) و $AB = AD$ (مربع) و $\hat{B} = \hat{D} = 90$
 $\Rightarrow \triangle ABE = \triangle ADF \Rightarrow AE = AF$
 چرا دو مثلث AEC و AFC هم نهشت اند؟



چون $AE = AF$ (مربع) و $AC = AC$ و $EC = FC$
 $\Rightarrow \triangle ACF = \triangle AEC$

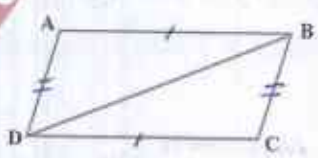
5- دلیل تساوی دو مثلث را بنویسید و تساوی اجزای متناظر دو مثلث را مشخص کنید.

6- چهار ضلعی ABCD مستطیل است. چرا قطرهای مستطیل با هم برابرند؟



فرض کنیم قطرها
تساوی شده

$AB = DC$
 $AD = BC$



7- چهار ضلعی ABCD متوازی الاضلاع است.

چرا زاویه های مقابل (\hat{A} و \hat{C}) مساوی اند؟



8- AH هم نیمساز زاویه A است و هم به ضلع BC عمود است.

چرا دو مثلث AHB و AHC با هم قابل انطباق اند؟

چون $A_1 = A_2$ (نیمساز) و $\hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90$ و $AH = AH$
 $\Rightarrow \triangle ABH = \triangle ACH$

مفاهیم و مهارت ها

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید. برای هر کدام مثال بزنید.

- اجزای مناظر
- متقابل به رأس
- مثلث‌های هم‌نهشت یا قابل انطباق
- نام‌گذاری پایه خط، نیم خط و خط
- نام‌گذاری زاویه
- نوشتن رابطه بین پایه خط‌ها
- نوشتن رابطه بین زاویه‌ها
- نتیجه‌گیری از چند تساوی درست
- دلیل تساوی دو زاویه متقابل به رأس
- رسم مثلث در حالت ض ض ض
- رسم مثلث در حالت ض ض ض
- رسم مثلث در حالت ض ض ض
- رسم مثلث با تبدیل به یکی از سه حالت ترسیم
- تساوی اجزای مناظر در دو مثلث
- بیان استدلال تساوی دو مثلث به زبان ریاضی

کاربرد

کاربرد این درس را در فصل‌های ششم (بردار) و نهم (ترسیم‌های هندسی) خواهید دید. ضمن آنکه در کشیدن شکل‌های هندسی، گرافیک کامپیوتر، طراحی و نیز کاربرد دارد.

تمرین‌های ترکیبی

۱- چرا $\hat{C} = \hat{A}_1$ است؟ $\Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C}$

$\hat{H} = 90^\circ \Rightarrow A_1 + B = 90$

$\hat{A} = 90^\circ \Rightarrow C + B = 90$

- ۲- الف) مثلث قائم الزاویه‌ای رسم کنید که وتر آن ۳ سانتی‌متر و یک زاویه آن 30° درجه باشد.
 ب) ضلع روبه‌رو به زاویه 30° را اندازه بگیرید. چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟
 رابطه‌ی بین ضلع مقابل به زاویه 30° و وتر را در مثلث قائم الزاویه بررسی کنید.
 ۳- چرا هر نقطه روی عمود منصف یک پاره خط از دو سر آن به یک اندازه است؟

$MH = MH$ (مشترک)

$\hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ$ (تعارف عمود منصف)

$AM = BH$ (تعارف عمود منصف)

$\Rightarrow \triangle AMH = \triangle BMH$ (ض ض ض)

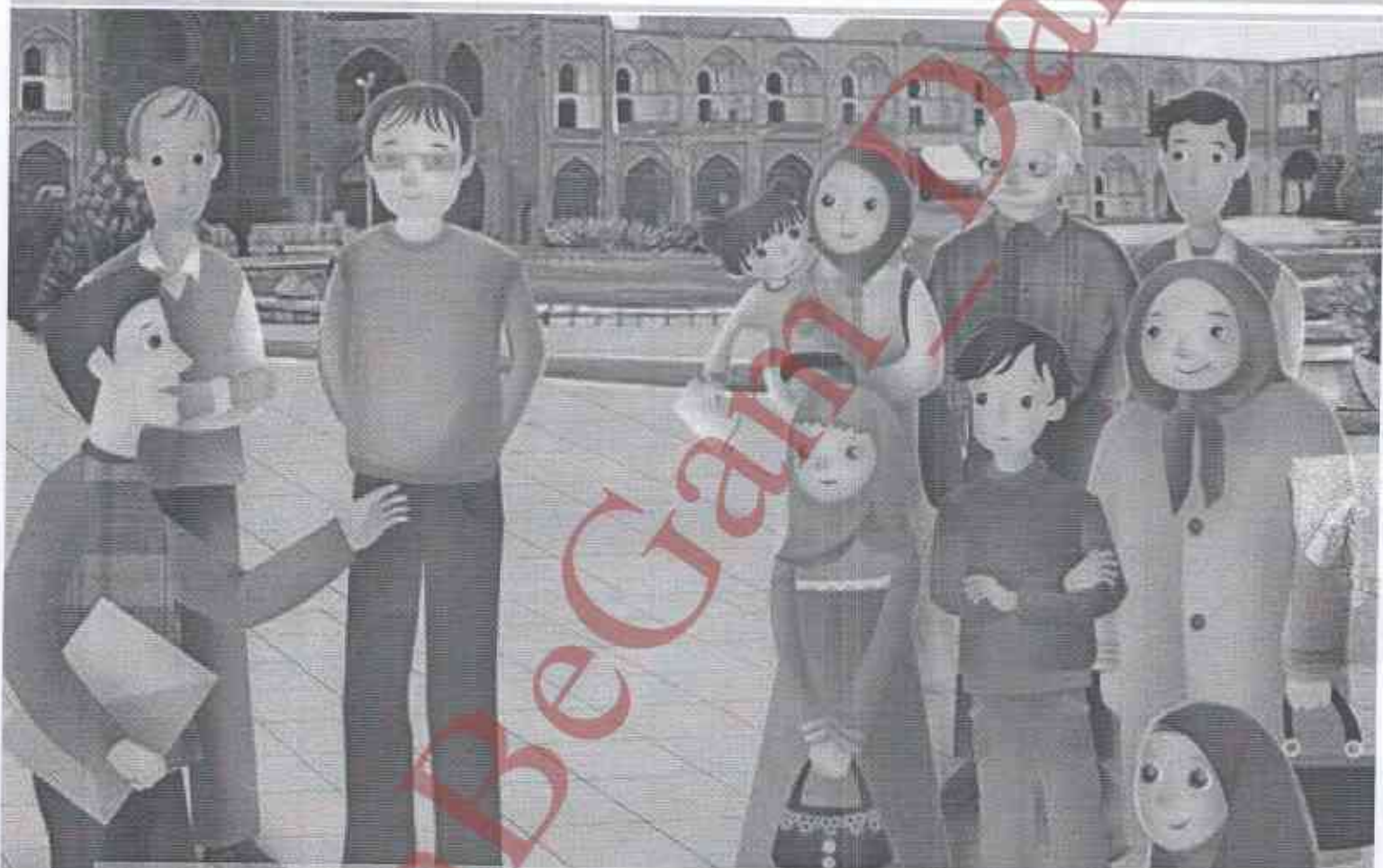
$\Rightarrow AM = BM$ ۴۲



MATH-HOME.IR

جبر و معادله

فصل ۴



• الگوهای عددی

• عبارات جبری

• مقدار عددی یک عبارت جبری

• معادله

تبدیل مسائلی زندگی روزمره به عبارات ها و معادله های ریاضی را مدل سازی

می گویند. برای مثال هزینه کرایه یک اتوبوس عبارت است از یک قیمت ثابت

برای ۳ ساعت اول و یک قیمت برای هر ساعت اضافه بعد از ۳ ساعت. بنابراین

می توان هزینه اتوبوس را به صورت یک عبارت جبری به صورت $C = a + nb$

نمایش داد. حروف a ، b و n به چه معنی هستند؟

۱- بتوانند از حروف در میان روابط کلمی و قواعد استفاده کنند.

۲- از حروف برای بیان روابط هندسی و ریاضی مثل مساحت و محیط استفاده کنند

۳- عبارتهای جبری را بنامند و هنگام ساده کردن عبارات ها، عملیات مشابه را تشخیص دهند

۴- ضرب عدد در عدد عبارت

۵- مقدار عددی یک عبارت جبری را محاسبه کنند

۶- معادله را بنامند و روش حل معادله را بنامند

۷- با تغییر در یک یا دو متغیر مسئله را حل کنند

@GamBeGam - Dars

① بحث با الگوی عددی شروع شده تا متغیر ابعادی دار کنیم و دانش آموز متغیر را بفهمد

② رابطه‌ی مربوطه هر شکل را بدست آورید

③ در مفهوم به ازا

الگوهای عددی

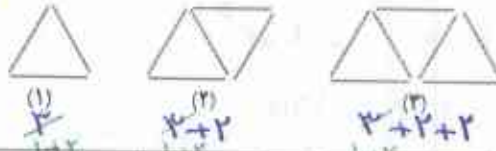
فعالیت

۱- شکل‌ها به همین ترتیب ادامه پیدا می‌کنند. با توجه به آن جدول را کامل کنید. ابتدا شکل‌های چهارم و پنجم را رسم کنید.

تعداد خوب کبریت‌ها $= 3 + (n-1) \times 2$

$n \times$ شماره‌ی شکل $+ 1 =$ تعداد خوب کبریت‌ها

$تعداد = 1 + 2n$



(۴) $3+2+1+1$
(۵) $3+2+2+2+1$

شماره شکل	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
تعداد خوب کبریت	۳	۵								

با توجه به الگویی که در جدول مشاهده می‌کنید، توضیح دهید چه رابطه‌ای بین شماره شکل و تعداد خوب کبریت‌ها وجود دارد. تعداد خوب کبریت‌های شکل دهم را پیدا کنید.

$3 + (2+2+2+...+2) = 3 + 18 = 21$

$تعداد = 3 + (n-1) \times 2$

شکل n ام چند خوب کبریت خواهد داشت؟ تعداد خوب کبریت‌ها را بر حسب n بنویسید.

۲- اکنون با توجه به شکل‌های زیر و الگویی که مشاهده می‌کنید، ابتدا شکل پنجم و ششم را رسم و سپس جدول را کامل کنید.



$تعداد = 1 + (n-1) \times 2$

$تعداد = 1 + (n-1) \times 2$

شماره شکل	۱	۲	۳	۴	۵	۶	n
تعداد دایره								

$تعداد = (-1) + 2n$

۳- یک تشک کشتی به شکل مربع است. جدول زیر را کامل کنید.

اندازه ضلع تشک	۴	۶/۵	۵ ۱/۳	۸	۵	a
محیط تشک	۱۶	۲۶	۲۱ ۱/۳	۳۲	۲۰	$4a$



$تعداد = 2n - 1$

در فعالیت بالا، محیط یک مربع به اندازه a ، برابر با $4 \times a = 4a$ است. حرف a یک متغیر نامیده می‌شود. در

جبر، متغیرها، نمادهایی برای بیان عددهای نامعلوم یا مقادیر غیر مشخص هستند.

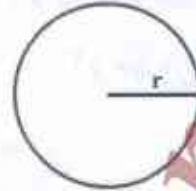
MATH-HOME.IR

کار و فعالیت

۱- در دبستان یا محیط و مساحت دایره آشنا شده‌اید. محیط و مساحت دایره را با استفاده از متغیرها نشان دهید.

$$\text{مساحت } S = 2 \times \frac{1}{2} \times r \times r = \pi r^2$$

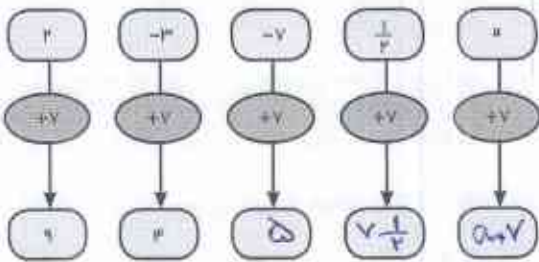
$$\text{محیط } p = 2 \times r \times \frac{1}{2} = 2\pi r$$



اول کلامی بیان شود

۲- نمودار مقابل چه کاری انجام می‌دهد؟

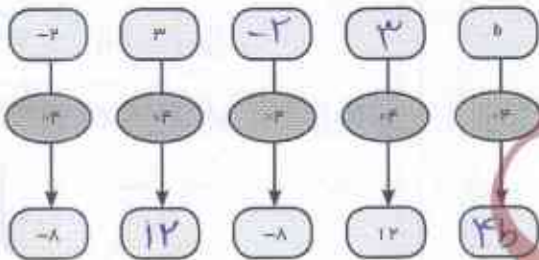
به فارسی توضیح دهید: حضور عدد ۷ به علاوه ۷ می‌کند، اعداد داخل کادر اول را ۷ واحد افزایش می‌دهد.



نمودارها را کامل کنید.

۳- این نمودار چه کاری انجام می‌دهد؟

توضیح دهید: اعداد داخل کادر اول را در عدد ۳ ضرب می‌کند.



نمودارها را کامل کنید.

۴- جمله nام الگوهای عددها را مانند نمونه بنویسید. ابتدا سه عدد بعدی هر الگو را بنویسید.

۲n و و ۱۴ و و ۱۰ و و ۸ و ۶ و ۴ و ۲

۵n و و ۲۵ و و ۱۵ و ۱۰ و ۵

۳n و و ۶ و ۳ و ۰ و ۳ و ۶ و ۹ و ۱۲ و ۱۵

..... و ۱۱ و و ۹ و ۷ و ۵ و ۳ و ۱

۲ × شماره‌ی جمله

۵ × شماره‌ی جمله

۳ × شماره‌ی جمله

$$1 + (n-1) \times 2$$

به کمک حروف و نوشتن عبارت‌های جبری قوانینی را که تاکنون در ریاضی یاد گرفته‌اید و به صورت عبارتی کلامی بیان می‌کردید را می‌توانید به صورت جبری بنویسید. برای مثال می‌دانیم عمل جمع خاصیت جابجایی دارد. یعنی $a + b = b + a$ است.

حالا معنی هر تساوی را بیان کنید.

$a + 0 = a$ $a \times b = b \times a$ $1 \times a = a$

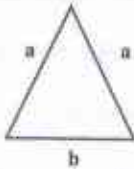
۲۵

۱ و ۱+۲ و ۱+۲+۲ و ۱+۲+۲+۲ و ... و ۱+۲+۲+۲+...+۲ → $1 + (n-1) \times 2$

↓ ↓ ↓ ↓

$(-1) + 2$ $(-1) + 2 + 2$ $(-1) + 2 + 2 + 2$ $(-1) + 2 + 2 + 2 + \dots + 2$ → $2n - 1$

فعالیت



۱- در مثلث متساوی الساقین مقابل، اندازه ساق را با a و قاعده را با b نشان می‌دهیم.

الف) چرا هر دو ساق را با a نشان می‌دهیم؟ چون با هم برابر هستند

ب) محیط مثلث را به دست آورید.

ج) مساحت مستطیل را با عبارت جبری بنویسید.



محیط = $P = \dots a \dots + \dots a \dots + \dots b \dots$

مساحت = $S = \dots a \dots \times \dots b \dots$

عرض \times طول

۲- هزینه چاپ کارت ویزیت به این شرح حساب می‌شود: ۳۰۰ تومان قیمت پایه و ۱۰ تومان برای هر کارت. هزینه چاپ

۸ کارت چقدر می‌شود؟

تومان $8 \times 10 + 300 = 380$

$10n + 300$

هزینه‌ی چاپ تعداد n کارت چقدر می‌شود

۳- حمید هر روز چند صفحه قرآن می‌خواند. اگر n تعداد صفحاتی باشد که حمید در یک روز می‌خواند، تعداد صفحاتی

را که او در یک هفته می‌خواند با یک عبارت جبری نشان دهید.

۴- هزینه ورودی یک اردوگاه برای هر مدرسه ۲۰۰,۰۰۰ هزار تومان و برای هر نفر ۱,۰۰۰ تومان است. هزینه این اردوگاه

را برای مدرسه‌ای که تعداد دانش‌آموزان n است، با یک عبارت جبری بنویسید.



$1000 \times n + 200,000$

$1000 \times \text{تعداد دانش‌آموزان} + 200,000$

۵- جمله n ام الگوهای زیر را بنویسید.

شماره‌ی عدد در هر مربع بنویسید

شماره‌ی شکل



شماره‌ی شکل $\rightarrow \frac{1}{n}, \frac{1}{n-1}, \frac{1}{n-2}, \dots, \frac{1}{2}, \frac{1}{1}$

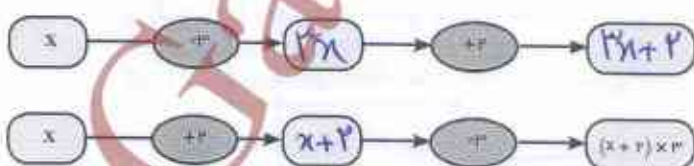
۶- شکل n ام چند چوب کبریت خواهد داشت؟

چوب کبریت‌ها سه تا سه تا اضافه شده است

$1 + 3n$ شکل n ام



۷- اگر عدد x وارد نمودارهای زیر شود چه عددی خارج می‌شود؟ تفاوت این دو نمودار را توضیح دهید.



x در عدد ۳ ضرب شد $x \times 3$

حاصل $3x$ با عدد ۲ جمع شد است $3x + 2$

x (عدد ورودی)، با عدد دو جمع کردیم $x + 2$

حاصل $(x+2)$ را در عدد سه ضرب کردیم $(x+2) \times 3$



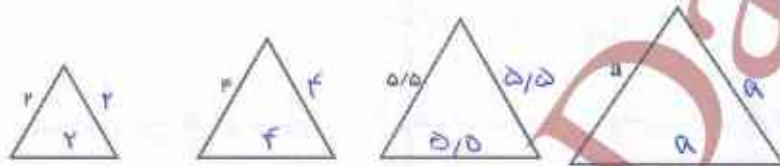
$$p = a + a + a + a + \dots$$

۱- محیط مربع مقابل را به دست آورید.

در فرس قبل محیط مربع به صورت $4a$ نوشته شده، درستی تساوی زیر را توضیح دهید.

$$a+a+a+a=4a$$

۲- محیط مثلث متساوی الاضلاع را به دو صورت به دست آورید.



$$2+2+2=3 \times 2$$

۳- حالا محیط مثلث متساوی الساقین و مستطیل را به دست آورید.

$$p = \dots a \dots + \dots a \dots + \dots b \dots =$$

$$p = 2a + b$$



$$p = \dots a \dots + \dots a \dots + \dots b \dots + \dots b \dots =$$

$$p = 2a + 2b$$



چرا می توانیم a را با a جمع کنیم؟ چون هر دو از یک جنس می باشند

آیا می توانیم a را با b جمع کنیم؟ خیر، چون از جنس نیستند

تعریف

یک عبارت جبری، شامل یک یا چند عدد، متغیر و عمل هایی مثل جمع، تفریق، ضرب و تقسیم است. در زیر نمونه هایی

از عبارت های جبری آورده شده است:

$$3x - 7 \text{ و } 5z \text{ و } m \times 5n \text{ و } 2 + \frac{p}{q}$$

در یک عبارت جبری، اغلب از علامت « \cdot » یا پرانتز برای حاصل ضرب بین آنها استفاده می شود و از نماد « \times » پرهیز

می گردد، زیرا ممکن است علامت ضرب با نماد انگلیسی « x » به عنوان یک متغیر اشتباه شود. در زیر حاصل ضرب دو متغیر

x و y را به صورت های مختلف نمایش داده ایم که همگی آنها، یکسان اند و هیچ فرقی با یکدیگر ندارند:

$$xy, x \cdot y, x(y), (x)y, (x)(y)$$

ضرب (و تغییر)

MATH-HOME.IR

کار و کلاس

۱- در بعضی از کشورها میوه را به صورت دسته‌ای می‌فروشند. اگر قیمت هر سیب را a و قیمت هر گلابی را b نشان دهیم، موارد زیر را با عبارت جبری نشان دهید.

قیمت ۵ سیب: $5a$ قیمت ۷ گلابی: $7b$ قیمت ۳ سیب و ۲ گلابی: $3a+2b$

اگر فردی از میوه‌فروشی در یک روز ۳ سیب خریده باشد و در روز بعد ۲ سیب و ۴ گلابی خریده باشد مجموع هزینه این دو خرید چقدر می‌شود؟

$$3a + (2a + 4b) = (3a + 2a) + 4b$$

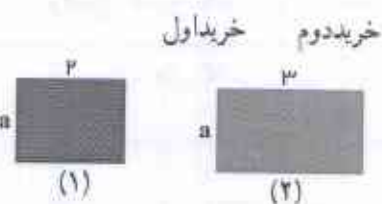
$$= 5a + 4b = \dots = \text{هزینه}$$

* چون سیب‌ها از یک جنس هستند پس می‌توان جمع کرد

جمع کردن می‌توانند

۲- الف) مساحت هر دو مستطیل را با عبارت جبری نشان دهید.

(سب و سیب)



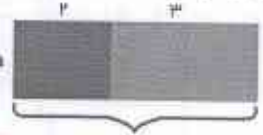
(۱) مساحت مستطیل $S_1 = 2a$ (۲) مساحت مستطیل $S_2 = 3a$

$$S = S_1 + S_2 = 2a + 3a = 5a$$

$$(2+3)a = 2a + 3a$$

ب) دو مستطیل را کنار هم گذاشته ایم. توضیح دهید مساحت این شکل چگونه به دست آمده است؟

توزیع پذیری را نشان



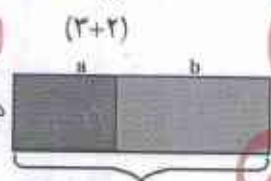
$$S = (2+3)a = 5a$$

چون عرض‌ها با هم برابرند پس مستطیلی به عرض a و طول $2+3$ داریم

ج) پاسخ‌های الف و ب را با هم مقایسه کنید. مساوی است

$$5(a+b) = 5a + 5b$$

توزیع پذیری یادآوری شود



۳- مانند فعالیت ۲ برای شکل زیر یک تساوی بنویسید.



$$5a + 5b = 5(a+b)$$

آموزش فاکتورگیری

توضیح دهید که با کمک تساوی بالا چگونه می‌توان یک عدد بیرون برانتز را در جمله‌های آن ضرب کرد.

هر کدام از عبارت $a, 2a, 3a, 4a, 5a$ یک جمله است. دو جمله $a, 2a$ مشابه اند اما $2a$ و $3a$ مشابه نیستند. برای ساده کردن عبارت‌های جبری، فقط جمله‌های مشابه را با هم در نظر می‌گیریم و آنها را با هم جمع یا تفریق می‌کنیم. لازم به ذکر است که در ساده کردن یک عبارت جبری، استفاده از قوانین مربوط به اعمال که در درس‌های گذشته خوانده‌اید مانند ضرب عددهای منفی در مثبت، منفی در منفی، مثبت در مثبت رعایت شود. خاصیت جابه‌جایی اعمال جمع و تفریق با یکدیگر، خاصیت شرکت‌پذیری ضرب و عدم اهمیت برانتز: $(abc), (a(bc))$ الزامی است.

جمله مشابه

حاصل عبارت‌های جبری زیر را به ساده‌ترین صورت ممکن بنویسید.

$$(3n+1) + (2n+1) = 3n+1+2n+1 = 5n+2 \quad (4n-7) + (7n+4) = 4n-7+7n+4 = 11n-3$$

$$2a-8b+6a+6b = 9a-2b \quad 7a+6a-2a+3b = a+3b$$

$$4x-6y+1-3x+2y+7 = x-4y+8 \quad 2x-4y+7-3x+2y+1 = -x-2y+8$$

اولی اولی

$$4x + (-6y) + 1 + (-3x) + 2y + 7$$

(اصناف کردن علامت جمع)

$$(4x + (-3x)) + ((-6y) + (2y)) + (1+7)$$

رسته بندی

$$x + (-4y) + 8 = x - 4y + 8$$

کار و کلاس

$$3(2x + 5y) = 3 \times (2x) + 3 \times (5y)$$

$$= (3 \times 2)x + (3 \times 5)y$$

$$= 6x + 15y$$

- ① دست‌بندی
- ② فاکتورگیری
- ③ ساده‌نویسی و انجام عملیات جمع و تفریق

در زیر نحوه جمع کردن جملات مشابه در عبارت جبری مشخص شده است.

البرین ۳۳۳
گفته شود بهتر است

$$6x + 5y - 4x + 8y = (6x - 4x) + (5y + 8y) = (6 - 4)x + (5 + 8)y = 2x + 13y$$

همچنین نحوه ضرب کردن یک عدد در برانتز مشخص شده است.

$$3(2x + 5y) = 3 \times 2x + 3 \times 5y = 6x + 15y$$

$$-(3x - 5y) = -1 \times 3x - 1 \times (-5y) = -3x + 5y$$

$$(-1) \times (3x + (-5y)) = (-1) \times (3x) + (-1) \times (-5y)$$

توضیح دهید که چگونه از روی عددی صحیح که در فصل اول آموختید، برای ساده کردن عبارت‌های جبری استفاده می‌کنید.

$$= (-1 \times 3)x + (-1 \times (-5))y = -3x + (+5)y$$

۱- عبارت‌های کلامی زیر را به عبارت جبری تبدیل کنید.

- الف) هشت واحد بیشتر از یک عدد $a + 8$ (ب) هفت تا کمتر از ۴ برابر یک عدد $4x - 7$
- ج) نه تا بیشتر از حاصل تقسیم یک عدد بر ۵ $\frac{a}{5} + 9$ (د) دو سوم محیط (p) $\frac{2}{3}p$



۲- فاطمه قصد دارد با جمع کردن پول خود یک جادر نماز که توسط بنیاد ملی مد و لباس اسلامی - ایرانی معرفی شده است، خریداری کند قیمت این جادر ۴۵ + ۴۵ است. اگر او در حال حاضر ۴۵ تومان داشته باشد و هر هفته ۱ تومان به پولش اضافه شود چند هفته طول می‌کشد تا بتواند پول آن را فراهم کند؟ **۵ هفته طول می‌کشد**

۳- یک عبارت کلامی برای عبارت‌های جبری زیر بنویسید.

$$4x - 7 \qquad a + 8 \qquad 7x$$

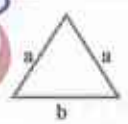
۴- محیط و مساحت شکل‌ها را به صورت جبری بنویسید.

$$p = 2(w + b)$$



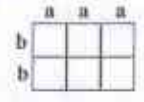
$$s = wl$$

$$p = 2a + b$$



$$p = 4a + 5b$$

$$s = 4ab$$



$$p = 2(2a + 2b)$$

$$p = 4a + 5b$$

$$s = 2a \times 2b$$

$$s = (2 \times 2)ab$$

$$s = 4ab$$

۵- عبارت‌های جبری را ساده کنید.

$$1) 2a - 8 + 7a + 6b = 9a + 6b - 8$$

$$2) 2p + 4t - 2p + 7t = p + 11t$$

$$3) (4n - 7) + (5n + 6) = 9n - 1$$

$$4) (2x - 8) - (3x + 7) = -x - 15$$

$$5) 4(2x - 1) + 3x - 7 = 11x - 11$$

$$6) 2x - 7 - (4x + 8) = -2x - 15$$

$$7) 6 - 7e + 9h - 2h + 5e = -2e + 7h + 6$$

$$8) 4(y + x + 2) - 8(x - 6 + 1) = 4y - 4x + 48$$

$$9) 4x + 7y - 8x + 2y + 6x = 2x + 9y$$

۶- کدام عبارت جبری زیر را می‌توان به صورت ساده‌تری نوشت؟

$$1) t + 5t = 6t \quad \checkmark$$

$$2) -u - 3v + 4$$

$$3) 3z + 9y$$

$$4) 7m - 9n$$

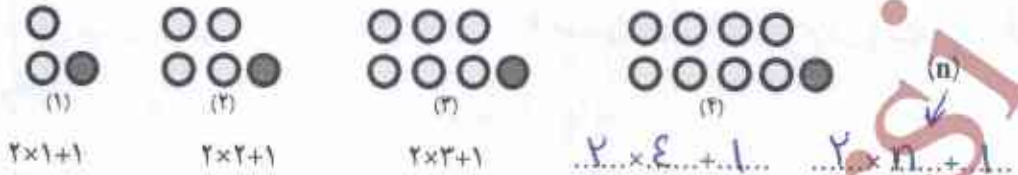


$7x \leftarrow 7$ برابر پول علی

$a + 8 \leftarrow$ پول سارا ۸ تومان بیشتر

$4x - 7 \leftarrow$ از ۴ برابر پول زینب ۷ تومان کمتر است

۱- به شیوه شمارش تعداد دایره‌ها توجه کنید. چه رابطه‌ای بین آن و شماره شکل‌ها وجود دارد؟



$$n=4 \rightarrow 2 \times 4 - 5 = 3$$

$$n=10 \rightarrow 2 \times 10 - 5 = 15$$

الف) تعداد دایره‌های شکل ۴ و شکل n ام را بنویسید.

ب) تعداد دایره‌های شکل دهم را پیدا کنید. $10 \times 2 + 1 = 21$

۲- اگر جمله n ام یک الگو باشد، جمله چهارم و دهم را پیدا کنید.

۳- عبارت $2n-7$ را به ازای عددهای داده شده پیدا کنید. مانند نمونه راه حل را بنویسید.

n	۱	۳	۰	۸	-۵	-۷	$\frac{۲}{۲}$
$2n-7$	$2 \times 1 - 7 = -5$	-1	-7	9	-17	-21	-4

$$\begin{aligned} 2 \times \frac{2}{2} - 7 \\ = 2 - 7 \\ = -5 \end{aligned}$$

۴- برای پیدا کردن محیط تشک کشتی رابطه $n = 4a$ را نوشته‌اید. محیط یک تشک کشتی به طول ۵ متر را پیدا کنید.

$$p = 4 \times 5 = 20$$

۵- در نمودار جبری زیر به جای x مقدار ۳ را قرار دهید و حاصل را پیدا کنید. عبارت‌های جبری نمودار را کامل کنید.



$$2x - 5$$

↓

$$\begin{aligned} 2 \times 3 - 5 &= 6 - 5 \\ &= 1 \end{aligned}$$

در یک عبارت جبری اگر به جای متغیر یا متغیرهای آن، عدد یا عددهای معینی قرار دهیم مقدار عددی آن عبارت

به دست می‌آید. در انجام عملیات محاسبه مقدار عبارت، ترتیب انجام عملیات را که سال گذشته آموخته‌اید، رعایت

کنید. در مثال زیر به نحوه ساختن یک عبارت عددی و سپس محاسبه و رعایت ترتیب انجام عملیات توجه کنید.

$$\begin{aligned} a - (a - 2b) \quad a = 5 \quad b = 3 \\ 5 - (5 - 2 \times 3) = 5 - (5 - 6) = 5 - (-1) = 5 + 1 = 6 \end{aligned}$$

الویتها یا رادری
سود

MATH-HOME.IR

کار و تلاش

۱- حسن و حسین مقدار عددی عبارت جبری زیر را به ازای $s=3$ و $t=6$ محاسبه کرده اند. کدام یک پاسخ را درست

استفاده از ماشین حساب جای علمی

به دست آورده است؟ دلیل خود را بنویسید. $3(t+27 \div s)$

حسن ابتدا جمع را انجام داد و سپس ضرب را کرد.

حسن: $3(6+27 \div 3)$

$= 3 \times (6+9)$

نشان داد

$= 3 \times 15 = 45$ ✓

حسن ابتدا جمع را انجام داد و سپس ضرب را کرد.

$= 3 \times (33 \div 3)$

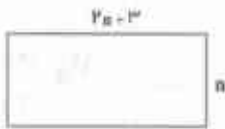
در صورتی که تقسیم مقدم است

$= 3 \times 11 = 33$ ✗

است

۲- مقدار عددی عبارت را به ازای $s=2$ به دست آورید.

$$\frac{4a-1}{1+2a} = \frac{4 \times 2 - 1}{1 + 2 \times 2} = \frac{8-1}{1+4} = \frac{7}{5}$$



$(2n+3) \times n$

۳- مستطیل مقابل را در نظر بگیرید.

الف) یک عبارت جبری برای پیدا کردن مساحت آن بنویسید

$4 \times (2 \times 4 + 3) = 4 \times 11 = 44$

ب) اگر $n=4$ باشد، مساحت مستطیل را پیدا کنید.

۴- مقدار عددی عبارت زیر را به ازای $x=3$ و $y=4$ به دست آورید.

$x(y \times y - 8) \div 12 =$

$3 \times (4 \times 4 - 8) \div 12$

$3 \times 8 \div 12 = 24 \div 12 = 2$

در انجام تقسیم ضرب را اولویت از سمت

نکته:

چپ است

مقدار عددی عبارت جبری زیر را به ازای $x=2$ و $y=3$ پیدا کنید.

$3(2x-3y) - 5(x-2y) = 3 \times (4-9) - 5(2-6) = -15 + 30 = 15$

$3(2 \times 2 - 3 \times 3) - 5(2 - 2 \times 3) =$

اکنون ابتدا عبارت جبری را ساده کنید، سپس مقدار آن را به ازای عددهای داده شده، پیدا کنید.

$3(2x-3y) - 5(x-2y) = 6x - 9y - 5x + 10y = x + y = 2 + 3 = 5$

از مقایسه جواب ها چه نتیجه ای می گیرید؟ برای ساده کردن کار من کوآنیم ابتدا عبارت های

فعالیت

جبری را ساده نویسی (مختصر نویسی) کنیم سپس حاصل را به دست آوریم

۱- سارا از یک فروشگاه کتاب تعداد k کتاب نو به مبلغ هر کدام ۷۰۰۰ تومان و s کتاب دست دوم به مبلغ هر کدام

$$۷۰۰۰k + ۲۰۰۰s$$

۲۰۰۰ تومان خریداری می کند.

الف) یک عبارت جبری برای مجموع خرید سارا بنویسید. $۷۰۰۰ \times ۳ + ۲۰۰۰ \times ۹ = ۲۱۰۰۰ + ۱۸۰۰۰ = ۳۹۰۰۰$

ب) اگر سارا ۴ تا کتاب نو و ۶ کتاب دسته دوم خریده باشد، مجموع خرید سارا را پیدا کنید.



۲- کتابخانه ملی یکی از مراکز معتبر در ایران است که کتاب های خطی و چاپی

دانشمندان ایرانی در دوران باشکوه تمدن اسلامی را (مخصوصاً کتاب های قرن های دوم

تا هفتم هجری) نگهداری می کند. اگر m نسخه خطی و n نسخه چاپی در این کتابخانه

نگهداری شود و از هر نسخه خطی ۲ میکروفیلم و از هر نسخه چاپی یک میکروفیلم تهیه

شده باشد، تعداد کل میکروفیلم ها را با یک عبارت جبری نشان دهید.

$$2m + n$$

اگر ۱۰۰۰ نسخه خطی و ۵۰۰۰ نسخه چاپی وجود داشته باشد، تعداد کل

$$2 \times 1000 + 5000 = 7000$$

میکروفیلم ها را پیدا کنید.

۳- مقدار عددی عبارت های جبری را به ازای عدد های داده شده به دست آورید.

$$m + (n-1)(n-1) \quad m=3 \quad n=-4 \quad -2x + y(x-y) \quad x=8 \quad y=1$$

$$3 + (-4-1)(-4-1) = 3 + 25 = 28 \quad -2 \cdot 8 + 1(8-1) = -16 + 7 = -9$$

a	۲	-۵	۳
a+۷	۹	۲	$\frac{۳}{۴} + ۷ = ۷\frac{۳}{۴}$

b	۳	-۳	۰	$\frac{1}{۲}$
-۳b+۴	-۵	۱۳	۴	$۵\frac{1}{۲}$

۴- مدیر یک دبیرستان قصد دارد دانش آموزان پایه هفتم را جهت بازدید از شلمچه و هویزه اعزام کند. هزینه بلیط قطار

برای هر دانش آموز از تهران تا خرمشهر، سی هزار تومان است.

$$۳۰۰۰۰a$$

الف) هزینه خرید بلیط برای a دانش آموز را به صورت یک عبارت جبری بنویسید.

ب) اگر مدرسه دارای ۱۲۰ دانش آموز در پایه هفتم باشد، برای تهیه بلیط قطار دانش آموزان چقدر باید بردازند؟

$$۳۰۰۰۰ \times ۱۲۰ = ۳,۶۰۰,۰۰۰$$

۵- مقدار عددی عبارت های جبری را به ازای عدد های داده شده به دست آورید.

$$\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases} \begin{cases} 2x-3y+7x-2(2x-y+3) \\ = 11x-3y-4x+2y-6 \\ = 7x-y-6 \\ = 7-2-6 \\ = 5-6 \\ = -1 \end{cases} \begin{cases} x=1/7 \\ y=-1/6 \end{cases} \begin{cases} 2(x-3y+1)-(2x-6y-3) \\ = 2x-6y+2-2x+4y+3 \\ = -2y+5 \\ = -2(-1/6)+5 \\ = 1/3+5 \\ = 5\frac{1}{3} \end{cases}$$



کلامی: چون P مربع است

۱- محیط مربعی ۱۲ متر است. طول ضلع آن چقدر است؟

$$p = 4a$$

در تساوی مقابل عدد ۱۲ را به جای چه حرفی باید قرار دهید؟ چرا؟ به جای P

چه چیزی مجهول است و باید مقدار آن را به دست آورید؟ ضلع مربع

$$4a = 12$$

این مقدار از حل کدام رابطه به دست آمده است؟

۲- حالا می خواهیم ببینیم پاسخ رابطه $6n + 7 = 37$ یعنی چه عددی به جای n در نظر بگیریم تا تساوی برقرار شود؟ برای

این کار به جای n عددهای مختلف را قرار دهید. درستی یا نادرستی تساوی را بررسی کنید.

n	۳	۴	۵ ✓	۶
$6n + 7 = 37$	$6 \times 3 + 7 = 25 \neq 37$	$24 + 7 \neq 37$	$30 + 7 = 37$	$34 + 7 \neq 37$

کدام عدد تساوی را برقرار کرد؟ عدد ۵

پاسخ معادله چیست؟

$$n = 5$$

تعریف معادله

یک تساوی جبری که به ازای بعضی از عددها به تساوی عددی تبدیل شود، یک معادله نامیده می شود.

برای مثال $4n = 12$ و $6n = 37$ معادله هستند. جواب های معادله همان بعضی از عددها هستند که تساوی عددی را

برقرار می کنند.

پاسخ معادله های زیر را با حدس و آزمایش پیدا کنید.

$$8x - 7 = 17$$

$$x = 3$$

$$5(x + 2) = 40$$

$$x = 4$$

$$x \times x = 4$$

$$x = 2$$

$$x = -2$$

وقت نشود

آیا حدس زدن و آزمایش کردن راه حل مناسبی است؟ خیر زیرا طولانی است

و خیلی اوقات رسیدن به جواب غیر ممکن است

۱- به دو طرف تساوی عددی زیر عددهایی را مانند نمونه اضافه کنید. آیا باز هم تساوی برقرار است؟

$\begin{array}{c} 4=4 \\ \downarrow +3 \\ 4+3=4+3 \end{array}$	$\begin{array}{c} 4=4 \\ \downarrow -7 \\ -7+4=-7+4 \end{array}$	$\begin{array}{c} 4=4 \\ \downarrow +1/5 \\ 4+1/5=4+1/5 \end{array}$	$\begin{array}{c} 4=4 \\ \downarrow +(-\frac{2}{3}) \\ 4+(-\frac{2}{3})=4+(-\frac{2}{3}) \end{array}$
--	--	--	---

چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ می‌توانیم مقدار دوجوای را به دو طرف معادله اضافه کنیم

$$a = b \implies a + c = b + c$$

تقسیم هم لفظه شود

۲- دو طرف تساوی زیر را در عددهای مختلف ضرب کنید. آیا باز هم تساوی برقرار است؟ اصلاح شود

$\begin{array}{c} 8=8 \\ \downarrow \times 3 \\ 3 \times 8 = 3 \times 8 \end{array}$	$\begin{array}{c} 8=8 \\ \downarrow \times (-2) \\ 8 \times (-2) = 8 \times (-2) \end{array}$	$\begin{array}{c} 8=8 \\ \downarrow \times 1/5 \\ 8 \times (1/5) = 8 \times (1/5) \end{array}$	$\begin{array}{c} 8=8 \\ \downarrow \times \frac{3}{4} \\ 8 \times \frac{3}{4} = 8 \times \frac{3}{4} \end{array}$
--	---	--	--

چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ دو طرف یک تساوی را می‌توانیم در عدد دوجوای ضرب کنیم

۳- توضیح دهید که در هر مرحله چگونه از دو نتیجه فوق استفاده شده است تا معادله حل شود.

بهتر است هر مرحله را توضیح دهید

$$\begin{aligned} 2x - 1 &= 7 & \implies & 2x - 1 + 1 = 7 + 1 \\ \implies & 2x = 8 & \implies & 2x = 8 \\ \implies & \frac{1}{2} \times 2x = \frac{1}{2} \times 8 & \implies & x = 4 \end{aligned}$$

$x = 4$

مرحل حل معادله بالا را به صورت زیر نیز می‌توان خلاصه کرد.

$$2x - 1 = 7 \implies 2x = 7 + 1 = 8 \implies x = \frac{8}{2} = 4$$

۱- معادله‌های زیر را حل کنید.

$-8 = 2x + 4 \implies x = -6$	$9 = 4x - 7 \implies x = 4$
$2x - 4 = x \implies x = 4$	$2 + 4x = 11 \implies x = 2$
$2x - 4 = x \implies x = 2$	$x - 6 = 10 \implies x = 14$

اصلاح شود

$$\begin{aligned} 2x - 4 &= x \\ \implies 2x - 4 - x &= x - x \\ \implies x - 4 &= 0 \\ \implies x - 4 + 4 &= 0 + 4 \\ \implies x &= 4 \end{aligned}$$

مقدار x را از دو طرف برداریم

به دو طرف مقدار 4 واحد اضافه می‌کنیم

$$1m + 400 = 4000 \Rightarrow 1m = 3600 \Rightarrow m = 3600 \text{ تومان} \rightarrow \text{قیمت یک تیرسار}$$

$$12x + 3/4 = 30 \Rightarrow 12x = 29.75 \Rightarrow x = 2.48 \text{ متر}$$

$$(x-2) + x + (x+2) = -42 \Rightarrow x = -14$$

عدد زوج و منفی

همان طور که در مقدمه شروع کتاب بیان شد، راهبرد روش های نمادین کاربردهای زیادی دارد. اکنون که استفاده از

حروف را آموخته اید، مسئله زیر را به یک معادله تبدیل و آن را حل کنید.

باغبان شهرداری 100 عدد گل بنفشه را در باغچه ای به مساحت 6 متر مربع در میدان شهر کاشت و در آخر هم

تا اضافه آورد او به طور متوسط در هر متر مربع چند بنفشه کاشته است؟

x: تعداد بنفشه ها در هر متر مربع

(انتخاب مجهول) خواسته مسئله:

$$4x + 4 = 100$$

تبدیل عبارت کلامی مسئله به عبارت جبری (تشکیل معادله):

$$4x = 100 - 4 = 96$$

(حل معادله):

$$x = 96 \div 4 = 24$$

اصلاح شود

3

3

1- معادله های زیر را حل کنید.

$$x = 4$$

$$1) 2x - 3 = -9 \Rightarrow x = -3$$

$$2) 3x + 5 = 14 \Rightarrow x = 3$$

$$3) 4x - 2 = 10$$

$$4) 2x + 7 = 1 \quad x = -3$$

$$5) 7 + 2x = -8 \Rightarrow x = -7.5$$

$$6) 3x - 1 = 10 \Rightarrow x = 11/3$$

$$7) 2x - 4 = x - 3$$

$$8) x - 1 + 3x = 6x - 7 \Rightarrow x = 3$$

2- فاطمه کتاب داستانی را در 6 ساعت مطالعه کرد و 10 صفحه از آن باقی ماند. اگر این کتاب 100 صفحه داشته باشد، فاطمه به طور

$$4x + 10 = 100 \Rightarrow x = 15$$

متوسط در هر ساعت چند صفحه از آن را مطالعه کرده است؟

3- محسن برای خرید 8 مداد 4000 تومان به فروشنده داد و 400 تومان پس گرفت. قیمت از آن مداد چند تومان بوده است؟

4- از یک توب پارچه 3 متری 12 دست کت و شلوار دوخته شده و 3/6 متر هم باقی مانده است. برای هر دست کت و شلوار چند

متر پارچه مصرف شده است؟

$$-1/3 - 1/2 = -1/3 + 1/2 = (-2+3)/6 = 1/6$$

$$5- \text{آیا } x=2 \text{ جواب معادله } \frac{x-4}{3} - \frac{x-3}{2} = \frac{1}{6} \text{ است؟ چرا؟}$$

$$6- \text{آیا } x=-3 \text{ جواب معادله } x \times x - 3x = 0 \text{ است؟ چرا؟}$$

7- احمد و بهمن 36 جلد کتاب را صحافی کردند. احمد 6 جلد کتاب بیش از بهمن صحافی کرده است. هر کدام از آنها چند جلد

$$x + (x+4) = 36 \Rightarrow x = 15$$

کتاب صحافی کرده است؟
احمد = 21
بهمن = 15

حل سه تمرین زیر برای همه دانش آموزان الزامی نیست.

8- سه عدد صحیح زوج متوالی پیدا کنید که حاصل جمع آن 42- شود.

$$-14, -12, -10 \rightarrow x + (x+1) = 19 \Rightarrow x = 9$$

9- دو عدد متوالی را بگونه ای پیدا کنید که مجموع آنها برابر 19 گردد.

10- چهار عدد صحیح فرد متوالی را بگونه ای پیدا کنید که مجموع آنها عدد 80- گردد.

$$x + (x+2) + (x+4) + (x+6) = -80$$

$$4x = -80 - 12 = -92$$

$$x = -23$$

$$(-23) + (-21) + (-17) + (-15) = 80$$

55

$$\frac{3500}{14x} = \frac{145}{118} \Rightarrow x = \frac{3500 \times 118}{14 \times 145} = 1000 \text{ در هر روز باید بسوزاند}$$

حل سوال ۴ =

$$\frac{3500}{y} = \frac{145}{118} \Rightarrow y = 14000 \text{ کالری باید بسوزاند}$$

روش دوم

$$14x = 14000 \Rightarrow x = 1000 \text{ میزان کالری که در هر روز باید بسوزاند}$$

مفاهیم و مهارت ها

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید. برای هر کدام مثال بزنید.

- الگوی عددی
- عبارت جبری
- متغیر
- جملات متشابه
- معادله
- نوشتن جمله nام یک الگو
- تبدیل عبارت‌های کلامی به عبارت‌های جبری
- نوشتن محیط و مساحت شکل‌ها با عبارت جبری
- ساده کردن عبارت‌های درسی با جمع و تفریق جملات متشابه
- مفهوم معادله و جواب معادله
- ضرب عدد در پرانتز
- روش حل معادله
- ساده کردن عبارت و سپس محاسبه مقدار عبارت جبری

راه سه (۳) $-\frac{1}{4} = -2$ *عدد زوج در مخرج*

۱، -۱، -۲، -۳، -۵

کاربرد

مهم‌ترین کاربرد این درس حل مسئله با کمک راهبرد روش‌های نمادین (تشکیل معادله) و بیان جبری الگوها و خاصیت‌ها و قوانین است. از این درس در فصل بعدی استفاده زیادی برای بیان رابطه‌های مربوط به مساحت و حجم خواهد شد.

تمرین‌های ترکیبی

در صورتی که تمرین‌های زیر را بتوانید انجام دهید، مطمئن باشید این فصل را به خوبی فرا گرفته‌اید.

۱- مقدر عبارت جبری زیر را به ازای $x = -1$ و $y = -2$ پیدا کنید.

$$3(2x - y + 1) - 4x + y - 2 - (2x - y - 7) = 6x - 3y + 3 - 4x + y - 2 - 2x + y + 7$$

$$-y + 7 = -2 + (-1) = -3 \quad \text{۲- معادله زیر را حل کنید.}$$

$$2x - 2x + 2(x + 2) = 14 \Rightarrow -x + 2x + 4 = 14 \Rightarrow x = 10$$

بالا ↑

۳- چهار عدد فرد متوالی پیدا کنید که حاصل جمع آنها ۸- شود. $4x = -20 \Rightarrow x = -5$

راه سه

۴- شخصی با سوزاندن ۳۵۰۰ کالری، ۰/۴۵ کیلوگرم از ورزش خود را کم می‌کند. میزان کالری‌ای که فرد باید در هر روز

بسوزاند تا در ۲ هفته ۱/۸ کیلوگرم از ورزش کم شود، چقدر است؟ *حل در بالا*

۵- یک مسئله بنویسید که متناظر با معادله مقابل باشد. $2x - 1 = 7$

۵۶ عددی را پیدا کنید که اگر در دو برابر آن یک واحد کنیم حاصل برابر ۷ می‌شود

۱- چهار عبارت جبری و چهار عبارت کلامی در زیر نوشته شده است. مشخص کنید که هر کدام از عبارات جبری فوق، مربوط به کدام عبارت کلامی است:

- الف) پنج مقدار بیشتر از $n + 5$ ب) چهار برابر تفاضل y و 3 ج) یک سوم عدد 19 د) حاصل ضرب x و y تقسیم بر 3
- نوع (i) $\frac{19}{3}$ (ii) $4(y-3)$ (iii) $\frac{xy}{3}$ (iv) $n+5$

۲- حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

$$\begin{aligned} -5x + 9 &= -4 & y + 4 - 18 &= -11 \\ -4x - 5 - 6 &= -15 & -3 + 4 - 11 &= 0 \end{aligned}$$

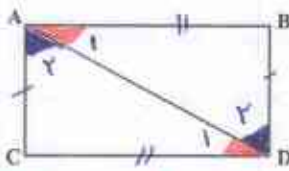
$$\begin{aligned} -12 + 12 + 3 &= 3 \\ -8 + 12 - 4 &= 0 \end{aligned}$$

۳- عبارت های جبری زیر را ساده کنید.

$$\begin{aligned} 5f + 8f + 2 + 10f - 9 &= 22f - 7 & 2a + 7 + 2a - 5a - 10 &= a - 3 \\ -4(x+1) + 2(x+1) &= -2x - 2 & -6(y+x-1) + 2(1-x-y) &= -9y - 4x - 15 \end{aligned}$$

۴- مثلث قائم الزاویه ای رسم کنید که وترش 5 سانتی متر و یک زاویه آن 30° باشد. در کدام حالت از رسم مثلث استفاده کرده اید؟

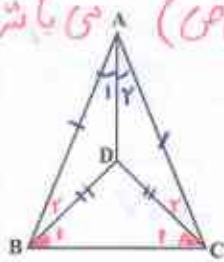
۵- چهارضلعی ABCD یک مستطیل است دلیل تساوی دو مثلث را بنویسید.



$$\left. \begin{aligned} \text{فرض} \quad AC &= DB \\ \text{فرض} \quad DC &= AB \\ \text{فرض} \quad \hat{C} &= \hat{B} = 90^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \triangle ABD = \triangle DCA \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \hat{A}_1 &= \hat{D}_1 \\ \hat{D}_2 &= \hat{A}_2 \\ AD &= AD \end{aligned} \right\} \Rightarrow \triangle ABD = \triangle DCA \quad (2)$$

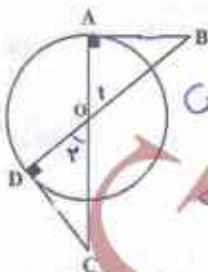
می باشد



۶- در شکل مقابل $AC = AB$ و $DC = BD$ است. چرا AD نیمساز زاویه A است؟

$$\left. \begin{aligned} \text{فرض} \quad AB &= AC \\ \text{فرض} \quad BD &= CD \\ AD &= AD \end{aligned} \right\} \Rightarrow \triangle ABD = \triangle ACD \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \Rightarrow AD \text{ نیمساز است}$$

$$\left. \begin{aligned} \hat{B} = \hat{C} \\ DB = DC \\ AB = AC \end{aligned} \right\} \Rightarrow \triangle ABD = \triangle ACD \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \Rightarrow AD \text{ نیمساز است}$$

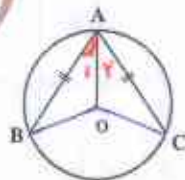


۷- با توجه به شکل دلیل تساوی دو باره خط AB و DC و همچنین دو باره خط OB و OC را بنویسید.

$$\left. \begin{aligned} \hat{O} = \hat{O} \\ \hat{A} = \hat{D} = 90^\circ \\ OA = OD \end{aligned} \right\} \Rightarrow \triangle OAB = \triangle ODC \quad (\text{O مرکز دایره است})$$

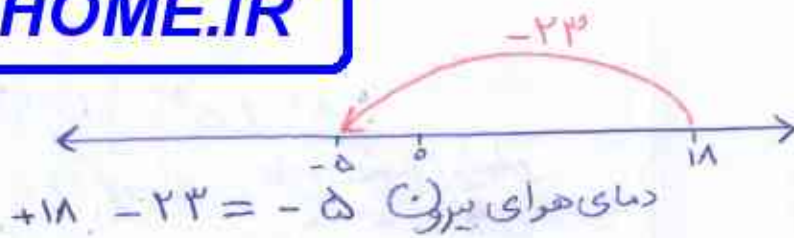
$$\Rightarrow \begin{aligned} AB &= DC \\ OB &= OC \end{aligned}$$

۸- می دانیم $AC = AB$ است؟ چرا OA نیمساز زاویه A است؟



(O مرکز دایره است)

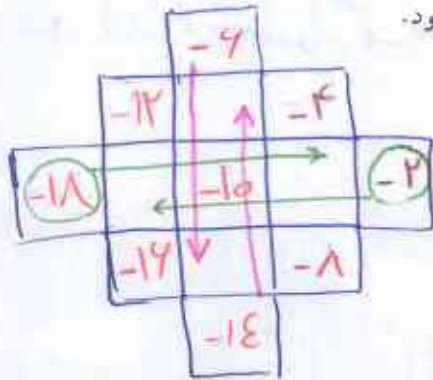
$$\left. \begin{aligned} \text{فرض} \quad AB &= AC \\ OA &= OA \\ \text{شعاع} \quad OB &= OC \end{aligned} \right\} \Rightarrow \triangle OAB = \triangle OAC \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{A}_2$$



۹- در ساعت ۷ صبح یک روز زمستانی دمای اتاق $+18$ درجه بود. فاطمه پس از این که مقدار دمای هوای بیرون را

از رادیو شنید، حساب کرد و گفت: هوای بیرون 23 درجه از اتاق سردتر است. دمای هوای بیرون چند درجه بود؟

۱۰- جدول زیر را طوری کامل کنید که حاصل جمع هر ردیف و هر ستون و هر قطر 30 شود.



-12	-14	-4	$= -30$
-2	-10	-18	$= -30$
-14	-4	-8	$= -30$

۱۱- یک ماتریس عددی با قانون زیر کار می‌کنند.

$$3x + (-7)$$

عدد ورودی را در 3 ضرب کن و حاصل را با -7 جمع کن

با وارد کردن عدد 2 به این دستگاه چه عددی خارج می‌شود؟

$$3x - 7 = 5 \Rightarrow x = 4$$

اگر عدد خارج شده 5 باشد، چه عددی وارد دستگاه شده است؟ اصلنامه

$$-1 + 2 - 3 + 4 - 5 + \dots - 49 + 50 = 25$$

$$(-1+2) + (-3+4) + \dots + (-49+50) = 25$$

۱۲- حاصل عبارت روبه‌رو را به دست آورید.

۱۳- با کارت‌های عدد به صورت $6, 4, 2, 0, -2, -4, -6, -8$ جاهای خالی را کامل کنید.

$$\dots + (-1) = 0 \quad \dots + (-7) = 3 \quad \dots + (-5) = -1$$

$$\dots + (-2) + (-5) + (-3) = \text{کمترین مقدار ممکن} \quad \dots + \dots + \dots = \text{بیشترین مقدار ممکن}$$

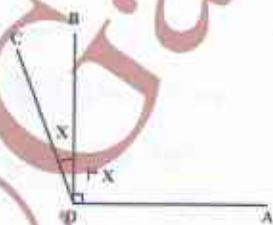
$$\dots + (-7) = -1$$

۱۴- با توجه به الگویی که در ساختن شکل‌های زیر است، تعداد چوب‌کبریت‌های لازم برای شکل n ام را پیدا کنید.

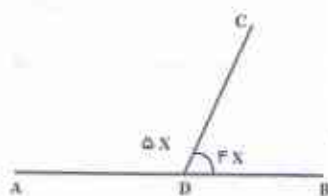


$$4 \quad 9 + 3 \quad 13 + 3 + 3$$

$$4 + 3 + 3 \quad 3 + 3 + 3 + 3 \Rightarrow 3n + 3$$



$$4x = 90 \quad x = 22.5$$



$$6x = 180 \quad x = 30$$

۱۵- مقدار x را بدست آورید

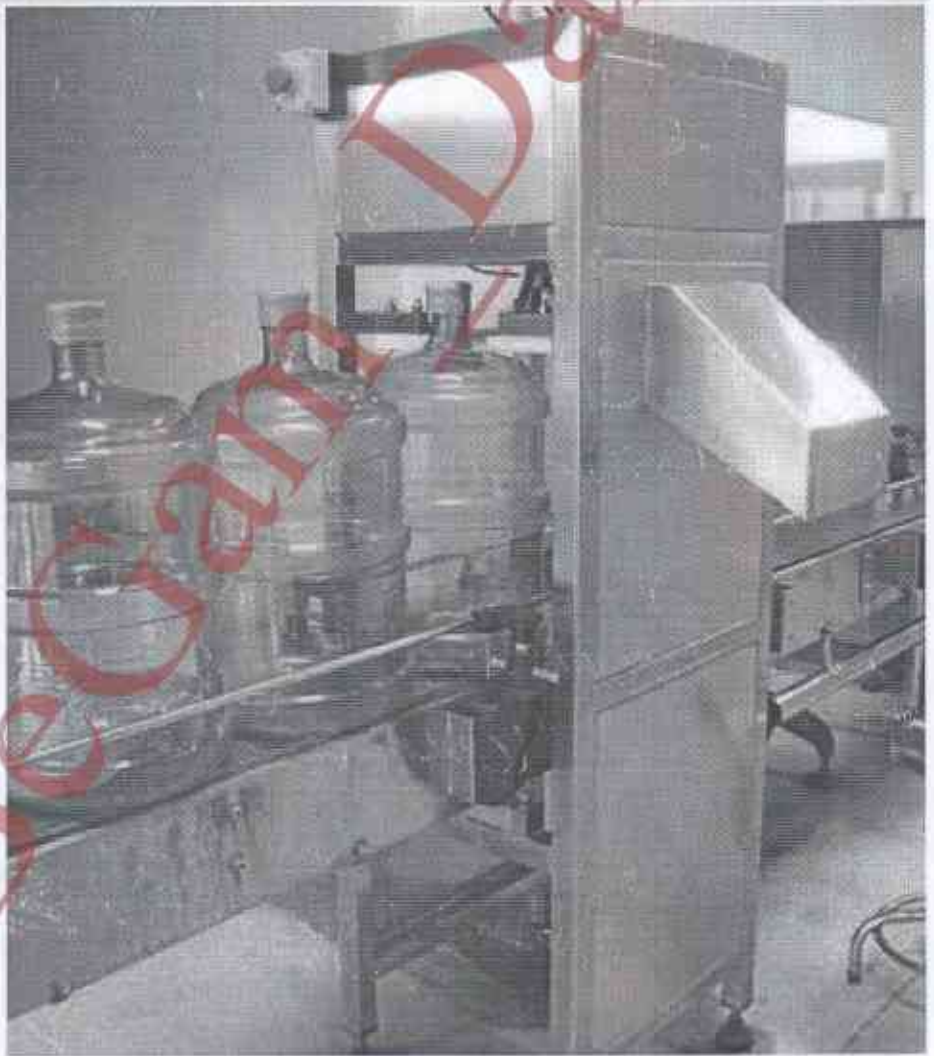
$$3(n+1) \quad 58 \quad \text{اصلنامه}$$



سطح و حجم

- ۱- انواع حجم هندسی را تشخیص دهد
- ۲- مساحت و ویژگی‌های حجم‌های منشوری را بداند
- ۳- گسترده‌ی حجم‌های منشوری را تشخیص دهد
- ۴- مساحت جانبی و کل یک منشور را بتواند حساب کند
- ۵- در یک کعبه یا استوانه یک منشور است

فصل ۵



- حجم‌های هندسی
- محاسبه حجم‌های منشوری
- مساحت جانبی و کل
- حجم و سطح

اهمیت بسته‌بندی محصولات غذایی کمتر از اهمیت تولید آن محصول نیست. برای مثال در بسته‌بندی شیرینی و شکلات کیفیت و ظاهر بسته‌بندی در فروش آن تأثیر زیادی دارد. یکی از موضوعات مهم در این بسته‌بندی‌ها رابطه بین سطح و حجمی است که با آن سطح می‌تواند به‌وجود آورد.



هر جسم ماری سه بعدی است و حجم دارد



فعالیت

۱- به اطراف خود (کلاس - خانه - خیابان و ...) به دقت نگاه کنید.

آیا چیزی پیدا می کنید که حجم نداشته باشد؟

در تصویر مقابل چه نوع حجم هایی را می بینید؟ کره - استوانه - مخروط - مکعب - هرم

آیا همه آنها شکل هندسی دارند؟ **خیر (نظر طراح کتاب) - استوانه**

آیا می توانید یک طبقه بندی از انواع حجم ها ارائه کنید؟

شکل هندسی نظم دارد

۱- کره - ۲- منشوری - ۳- هرمی

حجم ها را می توان به دو دسته هندسی و غیر هندسی تقسیم کرد. حجم های هندسی شکل های مشخص و تعریف شده

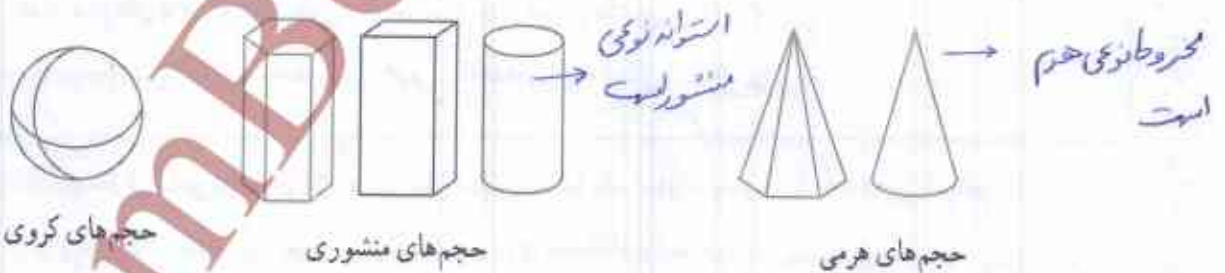
دارند. حجم های هندسی را می توان به سه دسته تقسیم کرد: منشوری - کره - هرمی. برخی از حجم های هندسی نیز ترکیبی از این سه نوع هستند.

۱- در تصویر فعالیت بالا حجم های هندسی را با V و غیر هندسی را با X مشخص کنید.

در حجم های هندسی نوع آن را تعیین کنید

در حجم های ترکیبی نیز مشخص کنید که از چه نوع حجم هایی ساخته شده اند.

۲- با توجه به شکل های زیر خصوصیت های سه نوع حجم هندسی زیر را بنویسید.



حجم های منشوری: دو قاعده ی مسابری دارند - قاعده ها موازی اند - سطح جانبی مستطیل می باشد

حجم های هرمی: یک قاعده دارند - وجوه جانبی مثلث می باشند - این مثلث ها در رأس مشترک

حجم های کره: قاعده ندارند - ضلع ندارند - گرد هستند

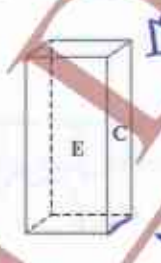
اصلاح شود

به وجه‌های بال و پایین قاعده و به وجه اطراف و وجه جانبی گوئیم

نکته:

حجم‌های منشوری بین دو صفحه موازی قرار می‌گیرند.
 به دو سطح بالا و پایین آن قاعده و به سطح‌های اطراف آن وجه جانبی، و به محل برخورد هر دو سطح بال و
 به نقطه برخورد هر سه سطح رأس می‌گویند.

۱- در هر یک از منشورهای زیر مشخص کنید چند وجه دارد؛ بال‌ها، رأس‌ها و قاعده‌ها را نام ببرید.

 <p>تعداد وجه‌های جانبی: ۳ رأس‌ها: ۶ یال‌ها: ۹ قاعده‌ها: ۲</p> <p style="text-align: center;">منشور سه پهلو</p>	 <p>تعداد وجه‌های جانبی: ۴ رأس‌ها: ۸ یال‌ها: ۱۲ قاعده‌ها: ۲</p> <p style="text-align: center;">منشور چهارپهلو</p>
 <p>تعداد وجه‌های جانبی: ۶ رأس‌ها: ۱۲ یال‌ها: ۱۸ قاعده‌ها: ۲</p> <p style="text-align: center;">منشور پنج پهلو منشور شش پهلو</p>	 <p>تعداد وجه‌های جانبی: ۵ رأس‌ها: ۱۰ یال‌ها: ۱۵ قاعده‌ها: ۲</p>

اشکال چایی

- ۲- برای اینکه در نام بردن بال و رأس چیزی جا نیفتند، از چه راه‌بردی استفاده می‌کنید؟ *الوسازی (جدول نظام دار)*
- ۳- اگر تعداد ضلع‌های قاعده منشور خیلی زیاد شود، به چه شکلی نزدیک می‌شود؟ *استوانه*
- ۴- استوانه چند بال دارد؟ *ندارد* چند رأس؟ *صفر* قاعده آن به چه شکلی است؟ *دایره*

رست وری

با خمیر مجسمه‌سازی (یا می‌توانید از یک سیب‌زمینی استفاده کنید) یک استوانه بسازید. با یک قیچی یا چاقو مانند



شکل‌های زیر آن را برش بزنید. سطح برش خورده را رنگ کنید و روی یک کاغذ بزنید، اثر آن
 به چه شکلی است؟ *بیضی*
 همین فعالیت را می‌توانید با برش‌های دیگر تکرار کنید. همچنین به جای استوانه می‌توانید
 منشورهای دیگری را هم امتحان کنید. به این کار مقطع زدن می‌گویند.

نرم‌افزارهای زیادی هستند که می‌توانند این فعالیت را شبیه‌سازی کنند. در صورت
 تمایل آنها را به کار ببرید.

کتابخانه

فعالیت



۱- آیا ممکن است مقطع یک کره و یک استوانه هم شکل باشند؟ در چه صورت؟ بله

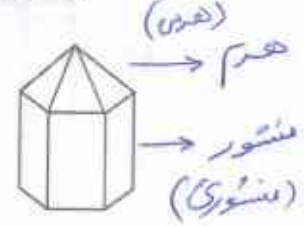
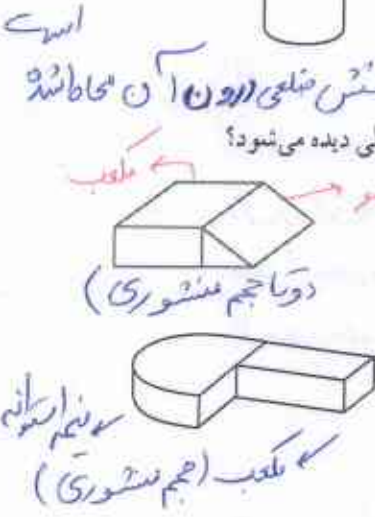
آیا ممکن است مقطع یک منشور و یک هرم هم شکل باشند؟ بله

۲- یک استوانه از دید بالا به چه شکلی دیده می شود؟ دایره

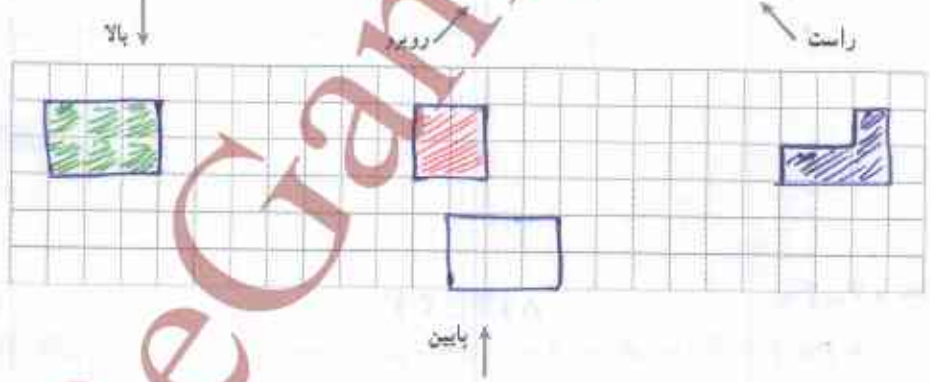
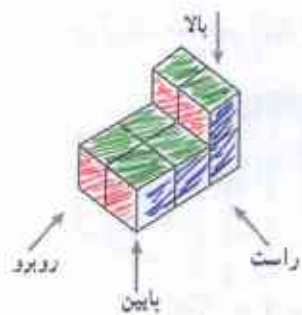
یک منشور ۶ پهلو به چه شکلی دیده می شود؟ شش ضلعی

رأس های منشوری با قاعده ۶ ضلعی منتظم روی دایره قاعده استوانه است. این حجم از بالا به چه شکلی دیده می شود؟

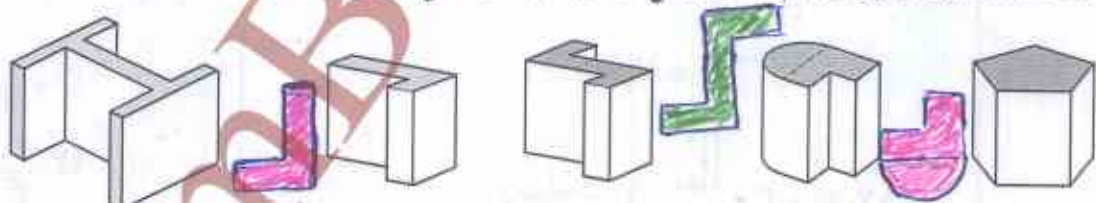
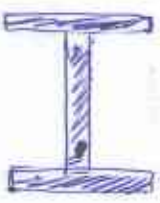
۳- مشخص کنید هر کدام از حجم های زیر، ترکیبی از کدام حجم ها هستند؟



۴- حجم مقابل را از ۴ جهت نگاه می کنیم این حجم از ۴ طرف به چه شکلی دیده می شود؟



۵- قاعده منشورهای زیر را رسم کنید (در واقع دید از بالا یا همان مقطع منشور است).



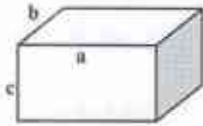
۶- بلورها کریستال های معدنی به طور طبیعی شکل می گیرند. ولی دارای حجم هندسی اند. برای نمونه مشخص کنید

۳ بلور زیر از چه حجم هایی درست شده اند؟

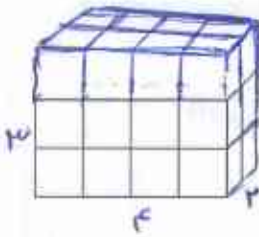


دوابعام منشوری هرم منشور

۱- در دوره دبستان آموختید که حجم یک مکعب مستطیل برابر است با حاصل ضرب طول، عرض و ارتفاع. با توجه به درس جبر که در فصل قبل یاد گرفتید، حجم مکعب مستطیل را با یک رابطه جبری نشان دهید.



$$V = abc$$



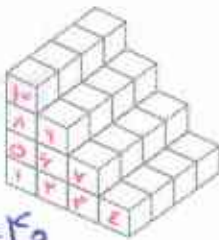
۲- قاعده مکعب مستطیل از ۸ مربع به ضلع یک سانتی متر درست شده است. (2×4) اگر روی این قاعده، مکعب مستطیلی به ارتفاع ۳ سانتی متر درست کنیم. حجم آن چقدر می شود؟

$$(2 \times 4) \times 3 = 24 \text{ cm}^3$$

اگر قاعده مکعب مستطیل 3×4 باشد، با همان ارتفاع چه حجمی درست می شود؟

$$(3 \times 4) \times 3 = 36 \text{ cm}^3$$

۳- همچنین آموختید که واحد حجم مکعبی به ضلع ۱ سانتی متر یا ۱ متر، یک سانتی متر مکعب یا یک مترمکعب می گویند. مشخص کنید که هر کدام از حجم های زیر از چند مکعب واحد درست شده اند.



$$10 \times 4 = 40$$

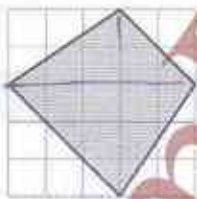


$$8 \times 4 = 32$$



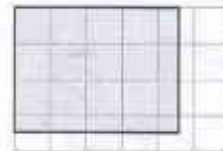
$$13 \times 2 = 26$$

۴- اکنون هر کدام از شکل های زیر را به مربع های به ضلع ۱ سانتی متر تقسیم کنید تا مشخص شود قاعده هر کدام چند مربع به ضلع یک سانتی متر است. (می توانید از عدد های کسری هم استفاده کنید.)



$$\frac{5 \times 5}{2} = 12,5$$

$$12,5 \times 3 = 37,5 \text{ واحد مکعب}$$



$$12 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$$

$$12 \frac{3}{4} \text{ سانتی قاعده}$$

$$\frac{5}{4} \times 3 = \frac{15}{4}$$

واحد مکعب

اگر روی این قاعده ها منشوری به ارتفاع ۳ سانتی متر درست کنیم، حجم هر کدام چقدر می شود؟ اگر به همین ترتیب بتوانیم مساحت قاعده هر منشور را با مربع های واحد سطح تقریب بزنیم، چگونه می توانیم حجم شکل های منشوری را به دست آوریم؟ ارتفاع $V = \text{مساحت قاعده} \times$

برای مثال قاعده یک استوانه که به شکل دایره است را با مربع های واحد تقریب بزنیم و حجم استوانه به ارتفاع ۳ سانتی متر را به طور تقریبی به دست آوریم.

$$V \cong 37 \times 3 = 111 \text{ واحد مکعب}$$

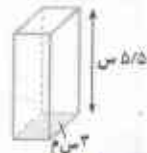
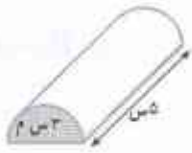
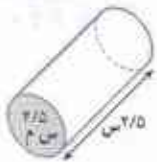
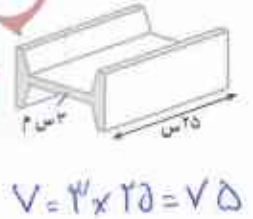
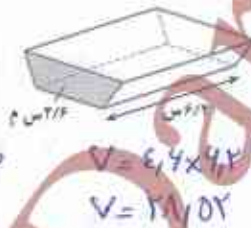
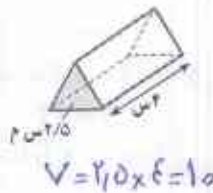
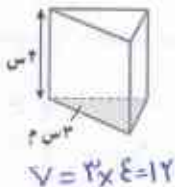
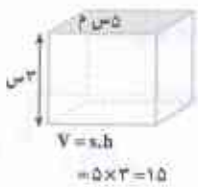
$$V = (3,5 \times 3,5 \times 3,14) \times 3 = 115,4$$

۱- با توجه به فعالیت صفحه قبل، رابطه جبری به دست آوردن حجم های منشوری (V) را که در آن مساحت قاعده منشور

$$V = S \cdot h$$

(S) و ارتفاع منشور (h) موجود است، بنویسید.

۲- با توجه به رابطه بالا و مساحت قاعده داده شده، حجم هر شکل را محاسبه کنید.



$V = 4,5 \times 2,5$
 $V = 11,25$

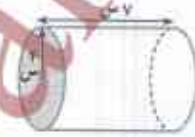
$V = 3 \times 5 = 15$

$V = 4,5 \times 1,5$
 $V = 9,75$

$V = 2 \times 5,5$
 $V = 11$

$V = 7,5 \times 12 = 90$

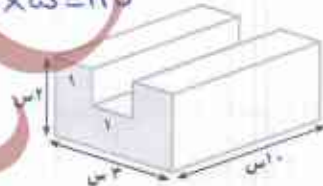
۳- ابتدا مساحت قاعده و سپس حجم هر یک از اجسام زیر را حساب کنید. برای به دست آوردن مساحت و حجم هر



شکل رابطه های جبری را بنویسید.

$V = (4 \times 4 \times 3,14) \times 3$

$V = 50,24 \times 3 = 150,72$



$V = (3 \times 2 - 1 \times 1) \times 10$

$V = 5 \times 10 = 50$

$V = \frac{(3+8) \times 3}{2} \times 4 = 99$

۴- منبع آبی به شکل استوانه است که شعاع قاعده آن ۰/۸ متر و ارتفاعش

۲ متر است. این منبع چند متر مکعب آب می گیرد؟

$V = (0,8 \times 0,8 \times 3,14) \times 2 = 4,0192$ متر مکعب

$4,0192 \times 1000 = 4019,2$ لیتر



۵- یک جعبه دستمال کاغذی به شکل مکعب مستطیل داریم که طول آن ۲۵، عرض آن ۱۲ و ارتفاعش ۵ سانتی متر

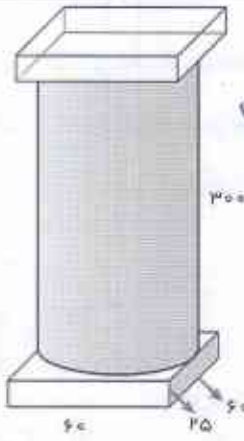
است. تعیین کنید چند عدد از این جعبه ها در یک کارتن مکعب مستطیل به ابعاد ۵۰ و ۳۰ و ۲۴ سانتی متر جا می گیرد؟

$\frac{50 \times 30 \times 24}{25 \times 12 \times 5} = 24$

$V = 50 \times 30 \times 24 = 36000$ ۶۴

$V = 25 \times 5 \times 12 = 1500$ جعبه دستمال کاغذی

$36000 \div 1500 = 24$ تعداد



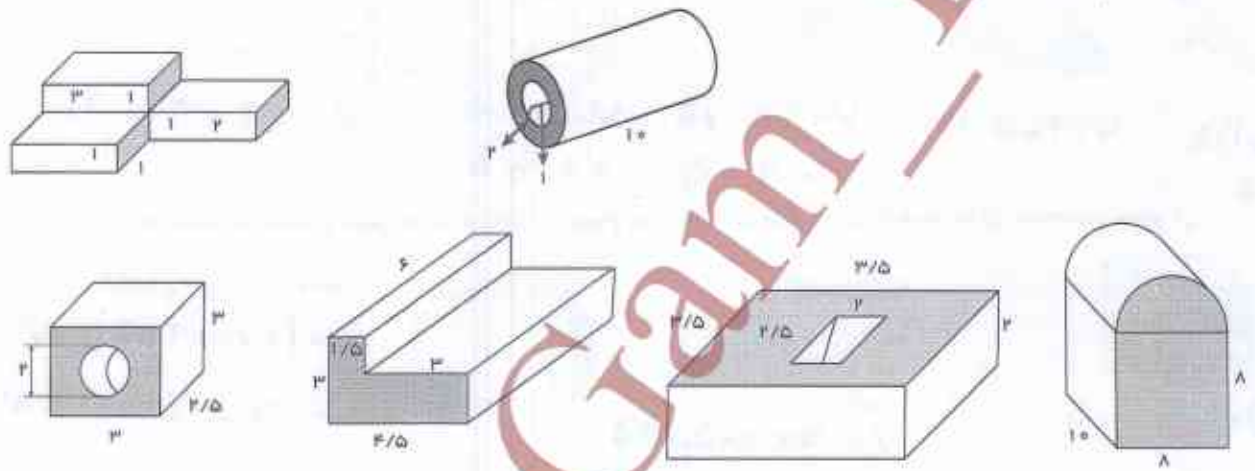
۱- حجم ستون شکل مقابل را به صورت تقریبی پیدا کنید.
 (کل شکل را مکعب مستطیل در نظر بگیرید) $V = (40 \times 40) \times 350 = 1,240,000$
 حالا کمی دقیق تر محاسبه کنید و آن را به سه قسمت تقسیم کرده و حجم سه تکه را جداگانه

حساب کنید و مجموع را به دست آورید. (شعاع قاعده استوانه چند است؟)
 تفاوت دو جواب را به دست آورید.

$V_{\text{مکعب}} = 40 \times 40 \times 25 = 40,000$
 $V_{\text{استوانه}} = (30 \times 30 \times \frac{3}{14}) \times 350 = 847,800$
 $V_{\text{کل}} = 2 \times 40,000 + 847,800 = 1,027,800$

$$\begin{array}{r} 1240000 \\ - 1027800 \\ \hline 212200 \end{array}$$

۲- حجم اشکال زیر را به دست آورید.



۳- جاهی به عمق ۱۲ متر حفر کرده ایم. شعاع دهانه این جاه ۰/۴ متر است. وقتی خاک کنده و بیرون ریخته می شود، حجم آن ۱/۳ برابر می شود. اگر خاک این جاه بعد از بیرون آمدن در سطحی به ابعاد ۴ و ۵ متر به طور یکنواخت ریخته شود تا یک مکعب مستطیل به وجود آید، ارتفاع این مکعب مستطیل چقدر خواهد شد؟

$$h = \frac{1/3 \times 4 \times 4 \times 3/14 \times 12 \times 1/3}{4 \times 5} \approx 1/4 \text{ متر}$$

۴- حوضی است به شکل مکعب مستطیل و ابعاد آن ۳ و ۴ و ۱/۵ متر است، این حوض خالی را با شنیر آبی که در هر دقیقه ۶۰ لیتر آب وارد آن می کند، پر می کنیم. چند ساعت طول می کشد تا حوض پر شود؟

$$\frac{4 \times 3 \times 1/5 \times 1000}{60 \times 60} = 5$$

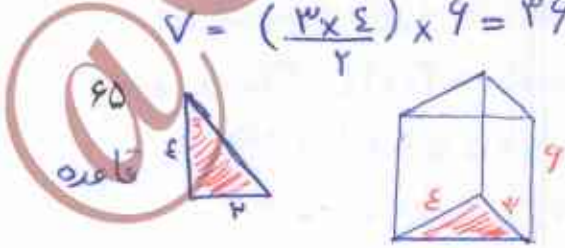
۵- یک پارچ به شکل استوانه است که ارتفاع آن ۳۰ سانتی متر و شعاع قاعده آن ۴ سانتی متر است. آب داخل این پارچ را در لیوان هایی به شکل استوانه که ارتفاع آنها ۱۰ سانتی متر و شعاع قاعده آن ۲ سانتی متر است، می ریزیم. این آب چند لیوان را پر می کند؟

$$\frac{V_{\text{پارچ}}}{V_{\text{لیوان}}} = \frac{2 \times 2 \times \pi \times 30}{2 \times 2 \times \pi \times 10} = 12$$

نمود: حجم پارچ آب بنده

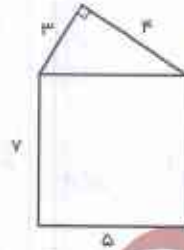
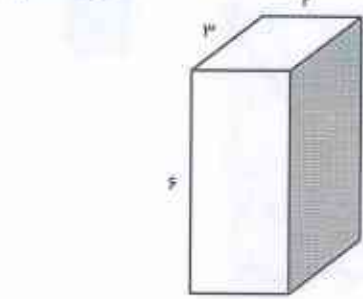
۶- قاعده یک منشور سه پهلو مثلث قائم الزاویه ای که اندازه ضلع های قائمه آن ۳ و ۴ است. ارتفاع این منشور ۶ سانتی متر است. حجم این منشور را پیدا کنید.

$$V = \left(\frac{3 \times 4}{2} \right) \times 6 = 36$$



حجم آب (لیتر)	زمان (ساعت)
1	40×40
2	$4 \times 3 \times 1/5 \times 1000$

۱- مساحت همه وجه‌های جانبی منشورهای زیر را به دست آورید. هر وجه چه شکلی دارد؟



به مجموع این مساحت‌ها مساحت جانبی شکل می‌گویند.

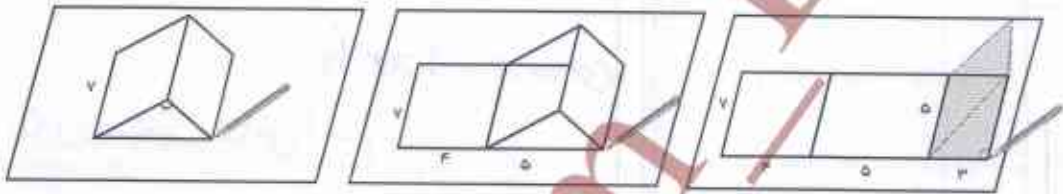
$$S' = 2 \times \frac{3 \times 4}{2} + 5 \times 7 + 3 \times 7 + 4 \times 7$$

$$S = 12 + 35 + 21 + 28 = 96$$

فعالیت دست ورزانه

۲- برای به دست آوردن مجموع مساحت جانبی منشور سه پهلوئی بالا به صورت زیر، آن را روی کاغذ قرار می‌دهیم، و

به اندازه طول هر ضلع یک علامت می‌گذاریم.



با توجه به شکل‌های بالا چگونه می‌توانستیم ساده‌تر مساحت جانبی را به دست آوریم؟

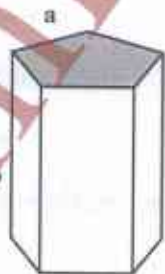
۳- با توجه به سؤال بالا اگر مساحت را با S ، محیط را با p و ارتفاع را با h نشان دهیم. رابطه جبری مساحت جانبی

منشورهای بالا را بنویسید.

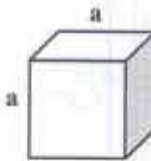
$$S = p \cdot h$$

$$S = a \cdot a$$

۱- مساحت جانبی شکل‌های زیر را پیدا کنید.



$$S' = 4 \times a \cdot a$$



$$S' = c(2a + 2b)$$

$$S = 2c(a + b)$$

$$S = 2ac + 2bc$$

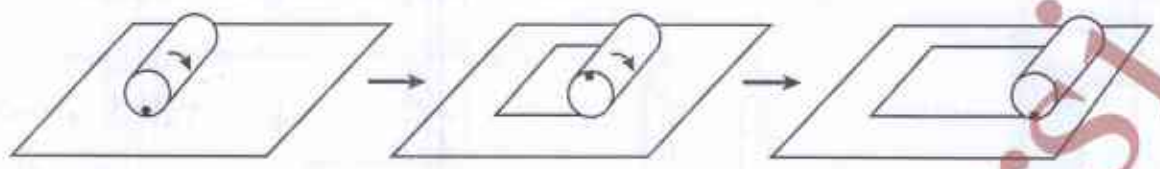
۲- ستونی به شکل منشور ۶ پهلوست که هر ضلع آن ۲/۵ متر و ارتفاع آن ۵ متر است. می‌خواهند بدین این ستون را

کاشی کاری کنند. چند متر مربع کاشی لازم است؟

$$S = 6 \times 2 \times 5 = 1$$

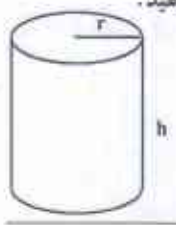
$$S = 1 \times 4 = 4$$

۱- یک استوانه را به شکل زیر روی یک صفحه می‌غلطانیم و ابتدا و انتهای کار را مشخص می‌کنیم.



با این کار چه شکلی به دست می‌آید؟ **استطیل**
 طول و عرض آن چگونه به دست می‌آید؟ **طول = محیط قاعده استوانه** **عرض = ارتفاع استوانه**
 مساحت این شکل چگونه به دست می‌آید؟ **مساحت = طول × عرض = کر**

۲- با توجه به سؤال بالا مساحت جانبی یک استوانه به ارتفاع h و شعاع قاعده r را با عبارت جبری نشان دهید.



هدف: بیان مساحت جانبی استوانه

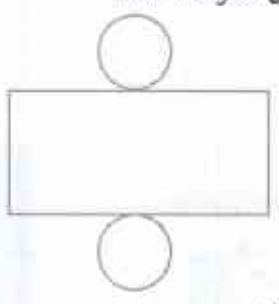
$$S = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$

جانبی

۱- با توجه به سؤال بالا با یک مستطیل می‌توان یک سطح استوانه‌ای درست کرد.



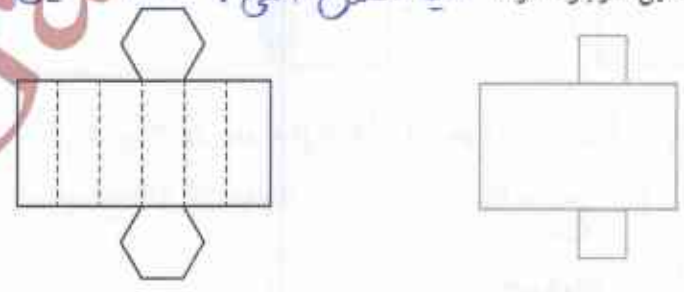
این سطح استوانه را روی کاغذ بگذارید و دور آن خط بکشید. این دایره قاعده استوانه است. چون استوانه ۲ قاعده دارد. ۲ دایره و یک مستطیل مساحت کل استوانه را تشکیل می‌دهند. شکل مقابل را گسترده استوانه می‌گویند.



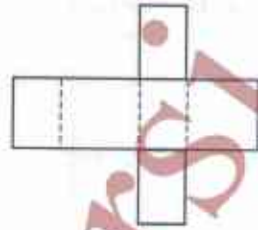
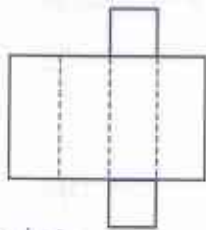
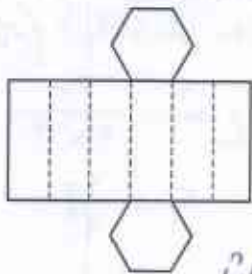
چه رابطه‌ای بین دایره و مستطیل در این گسترده وجود دارد؟ **طول مستطیل با محیط دایره برابر است**

۲- گسترده یک منشور ۶ پهلو با قاعده ۶ ضلعی منظم و گسترده یک مکعب مستطیل با قاعده مربع در شکل‌های زیر رسم شده‌اند.

چه رابطه‌ای بین قاعده‌ها و مستطیل‌ها وجود دارد؟ **محیط ضلعی با طول مستطیل برابر است**



۱- گسترده چند منشور داده شده است. آنها را روی کاغذ بکشید و منشورها را درست کنید و به کلاس بیاورید.



در چه صورت گسترده شکل وسط به یک مکعب تبدیل می شود؟ ارتفاع با طول قاعده برابر باشد

۲- یک غلتک بر روی زمین آسفالت شده باید ۴ بار غلت بزند تا سطح آن صاف شود. اگر

شعاع غلتک ۵۰ سانتی متر و ارتفاع استوانه آن ۱ متر باشد، برای آسفالت کردن سطح یک کوچه به



طول ۲۰ و عرض ۴ متر، این غلتک باید به طور تقریبی چند بار بچرخد؟

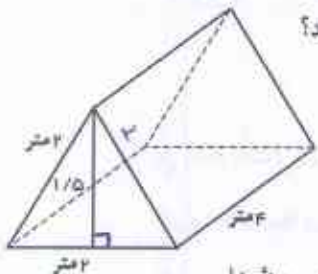
$$\text{تعداد دورها} = \frac{320 \approx 102}{3.14} = \frac{4 \times (20 \times 4) \times 2}{(2 \times 7.5 \times 3.14) \times 2} = \frac{4 \times 160}{47.1} \approx 13.6$$

$$S = 4296 = 10 \times 70 \times 3.14 = 10 \times S_{\text{جانبی}} = S_{\text{کلی}}$$



۳- یک جرخ ماشین که کاملاً خیس شده است، با ۱۰ دور چرخیدن روی زمین جای خود را مشخص می کند تا خشک

شود. اگر جرخ به ضخامت ۲۰ سانتی متر و قطر ۷۰ سانتی متر باشد، چه مساحتی از زمین را خیس خواهد کرد؟



۴- یک جادر مسافرتی به شکل مقابل است. چند متر پارچه برای ساخت آن به کار رفته است؟

حجم این جادر چقدر است؟

$$S = (4 \times 4) + 2 \times \frac{1.5 \times 4}{2} = 27$$

۵- یک مخزن نفت به شکل استوانه ای است که شعاع قاعده آن ۳ متر و ارتفاعش ۵ متر است. می خواهیم بدنه خارجی و

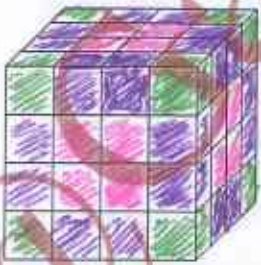
سقف آن را رنگ بزنیم. اگر هزینه رنگ کردن هر متر مربع ۳۰۰۰۰ تومان باشد، برای رنگ کردن این مخزن چقدر باید هزینه کرد؟

۶- می خواهیم با مقوا مکعبی به ضلع ۱۰ cm بسازیم. چند سانتی متر مربع مقوا به کار می رود؟

۷- یک جعبه به شکل مکعب مستطیل به ابعاد ۳۰ و ۵۰ و ۴۰ سانتی متر را با کاغذ کادو بپوشانیم. برای پوشاندن این

جعبه حداقل چند سانتی متر کاغذ کادو لازم داریم؟ چرا در این مسئله حداقل خواسته شده است؟

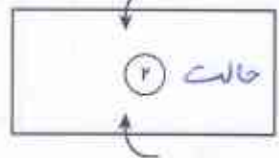
۸- با مکعب های به ضلع ۱ واحد حجم مقابل را ساخته ایم. اگر تمام سطح های این حجم را رنگ کنیم، چند مکعب



- تعداد کل مکعب ۴ × ۴ × ۴ = ۶۴
- چند مکعب رنگ می شود؟ ۲ × ۲ × ۲ = ۸
- چند مکعب ۲ وجهشان رنگ می شود؟ ۱۲ × ۲ = ۲۴
- چند مکعب ۳ وجهشان رنگ شده است؟ ۸

۱- یک مستطیل به طول 40 عرض داده شده را به دو صورت زیر لوله می‌کنیم تا استوانه به دست آید. شعاع $r_1 = 10$ و $r_2 = \frac{20}{3}$

$r_1 = 10$



شعاع = $\frac{40}{2 \times 3} = \frac{20}{3}$
 $r_2 = \frac{20}{3}$

در هر حالت حجم استوانه را به دست آورید. مانند نمونه از رابطه‌های جبری کمک بگیرید. برای ساده‌تر شدن محاسبات عددی π را 3 در نظر بگیرید. در هر حالت ابتدا شعاع قاعده و ارتفاع استوانه را تشخیص دهید.

$V_1 = h \times S = h_1 \times r_1 \times r_1 \times \pi = 40 \times 10 \times 10 \times 3 = 12000$

$V_2 = h \times S = 40 \times \frac{20}{3} \times \frac{20}{3} \times 3 = 10000$

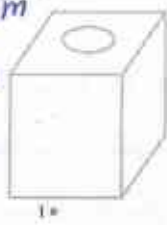
حجم اولی بیشتر است

۲- یک کارخانه تولید جای دو نوع بسته‌بندی به شکل‌های زیر ارائه می‌کند. هر دو نوع قوطی با ورق گالوانیزه درست شده‌اند. در کدام یک جای بیشتری جا می‌گیرد؟

$V_1 = 4 \times 10 \times 10 = 400 \text{ cm}^3$

$V_2 = 10 \times 10 \times 10 = 1000$

$\frac{V_1}{S_1} = \frac{1000}{400} = \frac{5}{2}$



$S_2 = 2(5 \times 5 \times 3) + (10 \times 3) \times 10 = 450 \text{ cm}^2$

$V_2 = (5 \times 5 \times 3) \times 10 = 750$

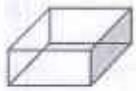
$\frac{V_2}{S_2} = \frac{750}{450} = \frac{5}{3}$

در کدام یک ورق گالوانیزه بیشتری برای ساخت قوطی به کار رفته است؟ در محاسبات خود عدد π را 3 در نظر بگیرید. ملوب بانوجه به عددی بالا اگر شما مدیر کارخانه باشید، کدام نوع بسته‌بندی را انتخاب می‌کنید؟ چرا؟ بستگی به نظر مشتری دارد. کدام نوع بسته‌بندی در حمل و نقل بهتر است و جای کمتری می‌گیرد؟ چرا؟ جعبه ملوب شکل بهتر است چون

فضای خالی بین جعبه‌ها موجود می‌آید

برای بسته‌بندی شیرینی جعبه‌هایی را درست می‌کنند. شکل گسترده این جعبه‌ها به صورت زیر است و پس از تا کردن

مربع‌ها گوشه‌ها روی هم قرار می‌گیرند و جعبه درست می‌شود.



$V = 20 \times 20 \times 5 = 2000 \text{ cm}^3$



با توجه به اندازه‌های داده شده، حجم (گنجایش) جعبه را پیدا کنید 2000 cm^3

اگر به جای 5 سانتی متر لبه‌ها را 6 سانتی متر در نظر بگیریم با همین مقوا حجم جعبه بیشتر می‌شود یا کمتر؟ کمتر شود

$V = 18 \times 18 \times 4 = 1296 \text{ cm}^3$

$$V_2 = \left(\frac{b}{2\pi} \times \frac{b}{2\pi} \times \pi \right) \times a$$

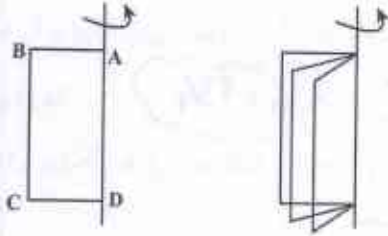
$$r_2 = \frac{b}{2\pi}$$

$$h_2 = a$$

$$V_1 = \left(\frac{a}{2\pi} \times \frac{a}{2\pi} \times \pi \right) \times b$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{b}{a}$$

مستطیل ABCD را حول محوری که از AD می‌گذرد، دوران می‌دهیم. شکل زیر نشان می‌دهد که مستطیل‌ها چگونه



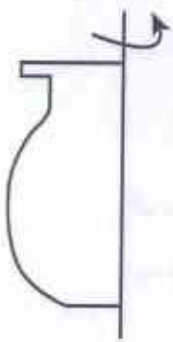
حرکت می‌کنند.

شما هم مانند شکل زیر کافذی را روی مدادی بچسبانید و آن را بچرخانید و حرکت مستطیل را تماشا کنید.



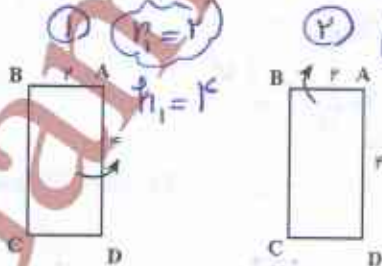
با چرخاندن این مستطیل چه حجمی به وجود می‌آید؟ استوانه
 مشخصات آن حجم را بنویسید. ارتفاع استوانه است AD
 شعاع دایره‌ی آن است CD

همان‌طور که ملاحظه می‌کنید، با حرکت یک سطح در فضا حجم ساخته می‌شود. همین کار را برای شکل‌های دیگر نیز می‌توان انجام داد تا حجم‌های دیگری ساخته شوند. در سال‌های بعد در این مورد بیشتر توضیح داده خواهد شد.



۱- سطحی مثل شکل مقابل را حول محور d دوران می‌دهیم.
 حجم چه شکلی ساخته می‌شود؟ می‌توانید با یک فرفره و چرخاندن آن حجم ایجاد شده را ببینید. بدگردان
 از این خاصیت در خراطی، تراشکاری و سفالگری برای ساختن حجم‌های مختلف استفاده می‌کنند.

۲- یک مستطیل را یک بار حول محور AD و یک بار حول محور AB دوران دهید. حجم حاصل از این دوران را



$$V_2 = (2 \times 2 \times \pi) \times 4 = 16\pi$$

$$V_1 = (4 \times 4 \times \pi) \times 2 = 32\pi$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{16\pi}{32\pi} = \frac{1}{2}$$

$$V_2 = (2 \times 2 \times \pi) \times 4 = 16\pi$$

$$V_1 = (4 \times 4 \times \pi) \times 2 = 32\pi$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{16\pi}{32\pi} = \frac{1}{2}$$

راه دوم راه اول است

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{(2 \times 2 \times \pi) \times 4}{(4 \times 4 \times \pi) \times 2} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow V_2 = \frac{1}{2} V_1$$

راه حل دوم بالای صفحه



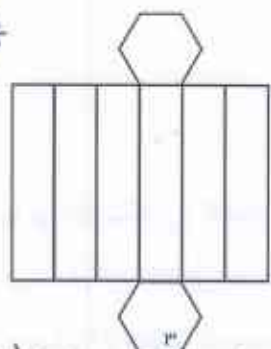
$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{(\frac{c}{2\pi} \times \frac{c}{2\pi} \times \pi) \times d}{(\frac{a}{2\pi} \times \frac{a}{2\pi} \times \pi) \times b} = \frac{c^2 d}{a^2 b}$$

روشن نم

قطر = $\frac{20}{3}$
 شعاع = $\frac{10}{3} = r_1$
 $r_2 = \frac{10}{2 \times 3} = \frac{5}{3}$

۱- یک مقوا به طول و عرض، 5×20 را به شکل استوانه به ارتفاع ۵ در آورده ایم. یک مقوای دیگر را نیز به ابعاد 10×10 را به شکل یک استوانه در آورده ایم. با توجه به اینکه مساحت مقواها در دو حالت برابر است، کدام استوانه حجم بیشتری دارد؟

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{(\frac{10}{3} \times \frac{10}{3} \times \pi) \times 10}{(\frac{5}{3} \times \frac{5}{3} \times \pi) \times 5} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_1 = 2V_2$$



$$\frac{x}{100} = \frac{2,0 \times 4 \times 10}{32} \Rightarrow x = \frac{2,0 \times 4 \times 10 \times 100}{32} = \frac{370}{8} \approx 49,9\%$$

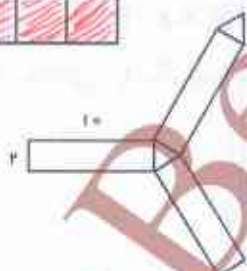
۲- یک صابون مکعب مستطیل شکل به حجم ۳۲ سانتی متر مکعب پس از چند بار مصرف، کوچک شده و به ابعاد $2 \frac{1}{2}$ و 4 و $1 \frac{1}{4}$ سانتی متر تبدیل شده است. چند درصد این صابون استفاده شده است؟ $100\% - 49,9\% = 50,1\%$

۳- یک استوانه که با یک مقوا به طول ۲۰ سانتی متر و عرض ۱۰ سانتی متر ساخته شده به طور تقریبی چه حجمی دارد؟ (ارتفاع استوانه ۲۰ است.)



۵- اگر یک حجم از بالا و سمت راست و روبرو به صورت زیر دیده شود، آن حجم را رسم کنید.

$$V = (4 \times 3) + 2 = 14$$

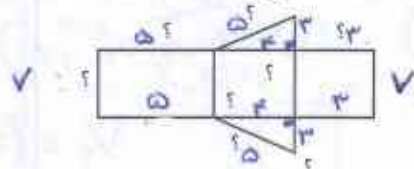


۶- شکل مقابل گسترده یک منشور را نشان می دهد.

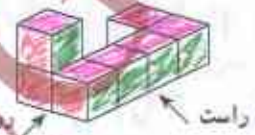
مساحت جانبی منشور را پیدا کنید.

$$S_{\text{جانبی}} = (2 \times 3) \times 10 = 60 \text{ cm}^2$$

۷- با توجه به حجم منشور و ابعاد آن، اندازه ضلع های گسترده آن را بنویسید.



۸- حجم مقابل از راست، بالا و روبرو چگونه دیده می شود؟



در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید. برای هر کدام مثال بنویسید.

● حجم هندسی ● حجم منشوری ● مساحت جانبی ● مساحت کل ● گسترده

در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه تهیه کنید.

- انواع حجم‌های هندسی
- حجم مخروطی و حجم منشوری
- قاعده، وجه، یال و رأس حجم‌های منشوری
- مقطع زدن یک حجم منشوری
- رابطه پیدا کردن حجم‌های منشوری
- رابطه پیدا کردن مساحت جانبی حجم‌های هندسی
- رابطه پیدا کردن مساحت کل حجم‌های منشوری
- ساختن یک حجم به کمک گسترده آن
- دوران سطح حول یک محور و ساختن حجم
- مقایسه حجم‌هایی که به یک سطح مشخص درست شده‌اند.

کاربرد این فصل در زندگی روزمره فراوان است. در دنیایی از اجسام زندگی می‌کنیم و نیاز داریم حجم‌های مختلف را اندازه بگیریم و برای ساختن حجم‌ها نیز از سطح‌ها (کاغذ، مقوا، ورق و...) استفاده می‌کنیم.

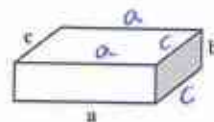
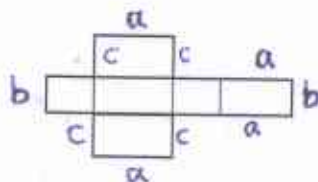
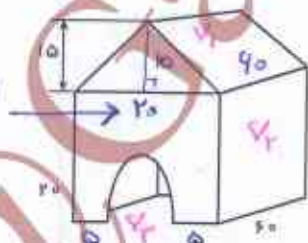
در صورتی که تمرین‌های زیر را توانستید انجام دهید. مطمئن می‌شوید که این فصل را به خوبی یاد گرفته‌اید.

۱- حجم، مساحت جانبی و مساحت کل شکل‌های زیر را به دست آورید.

الف) استوانه به شعاع قاعده ۲ و ارتفاع ۲ (ب) منشور چهار پهلو با قاعده مربع به ضلع ۲ و ارتفاع ۲۰

۲- الف) با توجه به شکل مکعب مستطیل اندازه و ضلع‌های خواسته شده روی گسترده آن را مشخص کنید.

اصلاح شود



ب) حجم شکل مقابل را به دست آورید.

$$V = V_1 + V_2 - V_3$$

$$71 = 3$$

۷۲

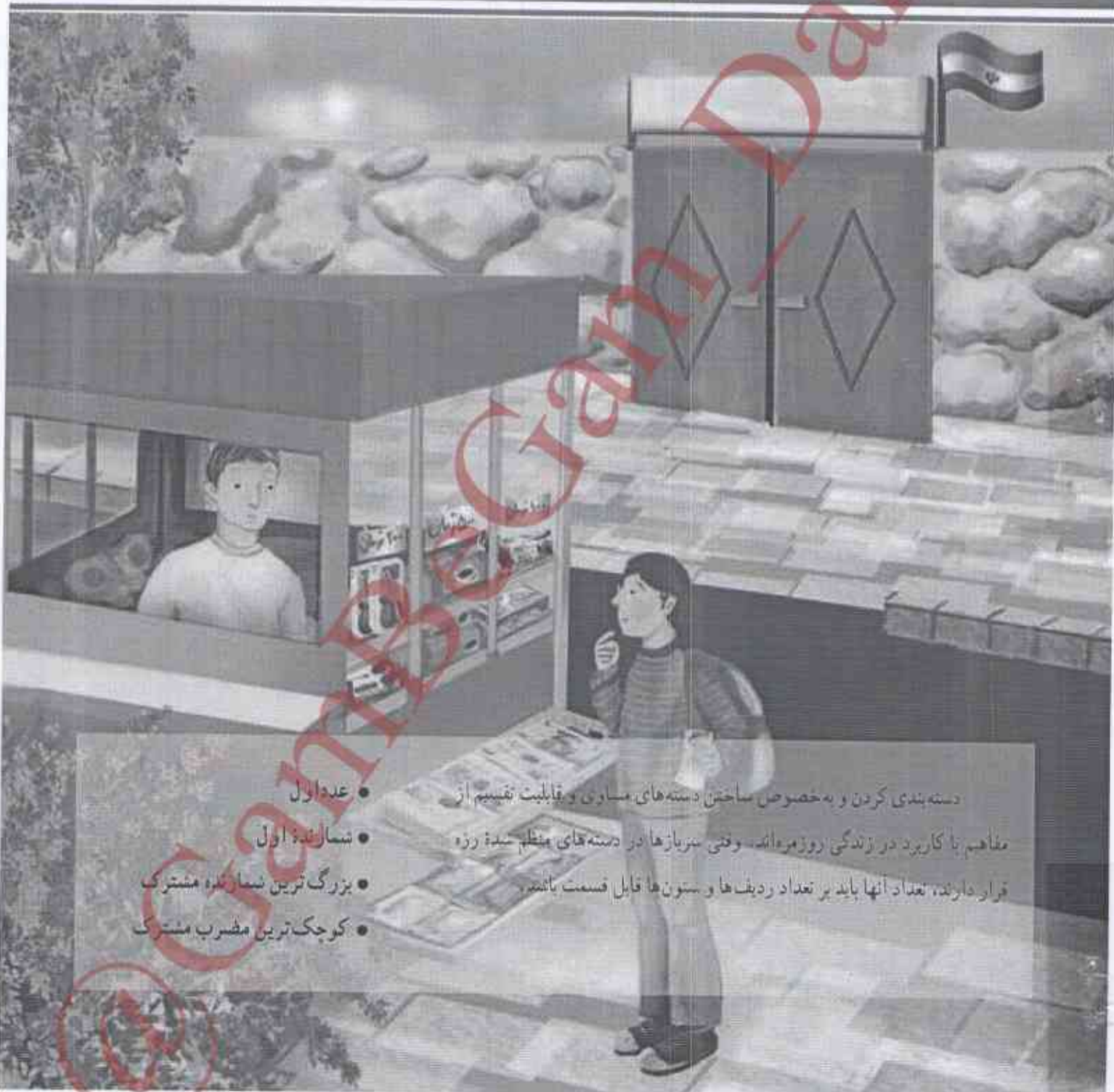
$$V = \frac{15 \times 20}{2} \times 40 + 20 \times 20 \times 40 - \frac{5 \times 5 \times 3 \times 40}{2}$$

$$V = 9000 + 24000 - 2250 = 30750$$



۶ فصل ۰

شمارنده ها و اعداد اول



- دسته بندی کردن و به خصوص ساختن دسته های مساوی و قابلیت تقسیم از مفاهیم با کاربرد در زندگی روزمره اند. وقتی سربازها در دسته های منظم سیده رژه قرار دارند، تعداد آنها باید بر تعداد ردیف ها و ستون ها قابل قسمت باشند.
- عدد اول
- شمارنده اول
- بزرگ ترین شمارنده مشترک
- کوچک ترین مشرب مشترک



شمارنده کی بد عدد

فعالیت

۱- دانش آموزان یک مدرسه در کلاس های ورزشی ثبت نام کرده اند. جدول تعداد ثبت نام شده ها و تعداد نفرات هر تیم در آن رشته در جدول زیر مشخص شده است. در کدام رشته ورزشی تعداد ثبت نام شده ها مناسب است؟ چرا؟
 در کدام رشته تعداد ثبت نام شده ها مناسب نیست؟ چرا؟ ثبت نام در تیم های زیر بجز ۶ و ۱۵ مناسب نیست و هر وضع در تیم فوتبال ضعیف تر است

رشته ورزشی	فوتسال	والیبال	بسکتبال	بینگ پنگ	بدینتون
تعداد ثبت نام شده ها	۲۱	۱۲	۱۳	۹	۷
تعداد نفرات هر تیم	۱۲	۶	۵	۲	۲

یا هیچ مناسب

با کمترین جابه جایی نفرات، پیشنهادی ارائه کنید تا تعداد نفرات تمام رشته ها مناسب شوند.
 ۲- عدد ۶ را مانند نمونه به صورت ضرب دو عدد طبیعی بنویسید و معنی کنید.

یعنی دو دسته ۳ تایی $۶ = ۳ \times ۲$ سه دسته ۲ تایی

$۶ = ۱ \times ۶$ یک دسته ۶ تایی $۶ = ۶ \times ۱$ ۶ دسته ۱ تایی

۳- عدد ۱۰ را مانند نمونه تقسیم کنید و یک تساوی بنویسید و آن را معنی کنید. (تقسیم ها نباید باقی مانده بیاورند).

یعنی ۱۰ را می توان ۲ تا ۲ تا ۵ تا شمرد $۱۰ \div ۲ = ۵$

$۱۰ \div ۵ = ۲$
 $۱۰ \div ۱۰ = ۱$
 $۱۰ \div ۱ = ۱۰$

۴- دایره را مانند نمونه به دسته های مساوی تقسیم کنید. یعنی مشخص کنید ۱۲ را چند تا چند تا می شود شمرد. به



این ترتیب شمارنده های عدد ۱۲ به دست می آید.

فعالیت دست و زری

۱، ۲، ۳، ۴، ۶، ۱۲ : شمارنده های ۱۲

اصلاح شود

۱- با یکی از روش های بالا شمارنده های هر عدد را مشخص کنید.

شمارنده های ۱۴ : ۱، ۲، ۷، ۱۴
 شمارنده های ۱۵ : ۱، ۳، ۵، ۱۵

شمارنده های ۹ : ۱، ۳، ۹
 شمارنده های ۸ : ۱، ۲، ۴، ۸

۲- عدد ۲، شمارنده ۴ هست. ۴ هم شمارنده ۱۲ است. آیا می توان نتیجه گرفت که ۲ شمارنده ۱۲ هم هست؟ چرا؟

ا شمارنده b هست و b شمارنده c است پس a شمارنده c است

۳- به طور کلی اگر a شمارنده b باشد، b هم شمارنده c باشد، آیا می توان نتیجه گرفت که a شمارنده c هم هست؟ چرا؟

کتابخانه

آری

★ شمارنده‌ی یک عدد عددی طبیعی همیشه زیر آن عدد مضرب می‌تواند عددی را بشمارد

MATH-HOME.IR

۱- جدول زیر را کامل کنید. شمارنده‌های عدد را از کوچک به بزرگ بنویسید.

عدد	شمارنده‌های عدد			
۹	۱	۳	۹	
۱۵	۱	۳	۵	۱۵
۲	۱	۲	۴	
۱۴	۱	۲	۷	۱۴
۵	۱	۵		
۱۳	۱	۱۳		

با دیدن این جدول چه نتیجه‌ای می‌توان گرفت؟

عدد یک شمارنده‌ی همه‌ی اعداد است.

کوچک‌ترین شمارنده‌ی هر عدد یک است.

بزرگ‌ترین شمارنده‌ی هر عدد خود آن عدد است.

همه‌ی شمارنده‌های یک عدد آن عدد می‌شمارد

بعضی از عددها فقط دو شمارنده دارند

هر عدد بزرگ‌تر از ۱ حداقل دو شمارنده دارد.

اصلاح

۲- برای عدد ۷ از روش‌های ضرب یا تقسیم کردن یا دسته‌بندی استفاده کرده و شمارنده‌های آن را پیدا کنید.



اعداد اول

به عددهایی مثل ۵، ۱۳ و ۷ که فقط ۲ شمارنده دارند و آن دو شمارنده عدد یک و خود آن عدد می‌باشد،

عدد اول می‌گویند.

۱- مانند نمونه عددها را به حاصل ضرب دو عدد غیر از یک بنویسید.



کدام عددها را نمی‌توان به صورت ضرب دو عدد غیر از یک نوشت؟ ۱۷ و ۱۳

آیا می‌توان گفت هر عددی که به صورت ضرب دو عدد، بزرگ‌تر از یک نوشته شود، اول نیست؟ آری

۲- با قاعده‌های بخش‌پذیری بر ۲، ۳، ۵، که در دبستان آموخته‌اید و یا روش‌های بالا، مشخص کنید کدام یک از عددهای

طبیعی کمتر از ۳۰، اول هستند. دور آنها را خط بکشید. عددهایی را که اول نیستند، به صورت بالا با ضرب دو عدد غیر از یک

نشان دهید

یا نسخ باز است

۱۰	۲ × ۵	۱۱	۲ × ۵	۱۲	۲ × ۶	۱۳	۲ × ۷	۱۴	۲ × ۷	۱۵	۳ × ۵	۱۶	۲ × ۸	۱۷	۲ × ۸	۱۸	۲ × ۹	۱۹	۲ × ۹	۲۰	۵ × ۴
۲۱	۳ × ۷	۲۲	۲ × ۱۱	۲۳	۲ × ۱۲	۲۴	۳ × ۸	۲۵	۵ × ۵	۲۶	۲ × ۱۳	۲۷	۳ × ۹	۲۸	۲ × ۱۴	۲۹	۲ × ۱۴	۳۰	۲ × ۱۵	۳۱	۳ × ۱۰

۷۵

۱- آیا عدد ۱۷ شمارنده ۲۴۷ هست؟ چرا؟ خیر، چون عدد طبیعی وجود ندارد که در ۱۷ ضرب شود حاصل ۲۴۷ شود

۲- آیا اگر عددی بر ۳ بخش پذیر بود، می توان گفت که ۳ شمارنده آن است؟ بلی

۳- عدد بنویسد که ۵ شمارنده آنها باشد. ۵، ۱۰، ۱۵، ۲۰، ۲۵

عددی بر ۱۵ بخش پذیر است

۴- کدام یک از عددهای رویه رو بر ۱۵ بخش پذیر است؟ چرا؟ ۳۶۰، ۵۵۵، ۹۲۴، ۲۴۵

که بر ۳ و ۵ بخش پذیر باشند

۵- تمام شمارنده های عددهای زیر را بنویسید. ۲۰، ۱۰، ۵، ۴، ۲، ۱

۱، ۲، ۳، ۴، ۶، ۸، ۱۲، ۲۴

۲۰ → ۱، ۲، ۴، ۵، ۱۰، ۲۰
 ۱۰ → ۱، ۲، ۵، ۱۰
 ۴ → ۱، ۲، ۴
 ۲ → ۱، ۲
 ۱ → ۱

۶- جملات درست را با ✓ و جملات نادرست را با × مشخص کنید. دلیل نادرست بودن آن جمله را بنویسید.

✓ - عدد ۲۹ اول است. فقط دو شمارنده دارد. - هر عدد حداقل ۲ شمارنده دارد. عدد یک فقط یک شمارنده دارد

× - تمام عددهای اول، فرد هستند؛ چون اگر زوج باشند، عدد ۲ شمارنده آنها می شود. عدد ۲ زوج است ولی اول است

✓ - اگر عددی غیر از خودش و یک شمارنده دیگری داشته، حتماً اول نیست. چون پس از دو شمارنده دارد

۷- در کلاس ۴ گروه ۳ نفره و ۶ گروه ۴ نفره وجود دارد. دانش آموزان این کلاس را در چند حالت می توان به گروه هایی با تعداد

نفر $12 + 24 = 36$ گروه سه نفره $12 \times 3 = 36$

گروه چهار نفره $9 \times 4 = 36$

گروه شش نفره $6 \times 6 = 36$

۸- وقتی می نویسیم $3 \times 6 = 18$ ، آیا می توان نتیجه گرفت که هم ۳ و هم ۶ شمارنده های ۱۸ هستند؟ چرا؟

بلی - چون ۱۸ را می توان 3×6 و 6×3 و 2×9 و 9×2 نمایش کرد

آیا می توان نتیجه گرفت که همیشه تعداد شمارنده های یک عدد زوج است؟ خیر مثال ۹

۹- آیا حاصل ضرب دو عدد اول می تواند عددی اول باشد؟ چرا؟ خیر چون عدد حاصل را می توان به صورت حاصل ضرب دو عدد بزرگ تر از یک نوشت

۱۰- هر عبارت را کامل کنید.

- مجموع دو عدد طبیعی فرد همیشه عددی _____ است.

- مجموع دو عدد طبیعی زوج همیشه عددی _____ است.

- مجموع یک عدد زوج و یک عدد فرد همیشه عددی _____ است.

پس از تکمیل کردن جمله های فوق (می توانید با حدس و آزمایش جمله ها را کامل کنید.) به سوال زیر پاسخ دهید.

۱۱- آیا حاصل جمع دو عدد اول همواره یک عدد اول می باشد؟ خیر غیر اول اول اول $3 + 5 = 8$



۱- تمام شمارنده‌های عددهای زیر را بنویسید.

شمارنده‌های ۱۲: ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۱۲

شمارنده‌های ۳۵: ۱, ۵, ۷, ۳۵

شمارنده‌های ۱۴: ۱, ۲, ۷, ۱۴

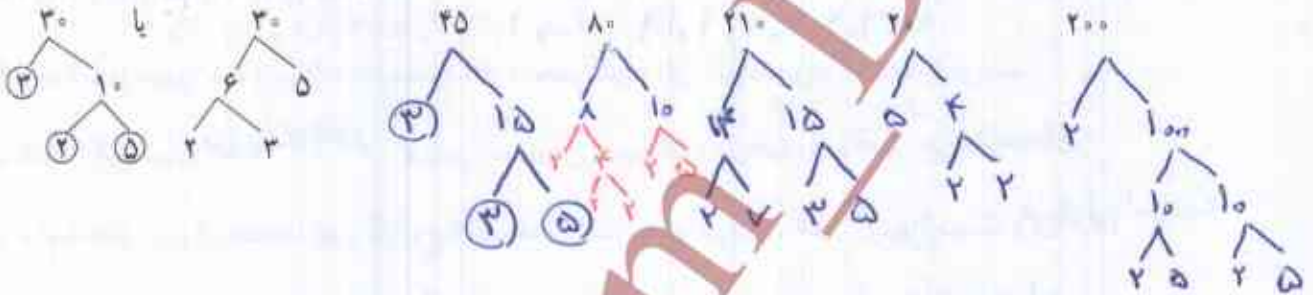
شمارنده‌های ۹: ۱, ۳, ۹

در هر قسمت، بر شمارنده‌هایی که عدد اول هستند، خط بکشید.

شمارنده‌های اول ۳۵ چه عددی است؟ ۷ و ۵
شمارنده اول عدد ۹ چه عددی است؟ ۳

۲- مانند نمونه هر عدد را به صورت ضرب دو عدد بنویسید. این کار را آن قدر ادامه دهید تا به شمارنده‌های اول آن عدد

برسید.



۳- با توجه به نمودارهای درختی بالا می‌توان عددها را به صورت ضرب عددهای اول نوشت:

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$45 = 3 \times 3 \times 5$$

$$80 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5$$

$$210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$$

$$2 = 2 \times 1$$

$$100 = 2 \times 2 \times 5 \times 5$$

شمارنده‌های اول عددهای اولی هستند که با استفاده از حاصل ضرب و تکرار آنها، می‌توان عددهای مختلفی را به دست

آورد.

$$12 = 3 \times 2 \times 2$$

با شمارنده‌های اول (۲ و ۳) عددهای مختلف را با ضرب کردن بسازید. مانند نمونه‌ها بنویسید.

$$1 \times 2 = 2$$

$$1 \times 3 = 3$$

$$2 \times 3 = 6$$

$$2 \times 2 \times 3 = 12$$

$$2 \times 3 \times 3 = 18$$

$$2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$$

$$2 \times 2 = 4$$

$$3 \times 3 = 9$$

$$2 \times 2 \times 2 = 8$$

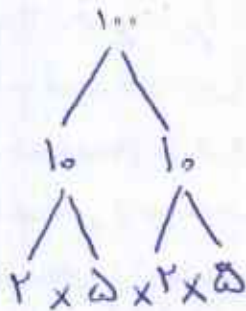
$$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$$

$$3 \times 2 \times 3 = 27$$

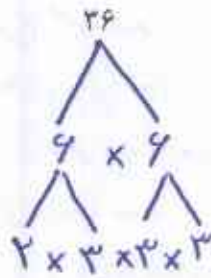
$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$$

ویژگی عددهای به دست آمده این است که شمارنده‌های اول آنها عددهای ۲ و ۳ هستند.

شمارنده‌های اول عددهای زیر را با رسم نمودار درختی پیدا کنید و آنها را به صورت ضرب شمارنده اول بنویسید.



$$100 = 2 \times 2 \times 5 \times 5$$



$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$



$$8 = 2 \times 2 \times 2$$

۱- در دوره دبستان آموختید که چگونه کسرها را ساده کنید. به مثال‌های زیر توجه کنید.

$$\frac{4}{6} = \frac{2 \times 2}{2 \times 3} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{18}{27} = \frac{2 \times 3 \times 3}{3 \times 3 \times 3} = \frac{2}{3}$$

با تجزیه کردن، عددهای صورت و مخرج، کسرها را تا حد امکان ساده کنید. در واقع شمارنده‌های مشترک صورت و مخرج را ساده کنید.

$$\frac{20}{50} = \frac{2 \times 2 \times 5}{2 \times 5 \times 5} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{28}{42} = \frac{2 \times 2 \times 7}{2 \times 3 \times 7} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{81}{32} = \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{81}{32}$$

۲- مساحت یک مستطیل که طول و عرض آن عددهای طبیعی اند ۱۸ شده است. تمام حالت‌هایی را که طول و عرض

مستطیل می‌توانند داشته باشند، بنویسید.

$$\begin{aligned} 1 \times 18 &= 18 \\ 2 \times 9 &= 18 \\ 3 \times 6 &= 18 \end{aligned}$$

طول و عرض این مستطیل چه ارتباطی با مساحت آن دارند؟ **شماره‌های عدد ۱۸**

می‌باشند

$$a = 2^2 \times 3^1 \times 5^2 \quad T(a) = 2 \times 2 \times 3 = 12$$

$$12 - 3 = 9$$

شمارنده‌ی غیر اول

(۴) اصل دوم

اصل اول ۱۰۰، ۱۵۰، ۲۰۰، ۲۵۰، ۳۰۰، ۳۵۰، ۴۰۰، ۴۵۰، ۵۰۰، ۶۰۰، ۷۰۰، ۸۰۰، ۹۰۰، ۱۰۰۰

۱- شمارنده‌های اول صورت یک کسر ۲ و ۳ هستند. شمارنده‌های اول مخرج آن کسر ۵ و ۷ هستند. آیا این کسر ساده

می‌شود؟ چرا؟ **خیر - زیرا از جینس نیستند**

$$\frac{21}{35}, \frac{4}{10}, \frac{9}{15}$$

۲- سه کسر بنویسید که پس از ساده شدن برابر $\frac{3}{5}$ شود.

۳- با شمارنده‌های اول ۲ و ۳ چند عدد تولید می‌شود که بین ۳۰ و ۵۰ باشند؟ **۳۲، ۳۳، ۴۸**

$$a = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5$$

۴- عدد a پس از تجزیه به صورت مقابل در آمده است.

شمارنده‌های اول آن چه عددی‌اند؟ ۴ شمارنده این عدد را بنویسید که اول نباشند. **۱، ۴، ۶، ۱۲، ۱۵، ۲۰، ۳۰، ۶۰**

$$b = 4 \times 3 \times 15 \times 6$$

۵- عدد b پس از تجزیه به صورت مقابل در آمده است.

$$b = 2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 3 \times 5 \times 2 \times 3$$

شمارنده‌های اول آن چه عددی‌اند؟ **۲، ۳، ۵**

۶- عددهای زیر را با رسم نمودار درختی تجزیه کرده و شمارنده‌های اول آنها را مشخص کنید.

$$180 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \quad 297 = 3 \times 3 \times 3 \times 11 \quad 104 = 2 \times 2 \times 2 \times 13$$

۷- عددهای ۷ و ۵ و ۱۳ اول هستند. شمارنده‌های اول آنها را بنویسید. بر اساس آن تعریف دیگری برای عددهای اول

ارائه کنید. **اعداد اول عددی هستند که تنها زوی اول (آن‌ها خودشان باشند)**

۸- جملات درست را با \checkmark و نادرست را با \times مشخص کنید. دلیل نادرستی را توضیح دهید.

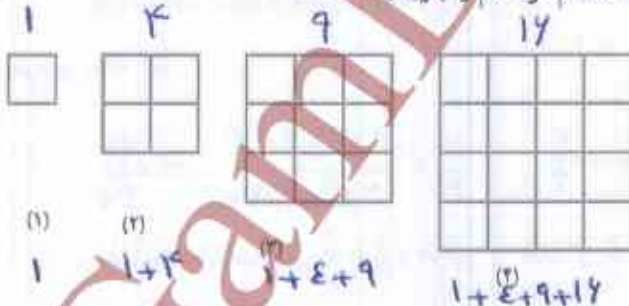
\times الف) تمام عددها شمارنده اول دارند. **عددی تنها زوی اول ندارد** اعدادی که تنها زوی اول دارند **یا ندارند**

\checkmark ب) اگر عددی زوج باشد یکی از شمارنده‌های اولش ۲ است.

\times ج) هیچ عددی پیدا نمی‌شود که ۵ شمارنده اول داشته باشد. **$2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 = 2310$**

\checkmark د) تعداد عددهای اول بی پایان‌اند.

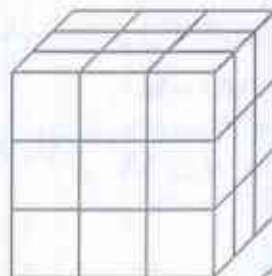
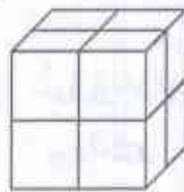
۹- الگوهای شکل‌ها را به الگوهای عددی تبدیل کنید. جمله n ام هر کدام را بنویسید.



مجموعی n ام = $n \times n$
 مجموعی n ام (مربعی) = $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$

رابطه‌ی دوم

رابطه‌ی اول



(۱) ۱

(۲) ۸

(۳) ۲۷

مجموعی n ام = $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3$

رابطه‌ی دوم

رابطه‌ی اول



۱- قرار است دانش‌آموزان سال اول یک مدرسه به اردو بروند. آنها می‌خواهند در اردو جادر بزنند. تعداد افراد جادرها باید مساوی باشند. کلاس اول الف ۳۶ دانش‌آموز دارد. در این کلاس از جادرهای چند نفره می‌توان استفاده کرد؟ چرا؟

شمارنده‌های ۳۶: ۱، ۲، ۳، ۶، ۹، ۱۸، ۳۶

چون این اعداد را می‌شمارند و باقیمانده‌ی تقسیم عدد ۳۶ بر آنها برابر صفر است و جادرها به صورت مساوی پر می‌شوند

کلاس اول ب، ۲۴ دانش‌آموز دارد. برای این کلاس چه جادرهایی می‌توان

شمارنده‌های ۲۴: ۱، ۲، ۳، ۴، ۶، ۹، ۱۲، ۱۸، ۲۴

بر با کرد؟ چرا؟

زیرا در تقسیم ۲۴ باین اعداد باقیمانده صفر می‌شود و جادرها به صورت مساوی پر می‌شوند

اگر قرار باشد یک نوع جادر، برای هر دو کلاس تهیه کنیم، جادرهای چند نفره مناسب است؟ چرا؟

۱، ۲، ۳، ۶

چون در تقسیم ۳۶، ۲۴ باین اعداد باقیمانده صفر می‌شود و جادرها به صورت مساوی پر می‌شوند

اگر قرار باشد از جادر مشترک برای دو کلاس استفاده شود و تعداد دانش‌آموزان یک جادر بیشترین تعداد باشد تا جادر

کمتری تهیه شود، جادر چند نفره مناسب است؟ ۶ نفره

۲- دو عدد ۲۴ و ۱۸ را در نظر بگیرید. می‌خواهیم بزرگ‌ترین شمارنده مشترک دو عدد را پیدا کنیم.

امید از روش زیر استفاده کرد:

$$\{1, 2, 3, 6, 9, 18\} = \text{شمارنده‌های مشترک دو عدد} \quad \{1, 2, 3, 6\} = \text{تمام شمارنده‌های ۱۸}$$

$$6 = \text{بزرگ‌ترین شمارنده مشترک دو عدد} \quad \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\} = \text{تمام شمارنده‌های ۲۴}$$

احمد از روش زیر استفاده کرد. او ابتدا عددها را به صورت ضرب شمارنده‌های اول نوشت:

$$18 = 2 \times 3 \times 3 \quad 24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

ب. م. م

$$\implies 2 \times 3 = 6$$

سپس حاصل ضرب قسمت‌های مشترک آنها را مشخص کرد تا بزرگ‌ترین شمارنده مشترک مشخص شود.

شمارنده‌های یک عدد را مقسوم‌علیه‌های آن نیز می‌گویند بنابراین بزرگ‌ترین شمارنده مشترک دو عدد همان بزرگ‌ترین

مقسوم‌علیه مشترک است که به اختصار آن را ب. م. م می‌نویسند. ب. م. م دو عدد را به صورت (a, b) نشان می‌دهند. مانند:

$$(18, 24) = 6$$

آیا می‌توانید بگویید در فعالیت بالا احمد از چه روشی استفاده کرده است؟

از ضرب عوامل مشترک ۱۸ و ۲۴ استفاده کرده



شماره‌های ۱۲: ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۱۲

شماره‌های ۲۰: ۱, ۲, ۴, ۵, ۱۰, ۲۰

شماره‌های ۱۴: ۱, ۲, ۷, ۱۴

شماره‌های ۳۰: ۱, ۲, ۳, ۵, ۶, ۱۰, ۱۵, ۳۰

شماره‌های مشترک ۱۴ و ۱۲: ۱, ۲

شماره‌های مشترک ۲۰ و ۳۰: ۱, ۲, ۵, ۱۰

$$(12, 14) = 2$$

$$(20, 30) = 10$$

۱- با نوشتن تمام شماره‌های دو عدد ب.م.م آنها را پیدا کنید.

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$(14, 12) = 14 = 2 \times 7$$

$$\Rightarrow 2$$

$$(20, 30) =$$

$$20 = 1 \times 2 \times 5$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$2 \times 5 = 10$$

۲- با تجزیه عددها به شماره‌های اول ب.م.م دو عدد را پیدا کنید.

$$48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$(48, 36) =$$

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$\Rightarrow 2 \times 2 \times 3 = 12$$

$$(42, 30) =$$

$$42 = 2 \times 3 \times 7$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$\Rightarrow 2 \times 3 = 6$$

کار با کاشی

نهایت

۱- می‌خواهیم مستطیلی به طول ۱۶ و عرض ۱۲ سانتی‌متر را با کاشی‌های مربعی بپوشانیم. ضلع این کاشی مربعی چه عددی می‌تواند باشد؟ چرا؟

۱ و ۲ و ۴ چون بدون شکست کاشی‌ها نمی‌توانیم این مستطیل را کاشی بپوشانیم. این اعداد شماره‌های مشترک ۱۶ و ۱۲ هستند

اگر بخواهیم کاشی‌های مصرف شده کمترین تعداد باشد (ضلع کاشی باید بزرگ باشد)، چه عددی برای ضلع کاشی مناسب است؟ چرا؟

۴ زیرا کاشی به ضلع ۴ بزرگ‌ترین شماره‌های مشترک این دو عدد می‌باشد

اگر بخواهیم کاشی‌های مصرف شده بیشترین تعداد باشد (ضلع کاشی کوچک‌ترین عدد باشد) چه عددی برای ضلع کاشی مناسب است؟ چرا؟

۱ چون ضلع کوچک‌ترین کاشی بدون شکست این مستطیل را پر می‌کند کاشی به ضلع ۱ می‌باشد

۲- در فصل قبل به این مسئله جواب دادید.

یک جعبه دستمال به شکل مکعب مستطیل داریم که طول آن ۲۵، عرض آن ۱۲ و ارتفاعش ۳ سانتی‌متر است. تعیین کنید چند عدد از این جعبه‌ها در یک کارتن مکعب مستطیل به ابعاد ۵۰، ۲۴ و ۳۰ سانتی‌متر جا می‌گیرد؟

در این مسئله ابعاد کارتن چه ارتباطی با ابعاد جعبه دستمال دارند. با توجه به این ارتباط شکل زیر را کامل کنید تا مشخص شود چند جعبه در این کارتن جا گرفته است؟



راهبرد رسم شکل

$$4 \times 2 \times 2 = 16$$

جعبه‌های دستمال کاغذی

۲۵ عدد ۵۰ را می‌شمارد

۱۲ عدد ۲۴ را می‌شمارد

۵ عدد ۳۰ را می‌شمارد

MATH-HOME.IR

کارهای کلاس

عددهای زیر تجزیه شده‌اند، ب.م.م.های خواسته شده را به دست آورید.

$$28 = 2 \times 2 \times 7$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$(28, 12) = 2 \times 2 = 4$$

$$(28, 36) = 2 \times 2 = 4$$

$$(12, 36) = 2 \times 2 \times 3 = 12$$

جبر نشیمنی می‌گیرید



۱- دو ظرف به گنجایش ۱۲ و ۱۸ لیتر داریم. می‌خواهیم با یک پیمانه که هر بار پر و خالی می‌شود،

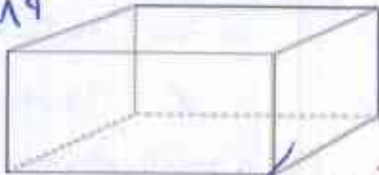
دو ظرف را به طور کامل پر کنیم. کدام پیمانه‌ها برای این کار مناسب است؟ بزرگ‌ترین پیمانه کدام است؟

$18 = 2 \times 3 \times 3$ $12 = 2 \times 2 \times 3$ $\xrightarrow{\text{ب.م.م.}}$ $2 \times 2 = 4$ شمارنده‌های ۱، ۲، ۳، ۴
 شمارنده‌های ۲ پیمانه‌های مناسب برای این کار است

۲- یک مکعب مستطیل به ابعاد ۱۲ و ۳۶ و ۲۸ سانتی‌متر را با مکعب‌های مساوی پر کرده‌ایم.

بزرگ‌ترین ضلع این مکعب چه عددی است؟ در این صورت چند مکعب در این مکعب مستطیل جا

$$\frac{28 \times 36 \times 12}{6 \times 6 \times 6} = 189$$



$12 = 2 \times 2 \times 3$
 $36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$
 $28 = 2 \times 2 \times 7$
 $\xrightarrow{\text{ب.م.م.}}$ $2 \times 2 = 4$

۳- برای درستی جملات زیر دلیل بیاورید.

- ✓ اگر دو عدد a و b اول باشند، ب.م.م. آنها عدد یک می‌شود.
- ✓ اگر عددی بر عدد دیگر هم بخش پذیر باشند، عدد کوچکتر ب.م.م. دو عدد است.
- ✓ کوچک‌ترین مقسوم علیه مشترک (ب.م.م.ی مشترک) هر دو عدد ۱ است.

$$(a, b) = 1$$

تینا شمارنده‌ی مشترک

اعداد اول عدد یک است

چون عدد کوچکتر عدد بزرگ‌تر را در شمارد

✓ کوچک‌ترین مقسوم علیه مشترک (ب.م.م.ی مشترک) هر دو عدد ۱ است

$$91 = 13 \times 7$$

$$117 = 13 \times 9$$

۴- ابتدا عددهای صورت و مخرج را تجزیه کنید سپس کسرها را ساده کنید.

$$\frac{96}{144} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3} = \frac{2}{3} \quad \frac{35}{245} = \frac{5 \times 7}{5 \times 7 \times 7} = \frac{1}{7}$$

۵- ب.م.م. عددهای زیر را محاسبه کنید.

$$(91, 117) = 13$$

$$(216, 108) = 108$$

$$(121, 55) = 11$$

$$214 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$108 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$121 = 11 \times 11$$

$$55 = 5 \times 11$$

۶- برای جملات درست زیر ۲ مثال بزنید.

$$(n, n) = n \quad (2, 2) = 2, (4, 4) = 4$$

• ب.م.م. دو عدد a و b شمارنده دو عدد a و b است.

• اگر عدد a اول باشند، ب.م.م. a و عدد دیگر مثل b یا یک می‌شود یا خود a.

$(5, 14) = 1$
 $(5, 15) = 5$

کوچک ترین مضرب مشترک

تغیبات

۱- مضرب های صحیح یک عدد از ضرب آن در عددهای صحیح به دست می آید. مضرب های صحیح ۳ را کامل کنید.

- ... و ... و ... و ... و ... و ... و ... و ... و ... و ... و ...
 3×1 و 3×2 و 3×3 و 3×4 و 3×5 و 3×6 و 3×7 و 3×8 و 3×9 و 3×10 و 3×11 و 3×12 و $3 \times (-1)$ و ...

۲- مضرب های طبیعی یک عدد از ضرب آن در عددهای طبیعی به دست می آید. مضرب های طبیعی را به اختصار مضرب می گوئیم. مضرب های عددهای زیر را بنویسید.

... و 12 و 14 و 15 و 18 و 20 و 24 و 30 و 36 و 40 و 48 و 60 و 72 و 84 و 96 و 120 و 144 و 180 و 216 و 288 و 360 و 432 و 540 و 720 و 864 و 1080 و 1296 و 1728 و 2160 و 2592 و 3456 و 4320 و 5184 و 6480 و 8100 و 10000 و 12500 و 16000 و 20000 و 25000 و 30000 و 36000 و 42000 و 48000 و 54000 و 60000 و 64800 و 72000 و 81000 و 90000 و 100000 و 108000 و 117000 و 126000 و 135000 و 144000 و 153000 و 162000 و 171000 و 180000 و 189000 و 198000 و 207000 و 216000 و 225000 و 234000 و 243000 و 252000 و 261000 و 270000 و 279000 و 288000 و 297000 و 306000 و 315000 و 324000 و 333000 و 342000 و 351000 و 360000 و 369000 و 378000 و 387000 و 396000 و 405000 و 414000 و 423000 و 432000 و 441000 و 450000 و 459000 و 468000 و 477000 و 486000 و 495000 و 504000 و 513000 و 522000 و 531000 و 540000 و 549000 و 558000 و 567000 و 576000 و 585000 و 594000 و 603000 و 612000 و 621000 و 630000 و 639000 و 648000 و 657000 و 666000 و 675000 و 684000 و 693000 و 702000 و 711000 و 720000 و 729000 و 738000 و 747000 و 756000 و 765000 و 774000 و 783000 و 792000 و 801000 و 810000 و 819000 و 828000 و 837000 و 846000 و 855000 و 864000 و 873000 و 882000 و 891000 و 900000 و 909000 و 918000 و 927000 و 936000 و 945000 و 954000 و 963000 و 972000 و 981000 و 990000 و 999000 و 1000000

مضرب های ۲: ۲, ۴, ۶, ۸, ۱۰, ۱۲, ۱۴, ۱۶, ۱۸, ۲۰, ۲۲, ۲۴, ...

مضرب های ۷: ۷, ۱۴, ۲۱, ...

مضرب های ۵: ۵, ۱۰, ۱۵, ...

در این نحوه نوشتن علامت ... به چه معناست؟ یعنی مضربها ارائه دار

۱- به سوال های زیر پاسخ دهید:

اولین مضرب ۷: ۷ سومین مضرب ۶: ۱۸ دهمین مضرب ۹: ۹۰

۸۰ چندمین مضرب ۸ است؟ **دهمین** ۲۴ چندمین مضرب ۶ است؟ **چهارمین**

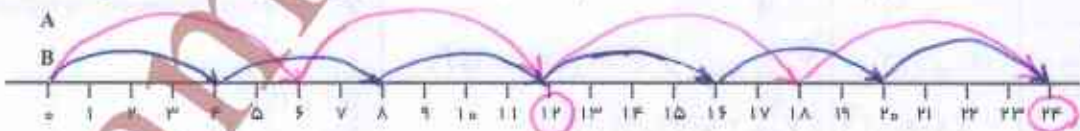
۳۶ چندمین مضرب ۲ است؟ **هجدهمین** ۱۴۴ چندمین مضرب ۶ است؟ **بیست و چهارمین**

۲- آیا تعداد شمارنده های یک عدد محدود است؟ **بله**

تعداد مضرب های یک عدد چطور؟ **خیر**

تغیبات

در یک بازی رایانه ای مهره A، ۶ تا ۶ حرکت می کند و مهره B، ۴ تا ۴ حرکت می کند. در شروع بازی هر دو مهره روی عدد صفرند. در کدام عدد این دو مهره دوباره کنار هم قرار می گیرند؟ (ساخت صفت شده توسط مهره سازها)



مضرب مشترک: ۱۲, ۲۴, ۳۶, ... مضرب ۶: ۶, ۱۲, ۱۸, ۲۴, ...

کوچک ترین مضرب مشترک: ۱۲ مضرب ۴: ۴, ۸, ۱۲, ۱۶, ۲۰, ۲۴, ...

تغیبات

کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد اولین مضرب مشترک آن دو عدد است. مضرب‌های مشترک بعدی را با داشتن اولین مضرب مشترک می‌توان پیدا کرد. کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد را به‌طور اختصار ک.م.م می‌گویند و به صورت [و] نمایش می‌دهند.

$$[6, 4] = 12$$

به عنوان نمونه

۱- ک.م.م دو عدد ۱۲ و ۱۸ را پیدا کنید.

۱۸ مضرب: ۱۸, ۳۶, ۵۴, ...

۱۲ مضرب: ۱۲, ۲۴, ۳۶, ...

۱۲ و ۱۸ مضرب مشترک: ۳۶, ۷۲, ۱۰۸, ۱۴۴, ... $[12, 18] = 36$

$$\frac{2 \times 2 \times 3 \times 3}{18}$$

$$\frac{2 \times 2 \times 3 \times 3}{12}$$

۲- عددهای ۱۸ و ۱۲ به صورت تجزیه شده، نوشته شده‌اند.

$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$[18, 12] = 2 \times 3 \times 2 \times 3 = 36$$

با توجه به پاسخ بالا چه رابطه‌ای بین شماره‌های اول دو عدد و ک.م.م آنها می‌بینید؟ توضیح دهید. حاصل ضرب مشترک‌ها و غیر مشترک‌ها می‌توانید از مثال زیر هم استفاده کنید.

$$A = 2 \times 3 \times 5 \times 5$$

$$B = 2 \times 5 \times 3 \times 3$$

$$[A, B] = 2 \times 3 \times 5 \times 2 \times 5$$

$$B = 2 \times 5 \times 3 \times 3$$

$$2 \times 3 \times 5 \times 5 \times 2$$

$$2 \times 5 \times 3 \times 3 \times 5$$

۱- تساوی $6 \times 4 = 24$ را به صورت‌های مختلف می‌توان معنی کرد، جاهای خالی را کامل کنید.

۴ شمارنده ۲۴ است. ششمین مضرب عدد ۲۴ است.

۶ شمارنده ۲۴ است. چهارمین مضرب عدد ۲۴ است.

عددهای ۴ و ۶ شمارنده ۲۴ است. عدد ۲۴ بر ۴ و ۶ قابل قسمت است.

۲- یکی از مهم‌ترین کاربردهای ک.م.م در پیدا کردن مخرج مشترک دو کسر است. یعنی کوچک‌ترین عددی را پیدا

می‌کنیم که به هر دو مخرج بخش‌پذیر (قابل قسمت) باشد. مانند نمونه حاصل جمع‌ها و تفریق‌ها را با کمک ک.م.م مخرج‌ها

به دست آورید.

$$\frac{5}{6} + \frac{4}{9} = \frac{15}{18} + \frac{8}{18} = \frac{23}{18}$$

$$[6, 9] = 18$$

$$\frac{7}{10} + \frac{9}{20} = \frac{14}{20} + \frac{9}{20} = \frac{23}{20}$$

$$[10, 20] = 20$$

$$\frac{15}{12} - \frac{7}{18} = \frac{45}{36} - \frac{14}{36} = \frac{31}{36}$$

$$[12, 18] = 36$$

MATH-HOME.IR



۱- هر ۲۰ دقیقه یک اتوبوس خط A از ترمینال حرکت می کند.
 اتوبوس های خط B هر ۳۰ دقیقه از ترمینال حرکت می کند. ساعت ۱۲ ظهر
 دو اتوبوس در خط های A و B همزمان حرکت کرده اند. در چه ساعتی به طور
 همزمان اتوبوس ها از این دو خط حرکت می کنند؟ $\frac{6}{10}$ دقیقه بعد
 یعنی ساعت $\underline{13}$ $[20, 30] = 60$

۱۱, ۸۵, ۴۵, ۲۵, ۴۰ مضرب های عدد ۲۰
 ۱۱, ۳۰, ۶۰, ۹۰, ۳۰ مضرب های عدد ۳۰



۲- یک بیست دو میدانی در یک مجتمع فرهنگی ورزشی قرار دارد.
 امید و فرامرز از یک نقطه شروع به دویدن می کنند. اگر امید هر ۳۵ دقیقه یک دور کامل
 بیست را طی کند و فرامرز هر ۲۱ دقیقه یک دور کامل طی کند، پس از چند دقیقه فرامرز و
 امید با هم به همان نقطه شروع می رسند؟ در این صورت هر کدام چند دور دویده اند؟
 $[35, 21] = 105$
 مضرب های ۳۵: ۳۵, ۷۰, ۱۰۵, ۱۴۰, ۱۷۵, ۲۱۰
 مضرب های ۲۱: ۲۱, ۴۲, ۶۳, ۸۴, ۱۰۵

۳- آیا ۲۱ مضرب مشترک ۷ و ۳۰ است؟ چرا؟ $\frac{21}{7} = 3$ و $\frac{21}{30} = \frac{7}{10}$ برای مضرب مشترک
 آیا ۴۲ مضرب مشترک ۷ و ۳۰ است؟ چرا؟ $\frac{42}{7} = 6$ و $\frac{42}{30} = \frac{7}{5}$ برای مضرب مشترک
 دو عدد ۷ و ۳۰ چند مضرب مشترک دارند؟ $\frac{42}{7} = 6$ و $\frac{42}{30} = \frac{7}{5}$ برای مضرب مشترک

کامی

۴- دلیل درستی جملات زیر را بیان کنید.
 $[18, 4] = 18$ اگر عددی بر عدد دیگر بخش پذیر باشند، عدد بزرگ تر ک.م.م دو عدد است.
 اگر ب.م.م دو عدد یک باشند، ک.م.م دو عدد برابر حاصل ضرب دو عدد است.
 ک.م.م دو عدد اول برابر حاصل ضرب آنهاست.

$(9, 10) = 1 \Rightarrow [9, 10] = 90$
 $(5, 7) = 1 \Rightarrow [5, 7] = 35$

۵- برای هر کدام از جملات درست زیر یک مثال بزنید.
 $n = [1, n]$ $[10, 1] = 10$
 $n = [n, n]$ $[10, 10] = 10$

ب.م.م دو عدد شمارنده ک.م.م دو عدد است. $\frac{24}{4} = 6$ و $\frac{24}{6} = 4$ پس از ۲۴ می باشد.
 حاصل ضرب دو عدد برابر حاصل ضرب ب.م.م و ب.م.م دو عدد است.

$12 \times 8 = 4 \times 24$
 $\frac{12 \times 8}{96} = \frac{4 \times 24}{96}$

۶- به صورت ذهنی تساوی ها را کامل کنید.

$(20, 30) = 10$	$(5, 7) = 1$	$(15, 3) = 3$	$[12, 4] = 12$
$[30, 50] = 150$	$(38, 19) = 19$	$[15, 30] = 30$	$(4, 9) = 1$
$[4, 9] = 36$	$[3, 2, 7] = 42$	$(3, 2, 7) = 1$	$[4, 6] = 12$



در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید و برای هر کدام یک مثال بزنید.

□ عدداول □ شمارنده (مقسوم علیه) یک عدد □ شمارنده اول □ مضرب □ م.م.ب □ م.م.ک

در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

- نوشتن شمارنده‌های یک عدد
- پیدا کردن شمارنده اول یک عدد
- پیدا کردن تمام شمارنده‌های یک عدد با معلوم بودن تجزیه عدد
- تجزیه عددها به شمارنده‌های اول
- پیدا کردن م.م.ب دو عدد
- پیدا کردن م.م.ک دو عدد
- پیدا کردن عددهای اول
- نوشتن مضرب‌های یک عدد
- رابطه بین مضرب و مقسوم علیه

از مفاهیم م.م.ب و م.م.ک در محاسبات کسری (ساده کردن و منخرج مشترک) استفاده می‌کنیم. درک شمارنده‌های اول یک عدد زمینه‌ساز همین بحث به صورت جبری است.

در صورتی که تمرین‌های زیر را بتوانید انجام دهید، مطمئن می‌شوید که این فصل را به خوبی آموخته‌اید.

۱- با توجه به تساوی $3 \times 4 = 12$ معانی مختلف آن را بیان کنید. $4, 3$ شمارنده‌های 12 باشند، 12 مضرب 3 و 4 هستند.

۲- ابتدا دو عدد زیر را به شمارنده‌های اول تجزیه کنید، سپس م.م.ب و م.م.ک آنها را به دست آورید.

$$72, 90 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 12 \quad 60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

۳- عددهای اول بین 50 تا 80 را بنویسید.

$$53, 59, 71, 73, 79$$

۴- با شمارنده‌های اول 2 و 3 دو عدد بنویسید که م.م.ب آنها 6 و م.م.ک آنها 36 باشد.

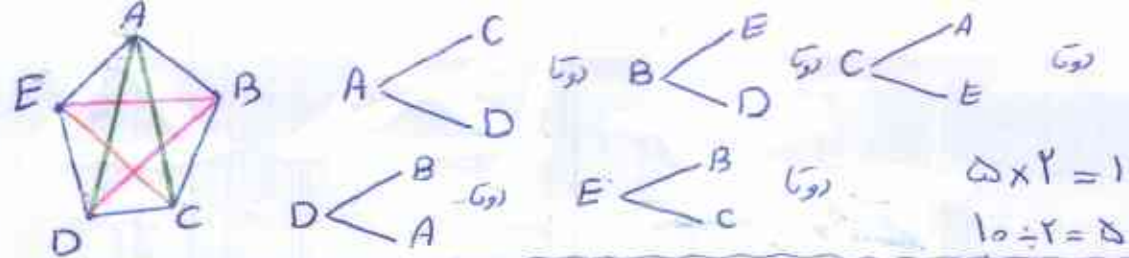
$$[18, 12] = 36, (18, 12) = 6$$

$$[4, 36] = 36, (4, 36) = 4$$

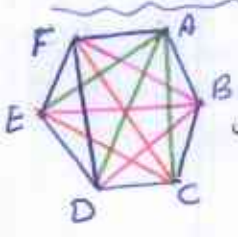
با استفاده از تجزیه

راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب ۸۶

تقسیم بودهای ۳



چون هر قطر دو بار تکرار شده
 $5 \times 2 = 10$
 $10 \div 2 = 5$



چون هر قطر دو بار تکرار شده
 مسئله استفاده کردید؟ از هر رأس n ضلعی $(n-3)$ تا قطر می توان رسم کرد و با توجه به این
 این یک هر قطر دو بار تکرار شده داریم
 اگر $x=5$ باشد، مقدار عددی عبارت جبری $\frac{4x+7}{3x-7}$ را به دست آورید.

تعداد قطر (ها) = $\frac{n \times (n-3)}{2}$

$$\frac{4x+7}{3x-7} = \frac{20+7}{15-7} = \frac{27}{8}$$

۲- عبارت های جبری را ساده کنید.

$$2a-5b+2b-7b = 2a-9b$$

$$9x-8a+2x-2x = 11x-8a$$

$$5a-2a-9a+4b = -6a+4b$$

$$2(a-b)-2(b-a) = 2a-2b-2b+2a = 4a-4b$$

۳- معادله های زیر را حل کنید.

$$\begin{aligned} 9x+8 &= -10 \\ \Rightarrow 9x &= -10-8 \\ \Rightarrow 9x &= -18 \\ \Rightarrow x &= \frac{-18}{9} = -2 \end{aligned}$$

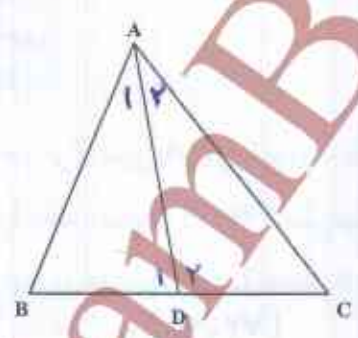
$$\begin{aligned} 2x-4 &= 8 \Rightarrow 2x = 8+4 \\ \Rightarrow 2x &= 12 \\ \Rightarrow x &= \frac{12}{2} = 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3x+18 &= -12 \Rightarrow 3x = -12-18 \\ \Rightarrow 3x &= -30 \\ \Rightarrow x &= \frac{-30}{3} = -10 \end{aligned}$$

۵- آیا امکان دارد که یک معادله بیشتر از یک جواب داشته باشد؟ چرا؟

چون حاصل یک عبارت جبری ممکن است برای مقادیر متفاوت برابر شود

۶- در شکل زیر تمام پاره خطها و زاویه ها را نام ببرید. توضیح دهید از چه راهبردی استفاده می کنید. **الوسعاری**



پاره خطها $(AB, AC, AD), (BD, DC), CD$

$(\hat{A}_1, \hat{A}_2, \hat{BAC})$

$(\hat{D}_1, \hat{D}_2, \hat{BDC})$

\hat{B}, \hat{C}

۷- کوچک ترین عددی را که ۳ شمارنده اول متفاوت داشته باشد، پیدا کنید.

$$2 \times 3 \times 5 = 30$$

راه حل خود را توضیح دهید.

همان روش بالا تعداد پاره خطها را به دست آورید

روش دوم

سپس برای به دست آوردن تعداد قطر (تعداد اضلاع)

به دست آورید

۸- یک توالی عددی، از ۷ شروع می‌شود و چهارتا چهار تا به آن اضافه می‌شود. در توالی دیگری عدد از ۱ شروع و

۳۶

۹ تا ۹ تا به آن اضافه می‌شود. اولین و دومین عدد مشترک این دو توالی را پیدا کنید.

۷, ۱۱, ۱۵, ۱۹, ۲۳, ۲۷, ۳۱, ۳۵, ۳۹, ۴۳, ۴۷, ۵۱, ۵۵, ...

۱, ۱۰, ۱۹, ۲۸, ۳۷, ۴۶, ۵۵, ... $[9, 4] = 36$

+۳۶
+۳۶
۱۹, ۵۵, ۹۱, ...

۹- دو عدد بنویسید که ۴ و ۹ شمارنده آنها باشند. یک عدد بنویسید که ۴ و ۹ دو شمارنده آن باشند و ۴ شمارنده دیگر

بازم

(۳۶, ۷۲)

۳۶ نیز داشته باشد.

۳۶ زنده‌های ۳۶: ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۹, ۱۲, ۱۸, ۳۶

۱- عددهای اول بین ۸۰ تا ۱۰۰ را بنویسید.

~~۸۱, ۸۲, ۸۳, ۸۴, ۸۵, ۸۶, ۸۷, ۸۸, ۸۹, ۹۰~~

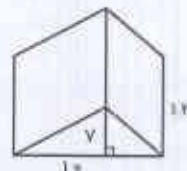
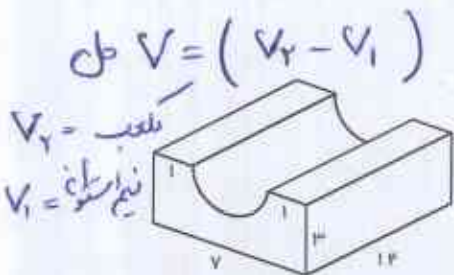
مضار ۲, ۳, ۵, ۷ را حذف کنیم

حذف حالت‌های نامطلوب

۱۱- کوچک‌ترین عددی را پیدا کنید که شمارنده‌هایش ۳ و ۶ و ۵ باشد.

جواب: ۳۰

۱۲- حجم هر یک از اجسام زیر را به دست آورید.



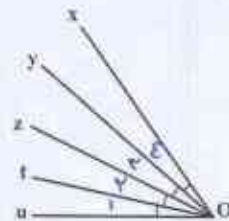
۱۳- مساحت جانبی و مساحت کل یک جسم منشوری را پیدا کنید که فاعده آن شکل زیر و ارتفاعش = ۱ سانتی‌متر



باشند. $S_{\text{مستطیل}} = \frac{S_{\text{جانبی استوانه}}}{2} + S_{\text{جانبی}}$

$S' = S_{\text{جانبی}} + 2 \times (\text{کریه دایره})$

۱۴- با توجه به شکل‌های زیر روابط بین پاره خط‌ها و زاویه‌ها را کامل کنید.



$AD = \dots DE$

$AB - DE = \dots AD + \dots EB$

$AE = \dots AB$

$AC - CE + \dots EB = AB$

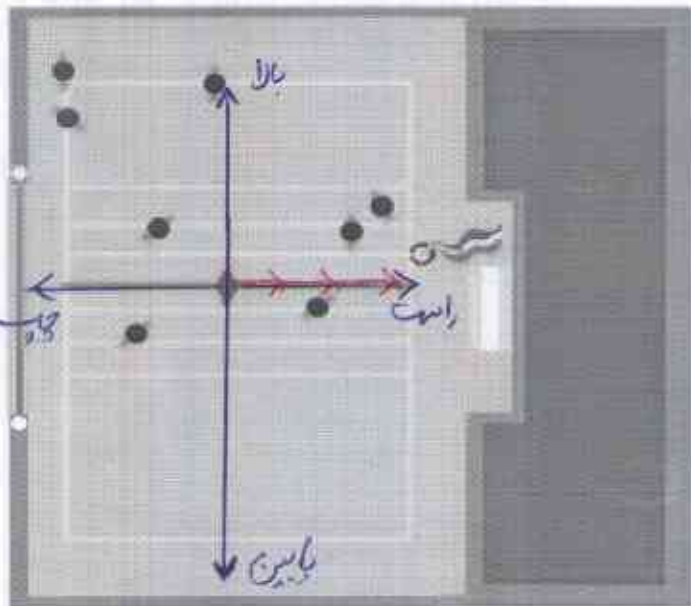
$u\hat{O}t + t\hat{O}z = u\hat{O}z$

$x\hat{O}u = \dots y\hat{O}z$

$y\hat{O}u = \dots x\hat{O}u$

$y\hat{O}u - z\hat{O}t = y\hat{O}z + t\hat{O}u$

بارد خط جهت دار



۱- یک دانش آموز در حیاط مدرسه ایستاده است. در صفحه زیر این دانش آموز را با یک نقطه نشان داده ایم. این فرد در حیاط مدرسه در چند مسیر مختلف می تواند حرکت کند؟ آنها را نشان دهید.

از بین مسیرها یک مسیر افقی را انتخاب کنید. حالا این فرد در چند جهت می تواند حرکت کند؟ روی آن مسیر (راستا) جهت ها را با فلش نشان دهید. برای حرکت این دانش آموز یک جهت انتخاب کنید.

اگر هر قدم حرکت آن دانش آموز را با پاره خطی به طول a نمایش دهیم روی شکل ۳ قدم حرکت را در جهتی که انتخاب کردید، نشان دهید.

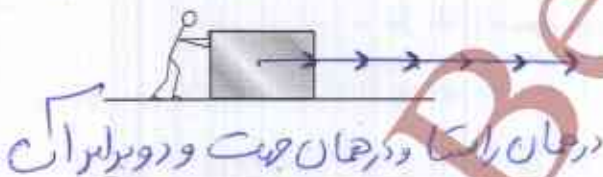
اندازه اصلاح شود



۲- شخصی در حال حرکت دادن یک جعبه روی زمین است.

راستا یا مسیری که شخص به جسم نیرو وارد می کند روی شکل مشخص شده است. اگر اندازه نیرویی که شخص

وارد کرده است را با a نشان دهیم روی راستای بالا مقدار نیرو و جهت آن را نشان دهید. سه برابر و افق به سمت شرق (راست) در شکل زیر همان شخص ۲ برابر نیرو به جسم وارد کرده است.



راستا، اندازه و جهت نیرو را روی شکل مانند بالا نشان دهید.

در مثال های بالا حرکت و نیرو را با پاره خط های جهت دار نشان دادیم. در ریاضی به پاره خط جهت دار بردار می گوئیم. بردار \overline{OA} را به صورت \overline{OA} نشان می دهیم.

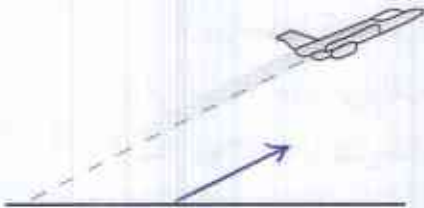


خوب: جهت نیرو

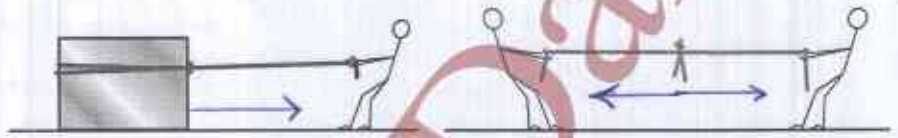
در شکل زیر نیروی وزن یک جعبه با یک بردار مشخص شده است. مانند نمونه برای حرکت‌ها با نیروهای مشخص شده در شکل‌های زیر بردار رسم کنید.



در این تمرین فقط جهت حرکت مهم است، اندازه مد نظر نیست



مسیر حرکت هواپیما



نیرویی که فرد با طناب به جعبه وارد می‌کند. نیروهایی که دو نفر در مسابقه طناب‌کشی وارد می‌کنند.

خوب: معنی بردارهای متضاد

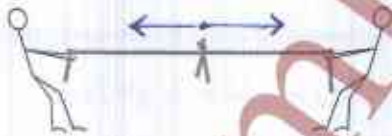
۱- در شکل زیر دو نفر جعبه را از دو طرف می‌کشند. با توجه به نیروهای رسم شده به سؤالات زیر پاسخ دهید.



- آیا دو نیرو در یک راستا هستند؟ بله
- جهت دو نیرو چه تفاوتی دارند. مخالف هم هستند
- اندازه نیروها را با هم مقایسه کنید. اندازه‌ی نیروها با توجه به طول بردارها با هم مساوی‌اند

۲- دو دانش‌آموز در حال طناب‌کشی هستند.

راستا، جهت و اندازه نیروهای این دو نفر را نسبت به محل مشخص شده روی طناب با دو بردار نشان بدهید.



اندازه‌ی نیروها مساوی است و در خلاف جهت هم می‌باشند زیرا در حالت اولیه قرار دارند

در فعالیت‌های بالا دو بردار قرینه یکدیگرند چون هم راستا و هم اندازه هستند ولی جهت‌هایشان عکس یکدیگر است.



MATH-HOME.IR

MATH-HOME.IR

MATH-HOME.IR

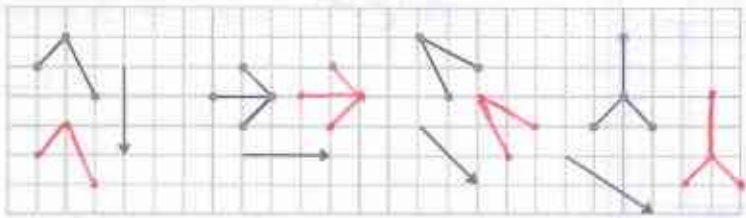
MATH-HOME.IR

@GamBeGam_Darsi

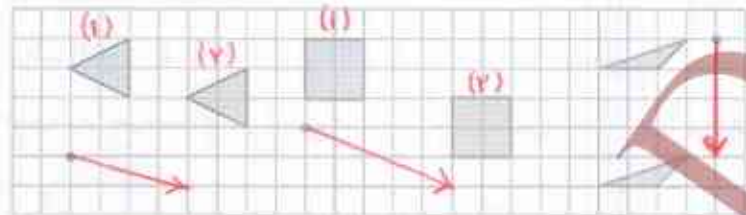
MATH-HOME.IR

@GamBeGam_Darsi

۱- هر شکل را با بردار انتقال مربوطه انتقال دهید. مختصات بردارهای انتقال را بنویسید.



۲- بردار انتقال مربوط به هر شکل را از نقطه قرمز کنار آن رسم کنید. متناظر با هر کدام یک جمع بنویسید. قرنبری این بردارها



نیز می‌تواند درست باشد

یا سبغ باز
دو جا بردار

۳- مختصات مورد نظر را به دست آورید.

انتهای بردار مختصات بردار ابتدای بردار

$$\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix}$$

$$-2 + x = 3 \Rightarrow x = 5$$

$$1 + y = -4 \Rightarrow y = -5$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$x + (-1) = 2 \Rightarrow x = 3$$

$$y + 2 = -1 \Rightarrow y = -3$$

$$-6 + 2 = x \Rightarrow x = -4$$

$$\begin{bmatrix} -4 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ -y \end{bmatrix}$$

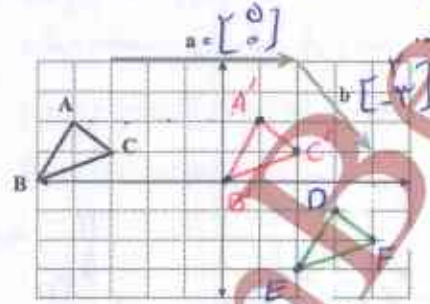
$$3 + (-1) = -y \Rightarrow y = -2$$

۴- مختصات برداری را که ابتدای آن $\begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}$ و انتهای آن $\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ پیدا کنید

$$\vec{AB} = B - A \Rightarrow \vec{AB} = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix}$$

مختصات بردار

نقاط A و B و C را با بردار a انتقال دهید و آنها را A' و B' و C' بنامید.



$$A = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$A' = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} \quad B' = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix} \quad C' = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

حالا مثلث جدید را با بردار b انتقال دهید و آن را با D, E, F نشان دهید.

$$D = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$$

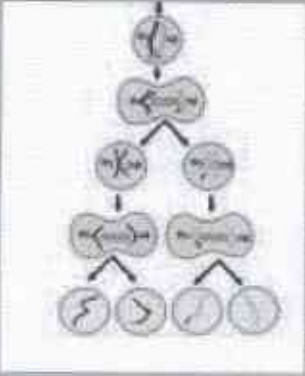
با چه برداری نقاط A, B, C مستقیماً به D, E, F منتقل می‌شوند؟

$$\vec{a} + \vec{b} = c, \quad \vec{c} = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ -3 \end{bmatrix}$$



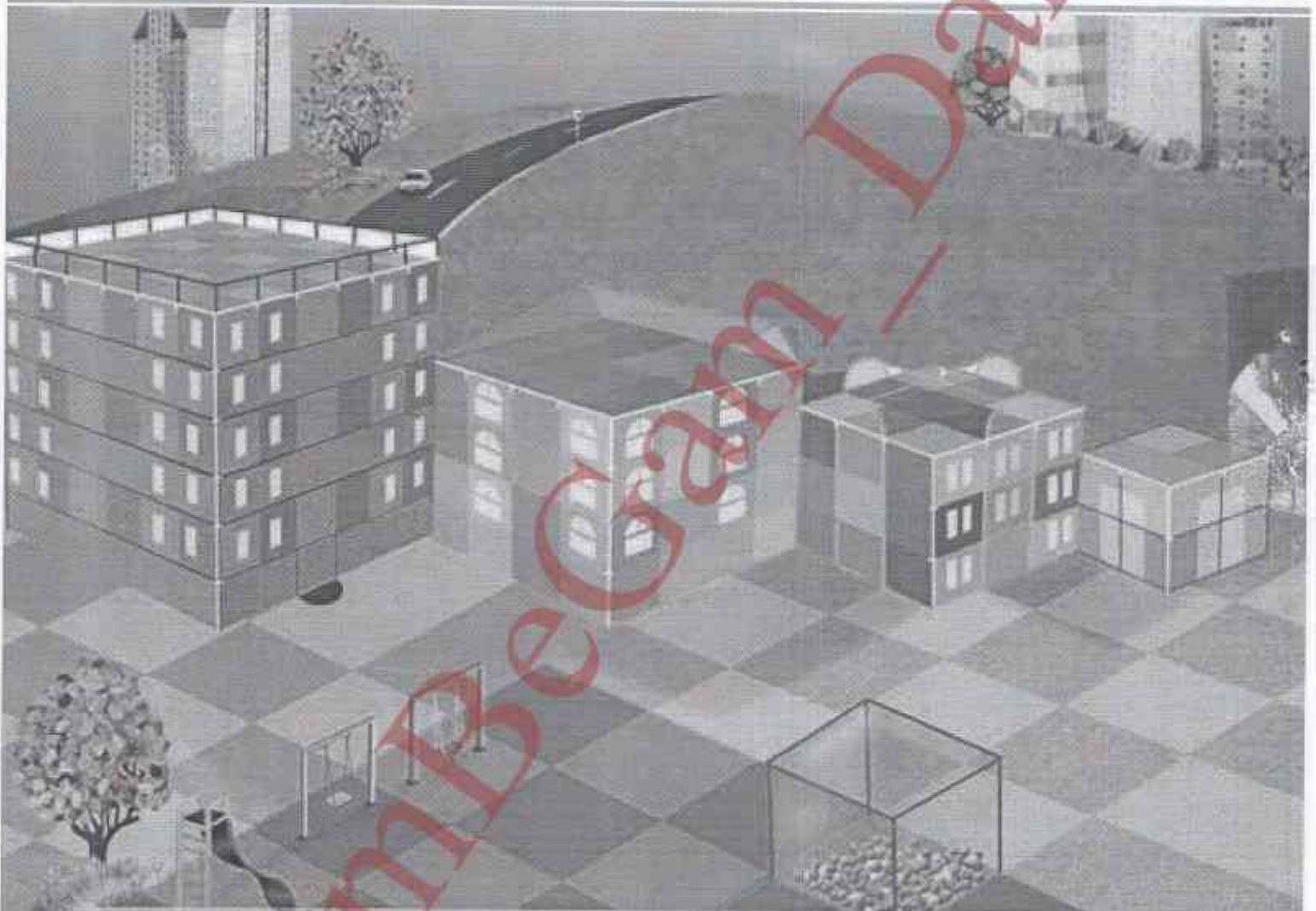
MATH-HOME.IR

@GamBeGam_Darsi



توان و جذر

فصل ۸



وقتی یک سلول به سلول‌های دیگری تبدیل می‌شود و این عمل تکرار می‌گردد، در مدت کوتاهی تعداد سلول‌ها به سرعت افزایش پیدا می‌کنند.

رشد تعداد سلول‌ها به صورت توانی است. شاید به همین علت است

که چراخت پوست در مدت کوتاهی نرم می‌شود و سلول‌های جدید جایگزین

سلول‌های مرده می‌شوند.

● تعریف توان

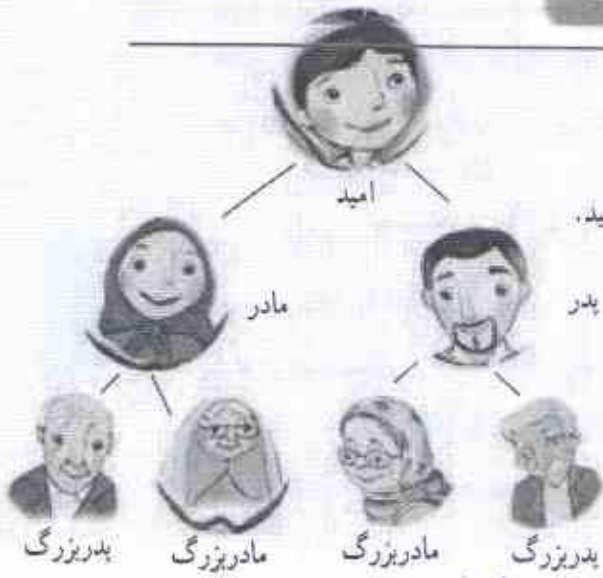
● محاسبه عبارت‌های توان دار

● ساده کردن عبارت‌های توان دار

● جذر و ریشه



تعریف توان



۱- امید می داند که نوه چهار نفر است. این چهار نفر پدر بزرگ ها و مادر بزرگ های امیدند. او می خواهد بداند که نتیجه چند نفر است؟ (به فرزند نوه، نتیجه می گویند). امید برای پاسخ سوال خود شکل زیر را کشید.

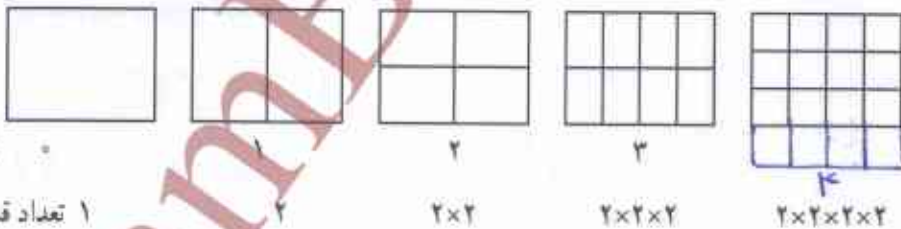
پدر و مادرها نسبت خویشاوندی ندارند

- الف) شکل را کامل کنید و با استفاده از آن بگویید که امید نتیجه چند نفر است؟ **۸ نفر**
- ب) به نظر شما تعداد افرادی که امید نیره آنها است، چند نفرند؟ (به فرزند نتیجه، نیره می گویند). **۱۶ نفر**
- ج) جدول زیر را کامل کنید. برای محاسبه تعداد از ماشین حساب نیز می توانید کمک بگیرید.

تعداد در نسل n ام چند نفر است
 $(2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2) = 2^n$

امید	بستگان امید	روش محاسبه	تعداد
فرزند	پدر و مادر	۲	۲
نوه	پدر بزرگ و مادر بزرگ	2×2	۴
نتیجه	نسل سوم	$2 \times 2 \times 2$	۸
نیره	نسل چهارم	$2 \times 2 \times 2 \times 2$	۱۶
	نسل هشتم	$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$	۱۲۸

۲- یک کاغذ را چند بار تا می زنیم و هر بار تعداد قسمت هایی را که کاغذ تقسیم شده است، می شماریم. چه الگویی در



تعداد قسمت ها می بینید؟
 اصلاح
 بد رو ریف اضافه شود

تعداد تا ۰
 تعداد قسمت ها ۱
 $(2 \times 2 \times \dots \times 2) = 2^5$

اگر تا زدن را به همین ترتیب ادامه دهیم، در تای هشتم چند تا قسمت خواهیم داشت؟

$2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2 = 1024$

در تای دهم چند قسمت خواهیم داشت؟

در تای n ام چند قسمت خواهیم داشت؟

بار n
 $2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2 = 2^n$

چه راهی برای خلاصه کردن عبارت های بالا پیشنهاد می کنید؟

MATH-HOME.IR

عبارتی مانند $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ را در ریاضیات برای ساده تر شدن به صورت 2^5 می نویسیم و آن را چنین می خوانیم: ۲ به توان ۵. در عبارت 2^5 ، ۲ را پایه و ۵ را توان می نامیم. درست شبیه همان کاری که در ساده کردن و خلاصه کردن جمع انجام می دادیم.

$$(2+2+2+2+2 = 5 \times 2)$$

توان \rightarrow ۵
پایه \rightarrow ۲ $\rightarrow 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5$ (چونیم روی توان بیخ)

عبارت	شکل ساده شده	خوانده می شود	حاصل
7×7	7^2	هفت به توان ۲	۴۹
$7+7$	2×7	دو ضربدر ۷	۱۴
$2/5 \times 2/5 \times 2/5$	$(2/5)^3$	دو پنجم به توان ۳	۱۵/۱۲۵
$1 \times 1 \times 1$	1^3	یک به توان ۳	۱
$1+1$	2×1	دو ضربدر ۱	۲
$\frac{5}{3} \times \frac{5}{3}$	$(\frac{5}{3})^2$	پنج سوم به توان ۲	$\frac{25}{9}$

۱- جدول مقابل را کامل کنید.

پس از آن عبارت های زیر را به صورت ساده شده بنویسید.

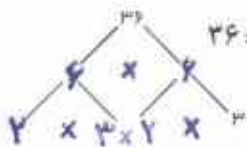
$$2 \times 2 \times 2 = 2^3$$

$$9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 = 9^5$$

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^8$$

$$a \times a \times a = a^3 \quad b \times b = b^2$$

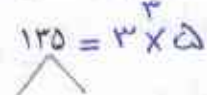
۲- عددهای داده شده را مانند نمونه تجزیه کنید و به صورت عدد توان دار بنویسید.



$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^2 \times 3^2$$



$$144 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^4 \times 3^2$$



$$135 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 = 3^4 \times 5$$

۳- کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟ در صورت امکان موارد نادرست را اصلاح کنید.

$$4^2 = 64 \quad \times \quad 5^2 = 14 \quad \times \quad 5^2 = 5 \times 2 \quad \times \quad 25 \quad \times \quad (\frac{2}{3})^2 = \frac{4}{9} \quad \checkmark$$

$$2^2 = 3^2 \quad \times \quad 8 \neq 9 \quad \times \quad 9^2 = 18 \quad \times \quad 81 \quad \times \quad (\frac{3}{1})^2 = \frac{4}{81} \quad \times \quad 3^2 = 81$$

$$\frac{2^2}{5} = \frac{4}{25} \quad \times \quad \frac{2^2}{5} = \frac{4}{5} \quad \times \quad 5^2 = 25 \quad \times \quad 25 \quad \times \quad (\frac{2}{4})^2 = \frac{4}{4} \quad \times \quad (\frac{3}{4})^2 = \frac{9}{14} \quad \times$$

۴- تساوی ها را کامل کنید.

$$a \times a \times a \times a = a^4 \quad b^2 = b \times b \times b \quad (\frac{a}{b})^2 = \frac{a}{b} \times \frac{a}{b}$$

$$\frac{a \times a \times a}{b} = \frac{a^3}{b} \quad x \times x = x^2 \quad (y+x)(y+x) = (y+x)^2$$

$$(ab)^2 = ab \times ab \quad \frac{x \times x \times x}{y \times y \times y \times y \times y} = \frac{x^3}{y^5}$$

۵- در تکثیر سلول ها، هر سلول به ۲ سلول تقسیم می شود. دوباره هر کدام از آن سلول ها خودشان به ۲ سلول تقسیم

می شوند و این کار ادامه پیدا می کند. جدول زیر را کامل کنید و حاصل را به صورت عدد توان دار بنویسید.

مرحله تکثیر	۱	۲	۳	۴	۷	n
تعداد سلول	۲	2×2	$2 \times 2 \times 2$	$2 \times 2 \times 2 \times 2$	$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$	$2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2$
به صورت توان دار	2^1	2^2	2^3	2^4	2^7	2^n

کاربر کاغذی



$$11^0 = 1 \rightarrow 1 \quad 0+1=1$$

$$11^1 = 11 \rightarrow 2 \quad 1+1=2$$

$$11^2 = 121 \rightarrow 3 \quad 2+1=3$$

$$11^3 = 1331 \rightarrow 4 \quad 3+1=4$$

الگویابی
 بس عدد ۱۱
 رقم دوازده (۱۲+۱=۱۳)

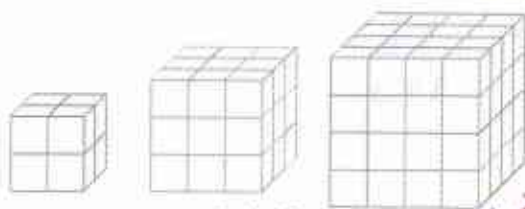
۱- با توجه به شکل های زیر مساحت و حجم های خواسته شده را با عبارت های توان دار جبری نمایش دهید.



$S = a \times a = a^2$
 $S = 2 \times 1/2 \times r \times r = r^2$
 $V = a \times a \times a = a^3$
 $V = a \times b$

۲- جمله های کلامی زیر را به صورت عبارت جبری نشان دهید.

- هر عدد به توان یک برابر خودش می شود: $a^1 = a$
- یک به توان هر عدد برابر یک می شود: $1^a = 1$
- مجذور هر عدد یعنی آن عدد به توان ۲: $a^2 =$ مجذور a
- مکعب یک عدد یعنی آن عدد به توان ۳: $x^3 =$ مکعب x
- صفر به توان هر عدد به جز صفر برابر است با ۱: $0^a = 0$



۳- تعداد مکعب های کوچک $1 \times 1 \times 1$ را در هر شکل با یک عدد

توان دار نشان دهید. $n^3 =$ مکعب n تایی

۴- حاصل هر عبارت توان دار را به دست آورید.

$2 \times 2 \times 2 = 8$ $3 \times 3 \times 3 = 27$ $4 \times 4 \times 4 = 64$
 $2^3 = 8$ $3^3 = 27$ $4^3 = 64$ $5^3 = 125$ $6^3 = 216$ $7^3 = 343$
 $8^3 = 512$ $9^3 = 729$ $10^3 = 1000$ $11^3 = 1331$ $12^3 = 1728$

۵- مقدار عبارت 3^n را به ازای عددهای داده شده به دست آورید.

مجذور دو = ۴ مجذور یک = ۱ مکعب دو = ۸ مکعب یک = ۱
 $\frac{2^3}{5^3} = \frac{8}{125}$ $\left(\frac{3}{5}\right)^3 = \frac{27}{125}$ $\frac{2^4}{7} = \frac{16}{7}$ $0.2^3 = 0.008$
 $0.01^2 = 0.0001$ $1/1^3 = 1/1$ $2/1^3 = 2/1$ $0.5^3 = 0.125$

n	۱	۲	۳	۴
3^n	$3^1 = 3$	$3^2 = 9$	$3^3 = 27$	$3^4 = 81$

۶- حاصل عددهای $2^0, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5$ را به دست آورید و به صورت نمودار ستونی در دفتر خود رسم کنید (باید واحد مناسبی برای محور عددی رسم کنید). در مورد نحوه رسم هر ستون توضیح دهید. آیا می توانید 2^6 یا 2^7 را در دفتر خود رسم کنید؟ چرا؟



تقریباً غیر ممکن است یا به سختی می توان این کار را انجام داد

۷- عدد 11^{12} به طور تقریبی چند رقمی است؟ چرا؟

$11^{12} \approx 10^{12} = 1000000000000$
 بس ۱۳ رقم داره
 $11^{12} = 3,138,167,640,000$

آموزش الویتها (یادآوری)

۳۳

توان

ترتیب انجام عملیات را در دوره دبستان آموخته‌اید. با توجه به درس توان، ترتیب انجام دادن عملیات مختلف ریاضی به صورت (۱) برانتز (۲) توان (۳) ضرب و تقسیم (۴) جمع و تفریق انجام می‌شود. با کامل کردن مراحل محاسبه عبارت و همچنین ترتیب انجام عملیات و نحوه نوشتن راه حل توجه کنید.

$$\frac{2^2 \times 4 + 10}{9^2 - 5^2} = \frac{8 \times 4 + 10}{81 - 25} = \frac{32 + 10}{56} = \frac{42}{56} = \frac{3}{4}$$

ساده کردن محاسبه جمع و تفریق محاسبه ضرب محاسبه توان‌ها

محاسبه‌های بعدی را کامل کنید.

$$2 \times 3^2 - (2^2 + 2) = 2 \times 9 - (4 + 2) = 9 - 6 = 3$$

$$\frac{10 + (5 - 6) + 9 \times 4}{2^5 + 3^5} = \frac{10 + 2 + 36}{32 + 243} = \frac{48}{275}$$

۱- حاصل عبارت‌ها را به دست آورید.

$$2^5 + 3^2 = 32 + 9 = 41 \quad 2^5 \times 3^2 = 32 \times 9 = 288 \quad 2^5 - 3^2 = 32 - 9 = 23$$

$$2^5 \div 8 = 32 \div 8 = 4 \quad \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{8} = \frac{1}{4} + \frac{3}{8} = \frac{5}{8} \quad 5^2 - 5 \times 2 = 25 - 10 = 15$$

$$\frac{420 - 14}{100} = \frac{406}{100} \quad \left(\frac{5}{4}\right)^2 - \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{25}{16} - \frac{4}{25} \quad \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{1}$$

$$2^2 - 3^2 + 10 = 4 - 9 + 10 = 5 \quad 5^2 + 10 + 0 = 25 + 10 + 0 = 35$$

۲- کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟ دلیل خود را توضیح دهید.

$$(2+2)^2 = 2^2 + 2^2 \quad \times \quad 25 \neq 13 \quad (4 \times 3)^2 = 3^2 \times 4^2 \quad \checkmark \quad 144 = 9 \times 16 \Rightarrow 144 = 144$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{3^2} \quad \times \quad \frac{4}{9} \neq \frac{22}{32} \quad 5 \times 6^2 = (6 \times 5)^2 \quad \times \quad 5 \times 36 \neq 30^2 \Rightarrow 180 \neq 900$$

$$1^2 \times 5^2 = 1^2 \quad \times \quad 100 \neq 10000 \quad 2^2 \times 2^2 = 2^2 \quad \checkmark \quad 1 \times 14 = 14$$

۳- نحوه محاسبه را توضیح دهید.

$$2^8 + 8^2 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 + 8 \times 8 = 256 + 64 = 320$$

۱) چون الویت اول توان است پس ابتدا حاصل 2^8 را محاسبه می‌کنیم

۲) و سپس 8^2 را محاسبه می‌کنیم

۳) حاصل را با هم جمع می‌کنیم

توان

۱- مانند نمونه عبارت‌های توان‌دار را محاسبه کنید.

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = \quad (-2)^2 = (-2) \times (-2) \quad (-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2)$$

$$(-2)^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \quad (-2)^5 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)$$

با توجه به توان‌ها و حاصل عبارت‌ها چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟
۲- عبارت‌های زیر را محاسبه کنید.

اصلاح شود

$$-(2 \times 2 \times 2) = -8$$

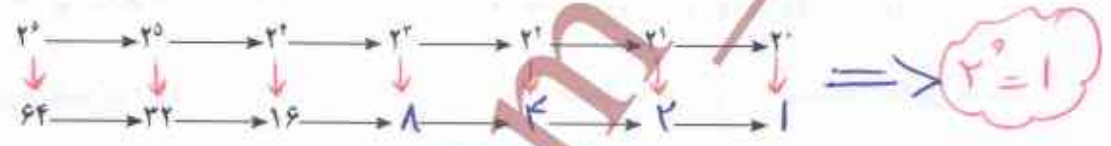
$$-2^3 = 2 \times 2 \times 2 = -8$$

$$-2^4 = -(2 \times 2 \times 2 \times 2) = -16$$

$$(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = -8$$

$$(-2)^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = +16$$

۳- الگوی عددی زیر را کامل کنید.



ارتباط بین عددهای توان‌دار و حاصل آنها را توضیح دهید. اعداد توان‌دار در ردیف اول با عدد مناسب در ردیف دوم به نظر شما در جای خالی چه عددی باید نوشت؟

هر عدد توان‌دار صفر (به غیر صفر) برابر یک است $\Rightarrow 2^0 = 1$

۱- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$-3^2 = -9 \quad (-5)^2 = +25 \quad -1^5 = -1$$

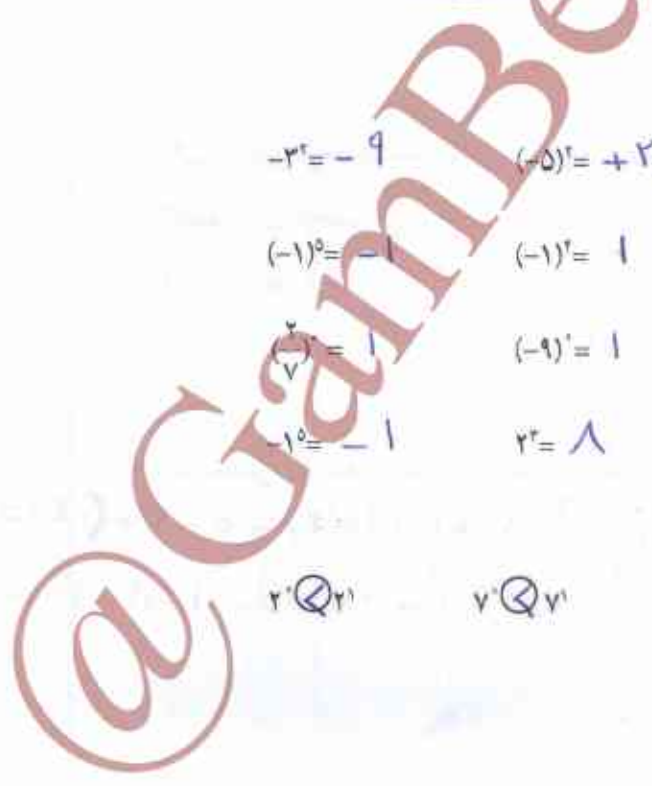
$$(-1)^5 = -1 \quad (-1)^2 = 1 \quad -1^2 = -1 \quad 7^2 = 49$$

$$\left(\frac{2}{7}\right)^2 = \frac{4}{49} \quad (-9)^2 = 81 \quad 0^5 + 1/1^2 = 0 + 1 = 1 \quad 4 + 2^2 = 4 + 1 = 5$$

$$-1^5 = -1 \quad 2^2 = 4 \quad (-2)^2 = -4 \quad 5^2 = 25$$

۲- در جای خالی علامت < یا = یا > بگذارید.

$$2^2 \text{ } \textcircled{>} \text{ } 2^1 \quad 7^2 \text{ } \textcircled{>} \text{ } 7^1 \quad \left(\frac{2}{5}\right)^2 \text{ } \textcircled{>} \text{ } 2^2 \quad (-2)^2 \text{ } \textcircled{=} \text{ } (-2)^1$$



۱- کدام درست و کدام نادرست هستند؟ علت نادرستی را توضیح دهید.

$(2+2)^2 = 2^2 + 3^2$ ✗ $1 \neq 2$	$(\frac{1}{2})^2 > (-\frac{1}{2})^2$ ✓ $1 > \frac{1}{2}$	$(-\frac{2}{3})^2 + (\frac{1}{3})^2 > 1$ ✓ $1 + 1 > 1$
$2 + 2^2 = 6$ ✗ $2 + 1 \neq 6$	$2^2 + 3^2 + 5^2 = 1$ ✗ $1 + 1 + 1 \neq 1$	$2^2 < (-2)^2$ ✗ $1 < 4$

۲- الف) حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$2 \times 10^2 + 4 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 2 \times 10^0 = 2000 + 400 + 70 + 2 = 2472$$

$$5 \times 10^2 + 0 \times 10^2 + 1 \times 10^1 + 9 \times 10^0 = 5000 + 0 + 10 + 9 = 5019$$

ب) با توجه به تمرین‌های بالا عددهای زیر را به صورت گسترده و سپس توانی نمایش دهید.

$$2225 = 4000 + 200 + 20 + 5 = 4 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 5 \times 10^0$$

$$9207 = 9000 + 200 + 0 + 7 = 9 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 0 \times 10^1 + 7 \times 10^0$$

۳- به جای n عددهای ۱ تا ۵ را قرار دهید و در عبارت 4^n و n^4 را با هم مقایسه کنید. برای محاسبات از ماشین حساب استفاده کنید.

n	۱	۲	۳	۴	۵
4^n	$4^1 = 4$	$4^2 = 16$	$4^3 = 64$	$4^4 = 256$	$4^5 = 1024$
n^4	$1^4 = 1$	$2^4 = 16$	$3^4 = 81$	$4^4 = 256$	$5^4 = 625$

$$4^1 = 1, 4, 16, 64, 256$$

$$10^4 = 10000$$

برای $n=10$ کدام یک بزرگ‌تر از دیگری است؟

۴- در بعضی از ماشین حساب‌ها کلید توان به صورت زیر استفاده می‌شود. عددهای توان‌دار را محاسبه می‌کنند. برای

مثال 2^3 به صورت زیر محاسبه می‌شود. حالا شما عددهای مختلف را در ماشین حساب وارد و حاصل آنها را ملاحظه کنید. چه

راه دیگری برای پیدا کردن جواب 2^3 وجود دارد؟

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

۵- حاصل عبارت‌ها را به ازای عددهای داده شده به دست آورید.

$$a^2 - b^2 + ab \quad a = -2 \quad b = 2 \Rightarrow (-2)^2 - 2^2 + (-2) \times 2 = 4 - 4 + (-4) = -4$$

$$a^2 - 2b^2 + a^2b \quad a = 1 \quad b = -2 \Rightarrow 1^2 - 2 \times (-2)^2 + 1 \times (-2) = 1 - 8 - 2 = -9$$

$$1 = 9$$



ضرب اعداد توان دار
با پایه های برابر

ساده کردن عبارت های توان دار

فعالیت

۱- زهره می خواست مسئله هایی را که معلم داده بود، حل کند. معلم ریاضی خواسته بود که دانش آموزان مساحت مستطیل به طول 2^4 و عرض 2^3 را به دست آورند. زهره به صورت زیر عمل کرد و عبارت ها را به صورت ضرب نوشت.

$$S = a \times b = 2^4 \times 2^3 = \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2}_{\text{مرتبۀ ۴}} \times \underbrace{2 \times 2 \times 2}_{\text{مرتبۀ ۳}}$$

سیمما با مشاهده عبارت زهره به او گفت: هفت تا ۲ ضرب شده است. پس عبارت تو با 2^7 برابر است. نتیجه گیری سیمما را با یک تساوی نشان دهید.

$$2^4 \times 2^3 = 2^7$$

$$5^2 \times 5^3 = \underbrace{5 \times 5}_{\text{مرتبۀ ۲}} \times \underbrace{5 \times 5 \times 5}_{\text{مرتبۀ ۳}} = 5^5$$

۲- مانند نمونه عمل کنید.

$$2^2 \times 2^4 = \underbrace{2 \times 2}_{\text{مرتبۀ ۲}} \times \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2}_{\text{مرتبۀ ۴}} = 2^6$$

$$7^3 \times 7^2 = \underbrace{7 \times 7 \times 7}_{\text{مرتبۀ ۳}} \times \underbrace{7 \times 7}_{\text{مرتبۀ ۲}} = 7^5$$

$$x^2 \times x^3 = \underbrace{x \times x}_{\text{مرتبۀ ۲}} \times \underbrace{x \times x \times x}_{\text{مرتبۀ ۳}} = x^5$$

$$a^2 \times a^4 = \underbrace{a \times a}_{\text{مرتبۀ ۲}} \times \underbrace{a \times a \times a \times a}_{\text{مرتبۀ ۴}} = a^6$$

با توجه به تساوی های بالا یک رابطه برای ساده کردن عبارت های توان دار با پایه های مساوی بنویسید.

۳- با توجه به رابطه بالا، مانند نمونه عبارت توان دار را به صورت ضرب ۲ یا چند عبارت توان دار بنویسید.

$$\begin{matrix} b & c & b+c \\ a \times a & = & a \end{matrix}$$

$$2^5 = 2^2 \times 2^3$$

$$2^7 = 2^4 \times 2^3$$

$$2^7 = 2^2 \times 2^2 \times 2^3$$

$$5^4 = 5^2 \times 5^2$$

$$5^6 = 5^3 \times 5^3$$

$$5^6 = 5^2 \times 5^3 \times 5^1$$

پاسخ نازنین

۱- حاصل عبارت های زیر را به صورت یک عدد توان دار بنویسید.

$$5^2 \times 5^3 = 5^5$$

$$(-2)^4 \times (-2)^2 = (-2)^6 = 2^6$$

$$(-4)^3 \times (-4)^5 = (-4)^8$$

$$7^2 \times 7 = 7^3$$

$$\left(\frac{1}{5}\right)^5 \times \left(\frac{1}{5}\right) = \left(\frac{1}{5}\right)^6$$

$$1/5^2 \times \left(\frac{1}{5}\right)^3 = 1/5^5$$

۲- با باز کردن عبارت توان دار جواب را ساده تر کنید و محاسبات را مانند نمونه پاسخ دهید.

$$3^2 = 3^3 \times 3^3 = 9 \times 9 = 9^2$$

$$2^2 = 2^3 \times 2^3 = 8 \times 8 = 8^2 \quad 4^2 = 4^2 \times 4^2 = 16 \times 16 = 16^2$$

$$5^2 = 5^2 \times 5^2 = 25 \times 25 = 25^2$$

۳- اگر $2^4 = 1024$ باشد حاصل 2^{12} را به دست آورید.

$$2^{12} = 2^{10} \times 2^2 = 1024 \times 4 = 4096$$



MATH-HOME.IR

تغیبات

۱- مانند نمونه عبارات‌ها را باز کرده و دوباره به صورت عدد توان دار بنویسید.

$$2^2 \times 5^2 = 2 \times 2 \times 5 \times 5 = 1 \times 1 \times 1 = 1$$

$$2^2 \times 2^2 = (2 \times 2) \times (2 \times 2) = (2 \times 2) \times (2 \times 2) = \frac{2}{2} \times \frac{2}{2} \times \frac{2}{2} \times \frac{2}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^4$$

$$a^x \times b^x = a \times a \times \dots \times b \times b = (a \times b) \times (a \times b) \times \dots \times (a \times b) = (a \times b)^x$$

با مقایسه تساوی‌ها یک قانون کلی برای ساده کردن عبارات‌های توان دار با توان‌های مساوی به دست آورید. پایه‌ها را در هم ضرب می‌کنیم

۲- با قانونی که به دست آوردید، عبارات‌های زیر را ساده کنید.

$$a^m \times b^m = (ab)^m$$

$$2^2 \times 2^2 = 4^2$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 2^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^0$$

$$(-2)^2 \times (-1)^2 = (+2)^2 = 2^2$$

$$(-2)^2 \times 2^2 = (-4)^2$$

$$x^2 \times y^2 = (xy)^2$$

$$(ab)^2 = a^2 \times b^2$$

$$6^2 = (2 \times 3)^2 = 2^2 \times 3^2$$

۳- به تساوی‌های رویه‌رو توجه کنید.

مانند نمونه‌های بالا عددهای توان دار زیر را باز کنید.

$$10^2 = (2 \times 5)^2 = 2^2 \times 5^2$$

$$1^2 = 2^2 \times 5^2$$

$$12^2 = 2^2 \times 2^2 \times 3^2 = 2^4 \times 3^2$$

$$(xy)^2 = x^2 \times y^2$$

$$(xyz)^2 = x^2 \times y^2 \times z^2$$

$$2^2 \times 3^2 \times 5^2 = 2^2 \times 3^2 \times 5^2$$

۱- مانند نمونه عبارات‌های توان دار را تا حد امکان ساده کنید.

$$5^2 \times 5^2 \times 7^2 = 5^4 \times 7^2 = 35^2$$

$$7^2 \times 7^2 \times 9^2 = 7^4 \times 9^2 = 63^2$$

ضرب یا توان‌های مساوی ضرب یا پایه‌های مساوی

$$2^2 \times 2^2 \times 2^2 \times 2^2 = 2^2 \times 2^2 \times 2^2 = 2^8$$

$$(2^2 \times 3^2 \times 5^2) \times (2^2 \times 3^2 \times 5^2) = (2^2 \times 2^2) \times (3^2 \times 3^2) \times (5^2 \times 5^2) = 2^4 \times 3^4 \times 5^4 = 30^4$$

$$2^a \times 2^b = 2^{a+b}$$

۲- عبارت توان دار مقابل را تا حد امکان ساده کنید.

بجای a و b عددهای ۲ و ۵ و یک بار ۴ و ۷ قرار دهید و تساوی‌ها را به صورت عددی بنویسید.

$$2^3 \times 2^5 = 2^8$$

$$4^2 \times 7^2 = 11^2$$

$$5^2 \times 2^2 = 10^2$$

$$2^4 \times 2^7 = 2^{11}$$



توان عدد	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴
شماره ی عدد	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵
تعداد ارقام	۱	۱	۲	۲	۳	۴	۴	۵	۵	۶	۷	۷	۸	۸	۹

پاسخ ناز است

مصارف ۳ یک بار تکرار شده است

$$\text{تعداد ارقام} = \left[\frac{3n}{5} \right] + 1$$

$a = 5$
 $b = 3$
 $c = 2$

۱- در تساوی های زیر به جای a و b و c عددهای مختلفی قرار دهید و تساوی های عددی بسازید.
 $a^n \times a^m = a^{n+m}$ $5 \times 5 = 5^2$ $a^m \times b^n = (a \times b)^m$ $5 \times 3^2 = (5 \times 3)^2$

۲- با استفاده از تجزیه به عددهای اول، هر عدد را به صورت توان دار بنویسید.

$121 = 11 \times 11 = 11^2$ $256 = 2^8$ $441 = 3^2 \times 7^2$ $10000 = 2^4 \times 5^4$

ج) مساحت مربعی به ضلع ۵ را بدست آورید

۳- مسئله هایی طرح کنید که پاسخ آنها: الف) 2^2 ب) 2×3 ج) 5^2 باشد.

الف) حجم یک بلوک به ضلع ۲ چند است؟ ب) مساحت مستطیلی به طول عرضی ۲، ۳، ۲، ۳ را بدست آورید

۴- عددهای توان دار را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

$4^0, 8^1, 9^2, 3^5, 4^{10}$

۵- کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟ توضیح دهید.

$4^2 \times 4^2 = 4^{12}$ ✗ $3^2 \times 2^2 = 6^5$ ✗ $2^2 + 2^2 = 6^2$ ✗ $6^2 + 8 \neq 216$

$4^2 \times 4^2 = 4^4$ ✓ $3^2 \times 2^2 = 6^2$ ✓ $4^1 + 3^1 = 7^1$ ✓ $4 + 3 = 7$

$\checkmark (-2^6) \times 7^2 = (-14)^2$ $\left(\frac{2}{3}\right)^6 \times \left(\frac{2}{3}\right)^7 = \left(\frac{2}{3}\right)^{13}$

۶- کدام یک از عبارت های زیر $\left(\frac{2}{3}\right)^2$ را نشان می دهد؟

$\frac{2}{3} \times 3$ $\frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3}$ $\frac{2}{3} + 3$

$\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$

$\frac{2+2+2}{3}$

$\frac{3 \times 2}{3}$

۷- به جدول زیر توجه کنید و با توجه به آن سؤال ها را جواب دهید.

۲	۴	۷	۱۰	۱۴	۱۹	۲۵	۳۲	۴۰	۴۹	۵۰
۱	۲	۱۶	۶۴	۲۵۶	۱۰۲۴	۴۰۹۶	۱۶۳۸۴	۶۵۵۳۶	۲۷۲۱۴۴	۱۰۴۸۵۷۷
۱	۱	۲	۲	۳	۴	۴	۵	۵	۶	۷

تعداد ارقام

حاصل عبارت 4096×65536 را به صورت توان دار بنویسید.

تعداد رقم های 4^{10} را پیش بینی کنید. 4^{20} چند رقمی می شود؟ چرا؟ 13^2 رقمی است

۸- جاهای خالی را کامل کنید. چه الگویی مشاهده می کنید؟ یک تساوی دیگر بنویسید.

$1^2 - 0^2 = 1$ $2^2 - 1^2 = 3$ $3^2 - 2^2 = 5$ $4^2 - 3^2 = 7$ $5^2 - 4^2 = 9$ $6^2 - 5^2 = 11$ $7^2 - 6^2 = 13$ $8^2 - 7^2 = 15$ $9^2 - 8^2 = 17$

۹- در جای خالی یکی از عمل های + یا - یا \times یا \div را قرار دهید تا تساوی برقرار باشد.

$2^0 \div 8 = 4$

$3^2 + 7^2 = 58$

$(-7)^0 + 8^1 = 3^2$

$2^2 \div 16 = 2^0 + 3^1$

$$\left[\left(\frac{n(n+1)}{2} \right)^2 - \left(\frac{(n-1)n}{2} \right)^2 \right] = n^3$$

اصلاحیه
 فرمول منتهایی

$$(1+2+3+\dots+n)^2 - (0+1+2+3+\dots+(n-1))^2 = n^3$$

۱- یک شرکت برای محوطه‌سازی، سنگ‌های مرمر در اندازه‌های 25×50 سانتی متر خریداری کرده است. سنگ فروش در مجموع ۸۱ متر مربع سنگ به این شرکت فروخته است. ضلع بزرگ‌ترین مربعی که می‌توان با این سنگ‌ها ساخت چند متر است؟

۲- مساحت یک زمین بازی کودکان که به شکل مربع است، برابر ۱۴۴ متر مربع است. طول ضلع این مربع چند متر است؟

$10 \times 10 = 100 \times$ $12 \times 12 = 144 \checkmark$

$11 \times 11 = 121 \times$

۳- جدول زیر طول ضلع تعدادی مربع و مساحت آنها داده شده است. جاهای خالی را کامل کنید.

طول ضلع	۳	۴	۱/۵	۲/۵	۹	۷/۲	۱۱/۶	۲۰	۰/۹
مساحت مربع	۹	۱۶	۲,۲۵	۴/۲۵	۸۱	۵۴,۷۶	۱۲۱/۳۶	۴۰۰	۰/۸۱

۴- در الگوی عددی زیر آیا عدد ۱۵ قرار می‌گیرد؟ چرا؟ **خیر**، **مجدور هیچ عددی ۱۵ نمی‌شود**

$1^2, 2^2, 3^2, 4^2, \dots, n^2$

با کمک ماشین حساب، حدس و آزمایش عددی پیدا کنید که بتوان به جای x قرار داد. **وجود ندارد** $x^2 = 15$

در تساوی $3^2 = 9$ ، عدد ۹ را توان دوم یا مجذور عدد ۳ و عدد ۳ را نیز ریشه دوم یا جذر ۹ می‌نامند. آیا ۳- نیز

ریشه دوم ۹ است؟ چرا؟ **بله** $(-3) \times (-3) = 9$

پس ۲- هم جذر یا ریشه دوم عدد ۹ می‌باشد

جدول زیر را کامل کنید.

عدد	۹	۲۵	۱/۴	۴۹
ریشه دوم (موجب)	۳ و -۳	۵ و -۵	۱/۲ و -۱/۲	۷ و -۷
رابطه ریاضی	$(-3)^2 = 9$ $3^2 = 9$	$(-5)^2 = 25$ $5^2 = 25$	$(-1/2)^2 = 1/4$ $(1/2)^2 = 1/4$	$(-7)^2 = 49$ $7^2 = 49$

توان دوم یا مجذور عدد ۳ را با ۳ و توان دوم یا مجذور عدد ۳- را با $(-۳)^۲$ نمایش می‌دهیم. برای نمایش ریشه دوم از نماد $\sqrt{\quad}$ (بخوانید رادیکال) استفاده می‌کنیم.

اصلاح شود

ریشه‌های دوم عدد ۹ را با $\sqrt{۹}$ و $-\sqrt{۹}$ نشان می‌دهیم. به عبارت دیگر $\sqrt{۹} = ۳$ و $-\sqrt{۹} = -۳$.

مثبت

۱- تساوی‌ها را کامل کنید.

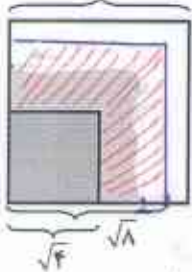
$$\begin{array}{cccc} \sqrt{۱۶} = ۴ & -\sqrt{۱۶} = -۴ & \sqrt{۳۶} = ۶ & -\sqrt{۸۱} = -۹ \\ \sqrt{\frac{۱}{۱۰۰}} = \frac{۱}{۱۰} & -\sqrt{\frac{۹}{۲۵}} = -\frac{۳}{۵} & \sqrt{۴۹} = ۷ & \sqrt{\frac{۱}{۸۱}} = \frac{۱}{۹} \end{array}$$

۲- کدام یک درست و کدام یک نادرست هستند؟ علت نادرستی را توضیح دهید.

$$\begin{array}{cccc} \sqrt{۲۵} = ۵ & \sqrt{۲۵} > ۵ \quad \times & \sqrt{۲۵} = ۵ \quad \checkmark & \sqrt{۲۵} = ۵ \times ۲ \quad \times \\ \sqrt{۲۵} = ۵^۲ \quad \times & \sqrt{۲۵} = -۵ \quad \times & -\sqrt{۲۵} = -۵ \quad \checkmark & \sqrt{۲۵} < ۵ \quad \times \end{array}$$

در این درس منظور از جذرها همان جذر مثبت یا عدد است

۱- مربع به مساحت‌های ۸، ۴ و ۹ سانتی متر مربع در شکل زیر نمایش داده شده است. طول ضلع‌های مربع‌ها نیز



شکل اصلاح شود

$$\sqrt{۴} < \sqrt{۸} < \sqrt{۹}$$

مشخص شده است. با کمک شکل عبارت را کامل کنید.

به نظر شما به کدام یک از این دو عدد نزدیک‌تر است؟

۲- به کمک روش فوق و با توجه به سطر اول جدول زیر، جذر تقریبی عددهای داده‌شده را به دست آورید و جدول را

کامل کنید.

مربع کامل قبلی	عدد	مربع کامل بعدی	جذر تقریبی
۴	۵	۹	$\sqrt{۵}$ بین عددهای ۲ و ۳ است
۱۶	۱۷	۲۵	$\sqrt{۱۷}$ بین دو عدد ۴ و ۵ است
۴۹	۶۱	۶۴	$\sqrt{۶۱}$ بین عددهای ۷ و ۸ است
۲۵	۳۰	۳۶	$\sqrt{۳۰}$ بین عددهای ۵ و ۶ است

MATH-HOME.IR

۵/۲ به ۵/۳ نزدیک تر است یا ۵/۲

$$\sqrt{25} < \sqrt{28} < \sqrt{36} \Rightarrow 5 < \sqrt{28} < 6$$

۱- من خواهیم مقدار تقریبی $\sqrt{28}$ را به دست آوریم.

الف) $\sqrt{28}$ بین کدام دو عدد قرار دارد؟ چرا؟

ب) به کدام یک نزدیک تر است؟ چرا؟ عدد ۵ چون ۲۸ به ۲۵ نزدیک تر است

ج) با توجه به جدول زیر جای خالی را کامل کنید: $\sqrt{28} \approx 5/2$ (اصلاح شود)

عدد	۵	۵/۱	۵/۲	۵/۳	۵/۴
مجدور	۲۵	۲۶/۰۱	۲۷/۰۴	۲۸/۰۹	۲۹/۱۶

با ماشین حساب انجام شود

۲- به همین روش مقدار تقریبی عددهای زیر را به دست آورید. راهبرد حدس و آزمایش

$$\sqrt{20} \approx \quad \sqrt{14} \approx \quad \sqrt{8} \approx$$

۱- چرا عددهای منفی جذر ندارند؟ یعنی عبارت مقابل بی معناست؟ $\sqrt{-25} = ?$

چون حاصل ضرب دو عدد مثبت و یا دو عدد منفی عددی مثبت است

۲- کدام یک درست و کدام یک نادرست اند؟

- $\sqrt{5} > 4$ ✗
- $\sqrt{6}$ بین ۲ و ۵ است ✗
- $\sqrt{15} < \sqrt{21}$ ✓
- $\sqrt{12} < 4$ ✓
- $\sqrt{40}$ بین ۵ و ۷ است ✓
- $\sqrt{3} > 2$ ✗

۳- به جای □ در محور اعداد زیر یکی از عددهای $\sqrt{9}, \sqrt{4}, -\sqrt{4}, \sqrt{1}, -\sqrt{1}, \sqrt{\frac{9}{4}}, -\sqrt{\frac{9}{4}}$ و $-\sqrt{9}$ را قرار دهید.



۴- جاهای خالی را کامل کنید.

الف) ۷ و -۷ ریشه های $\sqrt{49}$ هستند. (ب) مجذور عدد صفر همان است.

ج) اگر عددی صفر نباشد، توان دوم آن همیشه است.

د) هر عدد مثبت دارای ریشه دوم است که یکی از آنها دیگری است.

۵- جذر تقریبی عددهای زیر را به دست آورید.

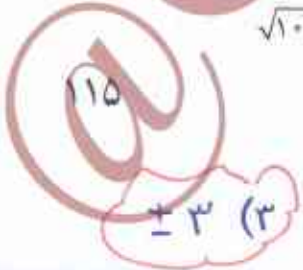
$$\sqrt{400} \quad \sqrt{500} \quad \sqrt{300} \quad \sqrt{40}$$

اصلاح شود

جذر $\sqrt{81}$ برابر است با
۹ (۱) ۳ (۲)

-۳ (۳)

±۳ (۳)



در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید و برای هر کدام یک مثال بزنید.

توان • پایه • مجذور • مکعب • جذر • جذر تقریبی

در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

- محاسبه عدد توان‌دار
- محاسبه یک عبارت توان‌دار با رعایت ترتیب
- محاسبه عبارت توان‌دار با پایه‌های منفی
- قانون ضرب با پایه‌های مساوی
- استفاده از قانون ضرب با پایه‌های مساوی در محاسبه
- قانون ضرب با توان‌های مساوی
- استفاده از قانون ضرب با پایه‌های مساوی در تجزیه اعداد
- ساده کردن یک عبارت توان‌دار
- مفهوم جذر و ریشه
- پیدا کردن جذر یا ریشه عددهای مربع کامل و جذر تقریبی
- مفهوم مجذور و مکعب
- تأثیر پرانتز در محاسبه عبارت توان‌دار
- توان صفر

از این درس در ساده کردن عبارت‌های جبری و نوشتن رابطه‌های ریاضی در محاسبه سطح و حجم استفاده می‌کنیم.

در صورتی که تمرین‌های زیر را بتوانید انجام دهید، مطمئن می‌شوید که این فصل را به خوبی فرا گرفته‌اید.

۱- عبارت توان‌دار زیر را محاسبه کنید.

$$(2^2 + 0)^1 + 2^2 \times 3^2 - 1^2 = (1 + 0)^1 + 4 \times 9 - 1 = 1 + 36 - 1 = 4^2$$

۲- عبارت توان‌دار را تا حد امکان ساده کنید. **اصلاحی**

$$(0.25)^2 \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 \times \frac{1}{45} = 225 \quad 4^2 \times 8^2 \times 6^2 \times 3^3 = 24 \times 24 = 24$$

۳- جذر تقریبی عدد ۳۲ را بنویسید. $\sqrt{32} \approx 5.6$

۴- ریشه‌های عدد ۱۲۱ را بنویسید و تساوی‌های زیر را کامل کنید. $\sqrt{49} = 7$ $-\sqrt{25} = -5$

مقدور	۵	۵/۱	۵/۲	۵/۳	۵/۳	۵/۴	۵/۵	۵/۶	۵/۷
مجذور	۲۵	۲۵/۱	۲۷/۴	۲۸/۹	۲۸/۹	۲۹/۱۶	۳۵/۲۵	۳۶/۳۶	۳۷/۴۹

$$5 < \sqrt{32} < 6$$

① کم می شود $\frac{100}{100} a \times \frac{100}{100} a = \frac{96}{100} a^2 = 96\% S \Rightarrow 100\% - 96\% = 4\%$

$a = 30$ $\frac{20}{100} \times 30 = 6$ $S_1 = 900$ $S_2 = 24 = 576$
 $900 - 576 = 324$

$x \mid 324$
 $100 \mid 900$

$x = 36\%$

تمرین های دوره ای ۴

دوست دوم: راهبرد مثال

$a = 10 \rightarrow \frac{10}{100} \times 10 = 1$
 $S_1 = 100$ $S_2 = 94$
 $100 - 94 = 6\%$

$(+49) \times (-65) = +$
 $(+13) \times (-35) = +$
 $(-4-3) \div (-7) =$

۱- حاصل عبارت ها را پیدا کنید.
 $(-24) \times (-35) = +$
 $(-21) \times (-20) = +$
 $(7-18) \times (-2) =$

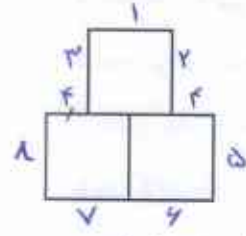
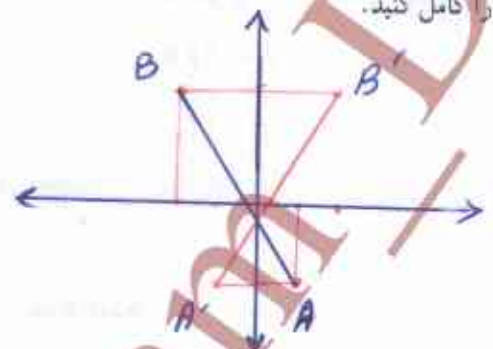
۲- مساحت مربعی به ضلع a برابر است با a^2 . اگر از ضلع مربع 20% کم کنیم. مساحت مربع چند درصد کم می شود؟
 ۳- الگوی زیر را توصیف کنید و چهار عدد بعدی آن را بنویسید.

۵، ۲۵، ۱۲۵، ۶۲۵، ۳۱۲۵، ۱۵۶۲۵، ۷۸۱۲۵

توان های عدد ۵

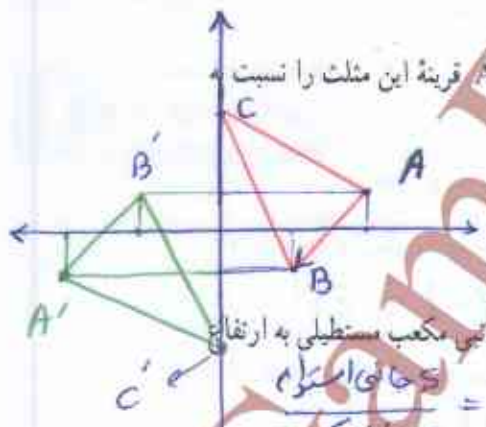
۴- نمودارهای زیر را کامل کنید.

۷	۱۲۴	۱۲۹	۵	۳
جنر	مجنور	جنر	مجنور	مکعب
$\sqrt{7}$	۲۶	۱۳	۲۵	۲۷



۵- مساحت شکل مقابل ۷۵ است. محیط شکل را پیدا کنید. (سه مربع مساوی هستند).
 $75 \div 3 = 25$ $5 \times 3 = 12$ $12 \times 5 = 60$
 $\sqrt{25} = 5$ $12 - 5 = 7$ $7 \times 5 = 35$

۶- نقاط به مختصات $A = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ را پیدا کنید و باره خط AB را رسم کنید. قرینه این باره خط را نسبت به محور عرض ها پیدا کنید و مختصات رأس های A' و B' را بنویسید.



۷- مختصات سه رأس مثلث ABC عبارت اند از $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$ قرینه این مثلث را نسبت به مبدأ مختصات پیدا کنید.

$AB = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix}$
 $A + AC = C$
 $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}$

مختصات بردار AB را بنویسید.
 جمع منطوق با بردار AC را بنویسید.

۸- مساحت جانبی استوانه ای به ارتفاع 10 و شعاع قاعده 3 بیشتر است یا مساحت جانبی مکعب مستطیلی به ارتفاع 10 که قاعده اش مربعی به ضلع 3 است؟
 $\frac{2 \times 3 \times 3 \times 10}{4 \times 3 \times 10} = \frac{314}{2} > 1$
 چرا استوانه ایست؟
 ۹- آیا اگر هر عدد را به توان 2 برسانیم، از خودش بزرگ تر می شود؟ چرا؟

۱۰- حاصل ضرب های زیر را بنویسید.

$2x \times 3x = 6x^2$ $-9n^2 \times 7n = -63n^3$ $-5n \times n^2 \times 8n^3 = -40n^6$

۱۱۷
 $15 \rightarrow 15^2 = 225$
 $15 > 225$

④ خیر

x	x ² - 3x	تاریخ	x	x ² - 3x	بررسی
0	0	کلیت	4	34 - 12 = 22	✓
1	1 - 3 = -2	"	-1	1 + 3 = 4	کلیت
2	4 - 6 = -2	"	-2	4 + 6 = 10	"
3	9 - 9 = 0	"	-3	9 + 9 = 18	✓
4	16 - 12 = 4	"			
5	25 - 15 = 10	"			

$$2x \times 3x = 6x^2$$

$$-6x^2 \times 7x = -42x^3 \quad -4x \times x^2 \times 8x^2 = -32x^4$$

۱۱- عبارت های جبری زیر را ساده کنید.

$$2(x+1) - 2(1-x) = 4x$$

$$2(x-1) + 3x - 1 - x = 4x - 3$$

$$2(x^2y - xy^2) - 2(y^2x - yx^2) = 2x^2y - 2xy^2 - 2y^2x + 2yx^2 = 2x^2y - 2xy^2 - 2yx^2 + 2y^2x$$

۱۲- با زاویه ۶۰ درجه و آزمایش با معادله $x^2 - 3x = 18$ را به دست آورید.

۱۳- قاعده یک منشور به صورت زیر است. اگر ارتفاع این منشور ۱۰ سانتی متر باشد، حجم و مساحت جانبی و

مساحت کل آن را پیدا کنید.



پس حجم را هم می توانیم محاسبه کنیم

۱۴- عبارت توان دار زیر را تا حد امکان ساده کنید.

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{6}{5}\right)^3 \times \left(1\frac{1}{5}\right)^2 = \left(-\frac{1}{2}\right)^4 \times \left(\frac{6}{5}\right)^9$$

$$144 = 2 \times 3^2$$

۱۵- عدد ۱۴۴ را تجزیه کنید و به صورت توان دار بنویسید.

$$[24, 24] = 72$$

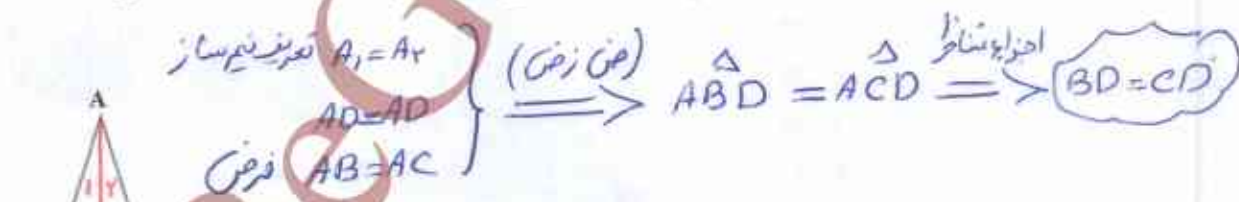
$$[12, 48] = 48$$

$$(24, 24) = 24$$

$$(12, 48) = 12$$

$$(50, 35) = 5 \quad [50, 35] = 350$$

۱۷- مثلث ABC متساوی الساقین است. نیمساز زاویه A را رسم می کنیم. چرا این نیمساز ضلع BC را نصف می کند؟



$$A = 2^5 \times 3^2 \times 5$$

$$(A, B) = 2^2 \times 3^2$$

۱۸- ب.م.م.و ک.م.م. دو عدد A و B را به دست آورید.

$$B = 2^2 \times 3^5 \times 7$$

$$[A, B] = 2^5 \times 3^5 \times 5 \times 7$$

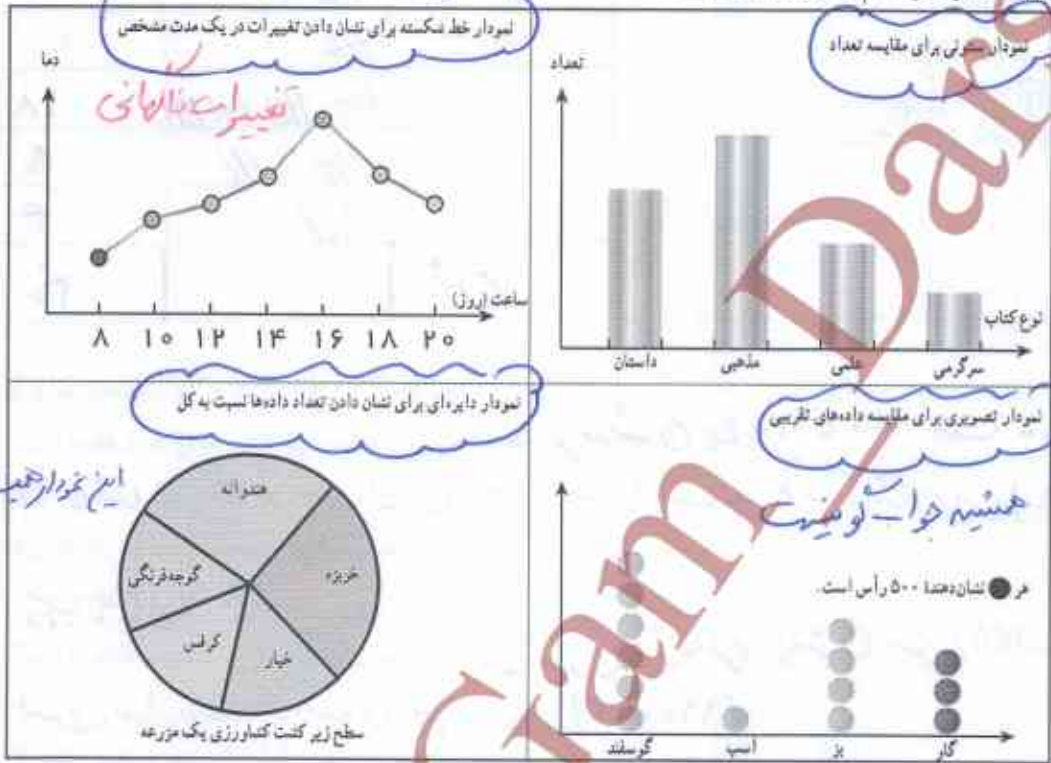
- کلاس ششم
- تعریف علم آمار
 - جدول داده‌ها
 - نمودار
 - انواع نمودارها

دسته‌بندی داده‌ها

بررسی

علم آمار

در دوره دبستان با علم آمار که علم جمع‌آوری، سازمان‌دهی، تحلیل و تفسیر اطلاعات (داده‌ها) است، آشنا شدید. داده‌ها را با چوب خط سرشماری و در جدول سازماندهی کردید. سپس با توجه به موضوع و هدف آمارگیری نمودار آن اطلاعات را رسم کردید. در زیر ۲ نوع نمودار و کاربرد هر کدام یادآوری شده است:



اگر تعداد داده‌های جمع‌آوری شده زیاد باشند، بررسی آنها طولانی و غیرمفید می‌شود. به همین دلیل داده‌ها را دسته‌بندی می‌کنند و سازمان‌دهی جدیدی متناسب با آن موضوع آماری و برای کسب نتایج بهتر ارائه می‌کنند.

در زیر داده‌های جمع‌آوری شده در مورد اندازه قد ۴۰ نفر از مردان ساکن یک روستا بر حسب سانتی‌متر مشخص شده است. $(n=40)$

۱۶۴	۱۶۸	۱۷۳	۱۸۵	۱۵۲	۱۷۴	۱۷۸	۱۹۲	۱۵۰	۱۷۵	۱۶۷	۱۸۲	۱۴۷	۱۸۱
۱۵۱	۱۶۲	۱۶۷	۱۷۳	۱۴۲	۱۶۳	۱۳۸	۱۶۵	۱۳۷	۱۷۱	۱۹۳	۱۶۸	۱۷۰	۱۳۰
۱۶۵	۱۸۳	۱۵۲	۱۶۹	۱۷۶	۱۶۹	۱۷۰	۲۰۵	۱۶۸	۱۷۳	۱۹۰	۱۴۳	۱۳۰	Min

$دامنه تغییرات = Max - Min$ *کمترین و بیشترین داده را مشخص کنید. به فاصله بین این دو عدد دامنه تغییرات می‌گویند.*

برای دسته‌بندی داده‌ها با فاصله مساوی، دامنه تغییرات را بر تعداد دسته‌ها تقسیم می‌کنیم تا طول دسته‌ها بدست آید.

در این فعالیت، چون می‌خواهیم ۵ دسته داشته باشیم، دامنه تغییرات را بر ۵ تقسیم می‌کنیم.

معنای $120 \leq x < 145$ را توضیح دهید. چه تفاوتی بین $<$ و \leq وجود دارد؟

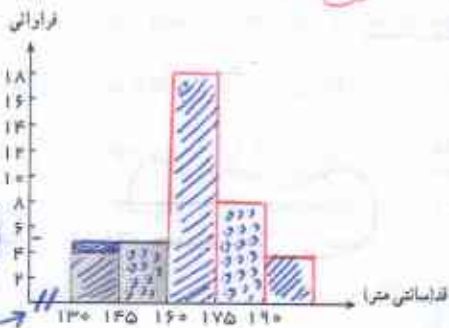
۱۲۰ داده‌هایی که بزرگ‌تر یا مساوی عدد ۱۳۰ است و کوچک‌تر از ۱۴۵ است

$$\frac{دامنه تغییرات}{تعداد دسته‌ها} = \frac{75}{5} = 15$$

طول هر دسته

فراوانی

با توجه به حدود دسته‌ها، با استفاده از چوب خط تعداد داده‌های هر دسته را که به آن فراوانی می‌گویند، تعیین کنید.



حدود دسته‌ها	چوب خط	فراوانی
$130 \leq x < 140$	###	۵
$140 \leq x < 150$	###	۵
$150 \leq x < 160$	###-###-###-###	۱۸
$160 \leq x < 170$	###-###	۸
$170 \leq x < 180$	###	۴
مجموع		۳۰

اصطلاح

زمانی که داده‌ها بی‌نظم باشند در نمودار ستونی ها را به هم چسبیم و نام نمودار نمودار مستطیلی (هیستوگرام) است

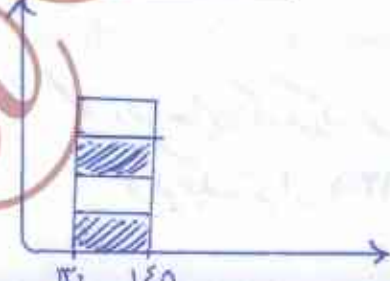
با توجه به فعالیت بالا به سوال‌های زیر پاسخ دهید.
 ۱- با توجه به اندازه‌ها معنای هر دسته را بنویسید.
 ۲- قد اکثر افراد در چه محدوده‌ای است؟

۳- با توجه به نمودار متوجه چه چیزی می‌شوید؟
 ۴- فکر می‌کنید متوسط میانگین قد مردان این روستا در چه دسته‌ای قرار می‌گیرد؟

۵- دانستن این آمار، اطلاعات و نمودار چه کاربردی دارد؟
 تیم بسکتبال - برای دانشمندی که می‌خواهد برای ورزش همراهی در این روستا برود

اگر فراوانی داده‌ها به صورتی باشد که نمودار (بلوکی) متقارن شود، میانگین داده‌ها در دسته وسط قرار می‌گیرد. یکی از ویژگی‌های خلقت و آفرینش این است که اگر پدیده‌های طبیعی مثل قد انسان‌ها، وزن آنها، هوش و استعداد، شدت بزرگی زلزله، طوفان و ... اندازه‌گیری کنند، پس از دسته‌بندی و پیدا کردن فراوانی دسته‌ها نمودار آن را رسم کنند مانند شکل متقارن زیر خواهد شد.

در اصطلاح می‌گویند داده‌ها به صورت طبیعی توزیع شده‌اند. برای مثال در مسئله بالا به همان تعداد مردان قد کوتاه، مردان قد بلند وجود دارد. به طور تقریبی به همان تعداد افرادی که قدشان کمتر از میانگین است افرادی وجود دارند که قد آنها بیشتر از میانگین است.



نمودار ستونی: هر یک از ستان‌دهنده‌ی داده‌ها است

۲۱

۱- میانگین دمای هوا در روزهای مختلف یک منطقه به صورت زیر گزارش شده است:

+۲	+۲	+۴	+۵	+۶	۰	-۱	-۲	۰	-۲	-۷	-۲	-۱	۰
-۱	-۳	-۶	-۷	-۸	+۸	+۷	+۸	+۷	+۶	+۳	+۱	+۲	+۴
+۲	+۲	-۴	-۲	-۱	۰	-۵	-۳	۰	۰	+۱	+۱	+۲	+۷

جدول فراوانی داده‌ها را بر اساس سؤالات زیر مشخص و نمودار ستونی را رسم کنید.

● دامنه تغییرات چقدر است؟ $۸ - (-۸) = ۱۶$ دامنه تغییرات

● داده‌ها را به چهار دسته تقسیم می‌کنیم، طول هر دسته چقدر است؟ $۱۶ \div ۴ = ۴$ طول هر دسته

۲- نمرات درس ریاضی دانش‌آموزان یک کلاس به صورت زیر است. با توجه به دامنه تغییرات آنها را به ۵ دسته مساوی

دسته‌بندی کنید و پس از رسم جدول نمودار ستونی فراوانی هر دسته را رسم کنید. با توجه به نمودار وضعیت این کلاس را توصیف کنید.

۱۶	۱۸	۱۵	۹/۵	۱۲/۵	۱۳	۱۲	۱۳/۵	۱۴	۱۱	۱۳	۹	۸
۱۵	۱۴	۱۹	۱۸/۵	۱۷	۱۵/۵	۱۶/۵	۱۱	۸/۵	۷	۵	۱۳	۱۵
۱۴	۱۰/۵	۱۱/۵	۱۵	۱۸	۱۷	۱۲	۶	۱۲/۵	۲۰	Min		

۳- در یک کارگاه تولید لامپ، ۳۰ لامپ به صورت تصادفی انتخاب و طول عمر آنها بر حسب ساعت اندازه‌گیری شده

است. داده‌ها را به ۵ دسته با فاصله ۵ ساعت تقسیم کنید و جدول فراوانی و نمودار ستونی آن را رسم کنید.

۱۵۶	۱۵۹	۱۶۵	۱۶۳	۱۶۱	۱۵۷	۱۵۲	۱۵۷	۱۶۸	۱۷۲	۱۶۳	۱۵۸	۱۵۷	۱۶۱	۱۷۱
۱۶۳	۱۶۸	۱۶۷	۱۵۹	۱۵۷	۱۵۳	۱۵۸	۱۵۷	۱۶۹	۱۷۰	۱۵۳	۱۶۹	۱۵۸	۱۶۵	۱۵۶

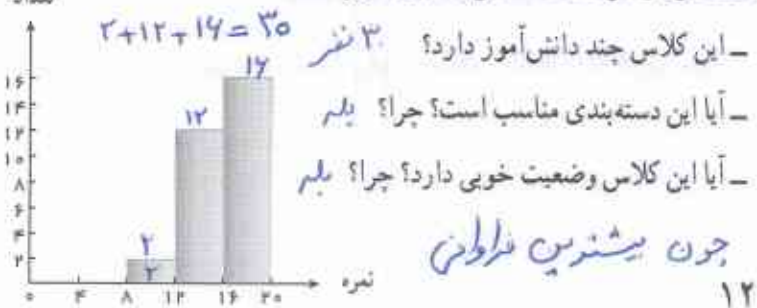
۴- از دانش‌آموزان یک کلاس مدت زمانی که طول می‌کشد تا از خانه به مدرسه بروند، سؤال شده و پس از دسته‌بندی تعداد دانش‌آموز

داده‌ها نمودار ستونی مقابل رسم شده است. چند دانش‌آموز بیشتر از ۱۰ دقیقه طول می‌کشد تا از خانه به مدرسه بروند؟ این



کلاس چند دانش‌آموز دارد؟ ۴ نفر

۵- نمودار نمرات یک کلاس به صورت زیر است.



این کلاس چند دانش‌آموز دارد؟ ۳۰ نفر $۲ + ۱۲ + ۱۶ = ۳۰$

آیا این دسته‌بندی مناسب است؟ چرا؟ بله
آیا این کلاس وضعیت خوبی دارد؟ چرا؟ بله

چون بیشترین فراوانی ۱۲۲

در دسته ۱۶-۲۰ قرار دارد

$\frac{۲۰ - ۵}{۵} = ۴$ طول هر دسته



میانگین داده‌ها

پس از اینکه داده‌های آماری در جدول سازماندهی شد و نمودارهای مختلف به درک بهتر آن اطلاعات کمک کردند، می‌توان از رابطه‌های مختلف مثل محاسبه میانگین داده‌ها نیز برای کامل‌تر شدن نتایج حاصل از داده‌ها برای تحلیل و تفسیر بهتر آنها استفاده کرد. در دوره ابتدایی با میانگین گرفتن آشنا شدید. میانگین تعدادی داده عددی از مجموع آنها تقسیم بر تعداد به دست می‌آید.

۱- نمرات ریاضی یک دانش آموز ۱۷، ۱۸، ۱۵، ۱۷، ۱۹ است. میانگین نمرات او را حساب کنید.

$$\text{میانگین} = \frac{\text{مجموع داده‌ها}}{\text{تعداد داده‌ها}} = \bar{X} = \frac{S}{n}$$

۲- میانگین نمرات ۷ درس یک دانش آموز ۱۶/۵ است. اگر نمرات دو درس دیگر او که ۱۷ و ۱۵ شده است، به آنها اضافه شود، میانگین جدید را پیدا کنید.

$$115,5 + 15 + 17 = 147,5 \quad \text{مجموع نمرات ۷ درس} = 115,5$$

$$147,5 \div 9 = 16,38$$

آیا می‌توان میانگین دو نمره ۱۵ و ۱۷ را پیدا کرده (۱۶ می‌شود) و سپس میانگین ۱۶ و ۱۶/۵ را حساب کرد؟ چرا؟

خیر زیرا با تغییر میانگین مقایسه دارد

$$\frac{15+17}{2} = 16$$

$$\frac{14+16,5}{2} = 15,25$$

$$16,25 \neq 16,38$$

۳- نمرات یک دانش آموز به صورت زیر است:

۱۷/۵ ۱۶/۵ ۱۴ ۱۹ ۱۸/۵ ۱۷ ۱۵ ۱۶ ۱۵/۵

میانگین نمرات او را پیدا کنید. چند نمره بالاتر از میانگین و چند نمره پایین‌تر از میانگین قرار می‌گیرند؟ آیا این دو تعداد ۴ نمره بالاتر

مساوی است؟ بله $\frac{149}{9} \approx 16,5$ $\frac{15,5+12+15+...+17,5}{9}$ میانگین و ۴ نمره پایین‌تر

اختلاف نمرات بالای میانگین را با آن حساب کنید. حاصل جمع آنها را پیدا کنید. به همین ترتیب مجموع اختلاف نمرات

۱۴، ۱۵، ۱۵، ۱۴، ۱۷، ۱۷، ۱۸، ۱۹

پایین‌تر از میانگین را هم پیدا کنید. نتایج بالا را با هم مقایسه کنید.

۴ نمره

۴ نمره

$$15 + 1 + 2 + 2,5 = 7$$

$$15 + 1 + 1,5 + 2,5 = 5,5$$

اگر مقدار داده‌ها زیاد باشند و داده‌ها دسته‌بندی شده باشند، می‌توان میانگین داده‌ها را با تقریب بسیار

خوب به دست آورد.

$$\frac{4499}{40} = 112,475 \text{ میانگین}$$

۱- با کمک ماشین حساب میانگین قد ۴ نفر را که در درس قبل مطرح شده بود، پیدا کنید.
 ۲- برای به دست آوردن میانگین هر دسته، مانند دسته $130 \leq x < 145$ ، ابتدا مجموع عددهای ۱۳۰ و ۱۴۵ را به دست آورده، سپس حاصل را بر ۲ تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{130 + 145}{2} = 137,5$$

۳- اکنون تمام داده‌ها را در این قسمت بنویسید. هر داده را با میانگین دسته‌ای که داده در آن قرار دارد، جایگزین کنید.
 برای مثال چون عدد ۱۹۲ در دسته ۲۰۵-۱۹۰ قرار دارد به جای آن عدد $197,5$ را که میانگین این دسته است، قرار دهید.

- ۱۴۷,۵, ۱۴۷,۵, ۱۴۷,۵, ۱۸۲,۵, ۱۵۲,۵, ۱۴۷,۵, ۱۸۲,۵, ۱۹۷,۵, ۱۵۲,۵, ۱۸۲,۵, ۱۴۷,۵, ۱۴۷,۵,
 ۱۸۲,۵, ۱۵۲,۵, ۱۸۲,۵, ۱۵۲,۵, ۱۴۷,۵, ۱۴۷,۵, ۱۴۷,۵, ۱۳۷,۵, ۱۴۷,۵,
 ۱۳۷,۵, ۱۴۷,۵, ۱۳۷,۵, ۱۴۷,۵, ۱۹۷,۵, ۱۴۷,۵, ۱۴۷,۵, ۱۳۷,۵, ۱۴۷,۵, ۱۸۲,۵, ۱۵۲,۵,
 ۱۸۲,۵, ۱۸۲,۵, ۱۴۷,۵, ۱۴۷,۵, ۱۹۷,۵, ۱۴۷,۵, ۱۴۷,۵, ۱۹۷,۵, ۱۳۷,۵

۴- چرا در عددهای بالا ۲ تا $197,5$ وجود دارد؟ چون تعداد داده‌های این دسته ۴ تا بود

$$\frac{4710}{40} \approx 117,75$$

۵- با توجه به عددهای بالا میانگین ۴ عدد جدید را پیدا کنید.

چگونه برای این کار از ضرب استفاده می‌کنید و این ضرب‌ها چه رابطه‌ای با فراوانی جدول دارد؟

۶- میانگین به دست آمده را با میانگین واقعی که با ماشین حساب پیدا کردید، مقایسه کنید. مقدار خطای این روش

$$117,75 - 112,475 = 5,275$$

چقدر است؟

با توجه به فعالیت بالا با کامل کردن جدول زیر میانگین داده‌ها را دوباره محاسبه کنید.

میانگین دسته × فراوانی	میانگین دسته	فراوانی	حجم دسته‌ها
۲۸۷,۵	۱۳۷,۵	۴	$130 \leq x < 145$
۷۴۲,۵	۱۵۲,۵	۵	$145 \leq x < 160$
۳۰۱۵	۱۴۷,۵	۱۸	$160 \leq x < 175$
۱۴۶۰	۱۸۲,۵	۸	$175 \leq x < 190$
۷۹۰	۱۹۷,۵	۴	$190 \leq x \leq 205$
۴۷۱۵		مجموع	

$$\text{میانگین} = \frac{4710}{40} = 117,75$$

- ۱- میانگین دمای هوا، میانگین نمرات ریاضی کلاس، میانگین ساعات عمر لامپ مربوط به تمرین های قبل را پیدا کنید. از جدول فراوانی استفاده کنید.
- ۲- جدول زیر را کامل و میانگین را حساب کنید.

دسته ها	خط نشان	فراوانی	متوسط دسته	متوسط × فراوانی
$0 \leq x < 4$		۶	۲	۱۲
$4 \leq x < 8$		۴	۶	۲۴
$8 \leq x < 12$	###	۸	۱۰	۸۰
$12 \leq x < 16$	###	۱۷	۱۴	۲۳۸
$16 \leq x \leq 20$	###	۹	۱۸	۱۶۲
جمع		۴۴		۵۱۶

۳- میانگین نمرات زیر را به دست آورید. چه رابطه ای بین این عددها وجود دارد؟ فاصله هر عدد تا میانگین چقدر است؟

۱۱ ۱۲ ۱۲ ۱۳ ۱۳ ۱۳ ۱۴ ۱۴ ۱۵

$$\bar{x} = \frac{117}{9} = 13$$

$$\frac{11+15}{2} = \frac{26}{2} = 13$$

با توجه به رابطه ای که پیدا کرده اید، میانگین عددهای زیر را به دست آورید.

۱۷ ۱۴ ۱۱ ۱۵ ۱۳ ۱۸ ۱۷ ۱۳ ۱۶

$$\bar{x} = \frac{130}{9} = 15$$

$$\frac{12+18}{2} = 15$$

۴- میانگین نمرات ریاضی دانش آموزان یک کلاس که ۳۰ دانش آموز دارد، $17/25$ شده است. یکی از دانش آموزان نمره اش



خیلی کم است و در این امتحان نمره $3/5$ گرفته است؛ در حالی که بقیه دانش آموزان نمره بالای

۱۵ گرفته اند. اگر این دانش آموز را از کلاس کنار بگذاریم، معدل کلاس چند می شود؟ از این

$$\frac{17/25 \times 30 - 3/5}{29} = \frac{517/5 - 3/5}{29} = \frac{514}{29} = 177/29$$

سؤال چه نتیجه ای می گیرید؟

حالا فرض کنید همه دانش آموزان کلاس نمره کمتر از ۱۴ گرفته اند و معدل کلاس ۳۰

نفره $1/25$ شده است. به جز یک دانش آموز که نمره ۲۰ گرفته است. اگر این دانش آموز را

$$\frac{30 \times 10/25 - 20}{29} = \frac{307/5 - 20}{29} = \frac{287/5}{29} \approx 9/9$$

کنار بگذاریم معدل کلاس چند می شود؟

نتیجه می گیریم نمرات بالا و پایین تاثیر زیادی روی میانگین دارند



۱- در یک کیسه ۵ مهره قرمز، ۳ مهره سفید و ۸ مهره آبی وجود دارد. اگر بدون نگاه کردن به داخل کیسه یک مهره را در بیاریم، چه رنگی خواهد داشت؟ چرا؟
 یلی از سه رنگ قرمز، سفید یا آبی
 زیرا از هر سه رنگ در کیسه داریم و ما نگاه نمی‌کنیم

اولین مهره‌ای که از کیسه در آوردیم، به رنگ آبی بود. آن را داخل کیسه می‌گذاریم و دوباره یک مهره را بیرون می‌آوریم. این بار احتمال اینکه دوباره آبی بیاید بیشتر است یا اینکه قرمز بیاید؟ چرا؟ آبی، چون تعداد مهره‌های آبی بیشتر است

۲- یک سکه را یک بار می‌اندازیم، چند حالت ممکن است اتفاق بیفتد؟ دو حالت، پشت یا رو
 «اگر بار اول سکه رو آمد، بار دوم حتماً پشت می‌آید.» آیا این جمله درست است؟ چرا؟ خیر
 زیرا در بار دوم هم شانس رو یا پشت آمدن یلی است

«امروز هوا ابری است، احتمال دارد باران بیاید.» شانس آوردم همه سوال‌های امتحان را قبل از آزمون خوانده بودم.»
 از این جملات روزانه زیاد استفاده می‌کنیم. کلماتی مثل احتمال، شانس، بخت و اقبال به صورت‌های مختلف در زندگی روزمره ما به کار می‌روند. شما هم چند مثال بیاورید. بیرون آوردن مهره از داخل کیسه، رو یا پشت آمدن سکه یک پیشامد تصادفی یا اتفاقی است چون ما در نتیجه آنها نقشی نداریم. وقتی یک سکه را می‌اندازید، تعداد پیشامدهای ممکن ۲ است و بالاخره یکی از آن دو اتفاق می‌افتد. شانس را بر تاپ می‌کنیم، احتمال اینکه شانس بیاریم.

آوردن قرعه‌کشی برنده شوم، ما شانس می‌خورم

۱- در هر یک از موارد زیر یک پیشامد توصیف شده است. مشخص کنید چه امکانی برای وقوع (اتفاق افتادن) دارد.

احتمال دارد	قطعاً اتفاق می‌افتد	امکان ندارد
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- یک انسان بدون داشتن قلب و مغز زندگی نمی‌کند. قطعاً است
- هوا سرد است و از ایرهای خاکستری یکدست پوشیده شده است؛ پس برف می‌آید. احتمال دارد
- یک سکه را انداختیم، رو می‌آید. احتمال دارد
- ظرفیت یک ماشین سواری ۵ نفر است. قطعاً است (نظر طراح نشاء)
- من درس‌هایم را خوانده‌ام و برای امتحان کاملاً آماده‌ام؛ پس امتحان ریاضی را ۲۰ می‌شوم.
- فصل بهار است، هوا کمی ابری است ولی احتمال دارد باران بیاید.
- در یک کیسه ۴ مهره آبی و سفید است. احتمال اینکه یک مهره به رنگ قرمز دربیاید.

امکان ندارد

MATH-HOME.IR

فعالیت



۱- در هر یک از مثال های زیر تمام حالت های ممکن را بنویسید.

• انداختن یک سکه : رو - پشت

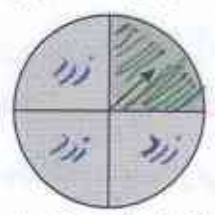
• انداختن یک تاس : ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶

• حالت هایی که برای روشنایی یک لامپ برق اتفاق می افتد : روشن - خاموش

• در داخل یک کیسه مهره های سبز، زرد و آبی به تعداد مساوی وجود دارد. حالت های ممکن برای یک مهره که از

کیسه بیرون می آید : سه حالت (سبز، زرد، آبی)

• رنگی که عقربه پس از جرخیدن و ایستادن روی آن می ایستد. سبز - زرد



۲- وقتی دو تاس را بیندازیم، برای مثال ممکن است ۳ و ۵ بیاید. این حالت را به صورت (۳، ۵) و اگر ۵ و ۳ بیاید را با

(۵، ۳) نشان می دهیم. تمام پیشامدهای ممکن پس از انداختن دو تاس را بنویسید.

از چه راهبردی برای حل این مسئله استفاده می کنید؟ آفوسازی (۱، ۱)، (۱، ۲)، (۱، ۳)، (۱، ۴)، (۱، ۵)، (۱، ۶)، (۲، ۱)، (۲، ۲)، (۲، ۳)، (۲، ۴)، (۲، ۵)، (۲، ۶)

چرا از این راهبرد استفاده کردید؟ تکراری ننویسیم و جانبداریم

حالت $4 \times 4 = 16$

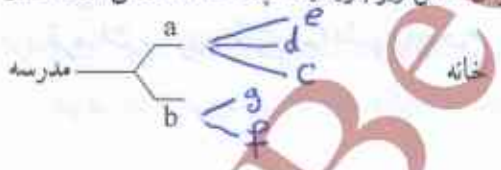
۳- وقتی حمید می خواهد از مدرسه به خانه برگردد، چندین راه مختلف برای او وجود دارد. برای سادگی کار نام

کوچه ها و خیابان ها را با حروف بیان می کنیم. حمید از مدرسه که خارج شود، می تواند از خیابان a یا b حرکت کند. اگر از

خیابان a برود، از ۳ کوچه c و d و e می تواند به خانه برسد. و اگر از راه b برود، باید از یکی از کوچه های f و g برود تا به خانه

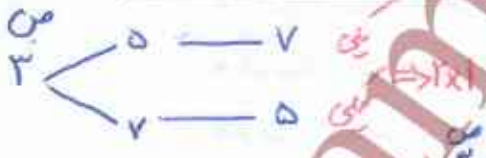
برسد. تمام حالت های ممکن برای رفتن از مدرسه به خانه را با کامل کردن شکل زیر بنویسید. چند حالت ممکن است اتفاق

بیفتد؟ ۵ حالت



تمام حالات ممکن را برای هر یک از موارد زیر پیدا کنید.

• اعداد سه رقمی که در آنها رقم های ۷ و ۵ و ۳ به کار رفته است (بدون رقم تکراری).



$3 \times 2 \times 1 = 6$

• حالت های مختلف برای اینکه از داخل کیسه ای که حاوی ۳ مهره به رنگ های آبی و قرمز و سبز، مهره ای خارج کنیم.

(یک یا دو یا سه مهره می توانیم خارج کنیم.)

حالت ۱ مهره → ۳ حالت (آبی، قرمز یا سبز)

حالت ۲ مهره → ۳ حالت

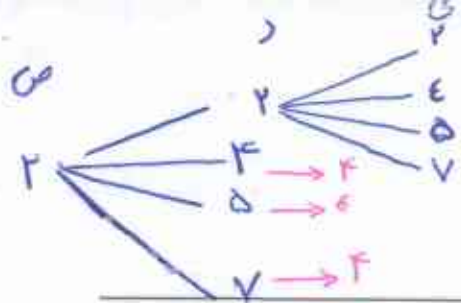
حالت ۳ مهره → ۱ حالت (آبی، قرمز، آبی)



• حالت های ممکن از پرتاب یک سکه و یک تاس.

تاس	سکه	تاس	سکه
۱	س	۱	س
۱	ع	۱	ع
۲	س	۲	س
۲	ع	۲	ع
۳	س	۳	س
۳	ع	۳	ع
۴	س	۴	س
۴	ع	۴	ع
۵	س	۵	س
۵	ع	۵	ع

کار و تمرین



۵۴

$$\Rightarrow \frac{4 \times 4 = 16}{\text{کل}}$$

$$\begin{aligned} 2 &\rightarrow 4 \times 4 = 16 \\ 4 &\rightarrow 4 \times 4 = 16 \\ 5 &\rightarrow 4 \times 4 = 16 \\ 7 &\rightarrow 4 \times 4 = 16 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 4 \times 4 \times 4 = 64$$

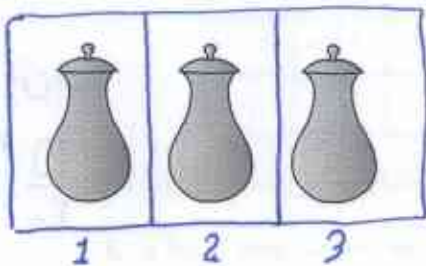
۱- تعداد عددهای ۳ رقمی را که با رقم‌های ۲، ۴، ۵، ۷ می‌توان ساخت، پیدا کنید. اگر هر عدد رقم تکراری نداشته

باشد، چه کسری از این عددها زوج هستند؟

۲- تعداد کلمات دو حرفی را که با سه حرف a، b، c می‌توان ساخت، پیدا کنید. *تکلیف از*

۳- یک ماشین ۴ چرخ و یک چرخ اضافه (زایاس) دارد. به چند حالت ممکن است که این چرخ‌ها پنجر باشند؟ *حالت ۵*

۴- در سه ظرف زیر شکر، نمک و جای قرار دارد. به چه حالت می‌توان این سه ظرف را در این سه مکان قرار داد؟ *اصلاح شود*



۱	۲	۳
ش	ن	ج
ش	ج	ن
ن	ش	ج
ن	ج	ش

۱	۲	۳
ش	ش	ش
ج	ن	ش
ش	ش	ش

۶ حالت می‌توان
جای داد

۵- به چند حالت می‌توان کره، مریا، پنیر و گردو را در ۴ قسمت ظرف مقابل قرار داد؟



$$4! = 24 = 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

$$\frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{4} = 6$$

۶ حالت ۴ بار
تکرار می‌شود

۶- اگر یک سکه را بیندازیم، یا پشت بارو می‌آید. در چهار پرتاب متوالی یک سکه، هر ۴ بار رو آمده است. فکر

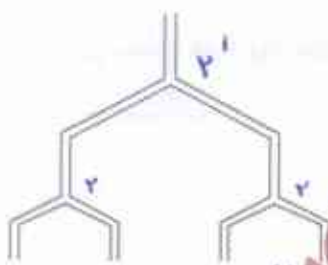
می‌کنید اگر بار پنجم سکه را بیندازیم چه می‌آید؟ چرا؟ *بار رو یا پشت*

الف) این بار حتماً پشت می‌آید. *نادرست* ب) این بار هم رو می‌آید. *نامرغ* ج) احتمال رو یا پشت آمدن مساوی

است. *درست* زیرا برای بار پنجم نیز برای هر دو حالت شانس مساوی داریم

۷- لوله‌های انشعاب آب به هر قسمت که برسند، دو شاخه می‌شوند پس از طی کردن ۵ قسمت چند خروجی خواهیم

داشت؟ با عدد توان دار نشان دهید.



$$2^5 = 32 \text{ خروجی}$$

$$\begin{aligned} 1 \times 2 &= 2 & 4 \times 3 &= 12 \\ 2 \times 2 &= 4 & 6 \times 2 &= 12 \\ 3 \times 4 &= 12 & 12 \times 1 &= 12 \end{aligned}$$

۸- مهره داریم. به چند صورت می‌توان این ۱۲ مهره را به دسته‌های مساوی تقسیم کرد؟ *حالت ۴*

به چند حالت می‌توان به دو دسته تقسیم کرد؟ *حالت ۶* $(1,11), (2,10), (3,9), (4,8), (5,7), (6,6)$

۸ مهره را به چند صورت می‌توان به سه دسته تقسیم کرد؟

(همراه با نظم و ترتیب فکر کنید و با راهبرد الگوسازی تمام حالت‌های ممکن را به دست آورید. هیچ دسته‌ای نمی‌تواند

مهره داشته باشد.)

۱۲۸



\Rightarrow حالت ۵



۱- در داخل یک کیسه ۲ مهره آبی و ۲ مهره قرمز قرار دهید (می توانید از نخود و لوبیا استفاده کنید). بدون نگاه کردن به داخل کیسه یک مهره خارج و رنگ آن را در جدول زیر یادداشت کنید. مهره را سر جایش بگذارید و این آزمایش را ۲۰ بار تکرار کنید.

آزمایش	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	
رنگ																					

آزمایش شود
 $\frac{3}{5}$

قرمز
 $\frac{3}{5}$
 آبی

چه کسری از آزمایش‌ها به رنگ آبی درآمد؟ چه کسری از مهره‌ها به رنگ آبی است؟ هر دو کسر را به صورت عدد اعشاری بنویسید و با هم مقایسه کنید.

هر ۵ دانش آموز نتایج آزمایش‌های خود را با هم جمع کنند. از مجموع ۱۰۰ بار چند بار آبی و چند بار قرمز است؟

اکنون بنویسید چه کسری از آزمایش‌ها به رنگ آبی درآمد است؟ چه کسری از مهره‌ها به رنگ آبی است؟

آبی
 $\frac{3}{5}$
 کل

$\frac{3}{100}$

حالا دو کسر را مقایسه کنید. آیا به هم نزدیک شده‌اند؟ بله

اگر آزمایش ۱۰۰ دانش آموز (یعنی ۲۰۰ بار) را بنویسید، آیا این کسرها به هم نزدیک‌تر می‌شوند؟ بله

وقتی بخواهیم از داخل کیسه بالا یک مهره خارج کنیم، از چند مهره می‌توانیم یکی را انتخاب کنیم؟ ۵ مهره

چند تا از آن مهره‌ها آبی است؟ ۳ چه کسری از مهره‌ها آبی است؟ $\frac{3}{5}$

هر چه قدر تعداد آزمایش‌ها بیشتر شود، جواب به $\frac{3}{5}$ نزدیک‌تر می‌شود



۲- یک صفحه چرخنده به شکل مقابل است. هر بار صفحه یا عقربه را می‌چرخانیم و پس

از ایستادن عقربه روی یکی از رنگ‌ها قرار می‌گیرد. این آزمایش را ۲۰ بار انجام دهید و نتیجه را یادداشت کنید.

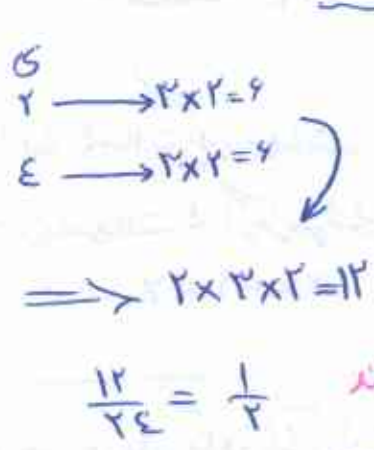
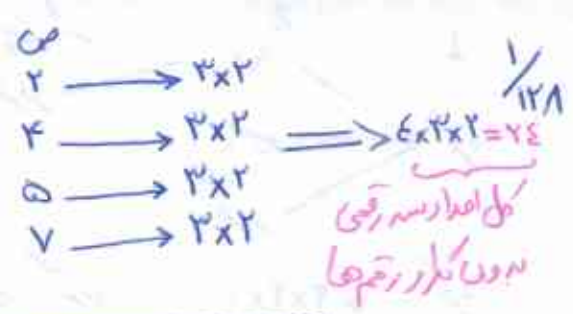
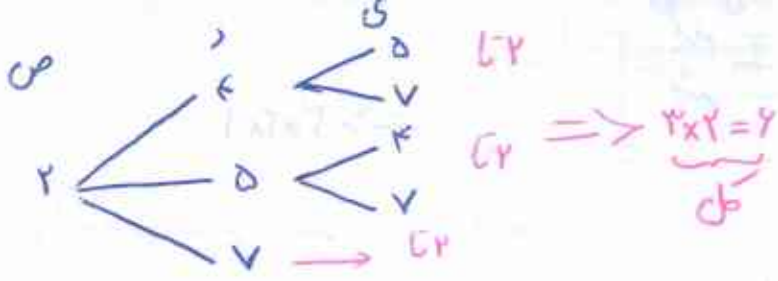
آزمایش	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	
رنگ																					

۵ نفر نتایج خود را با هم جمع کنند. تعداد نتیجه آزمایش به رنگ سبز: — قرمز: — آبی: —

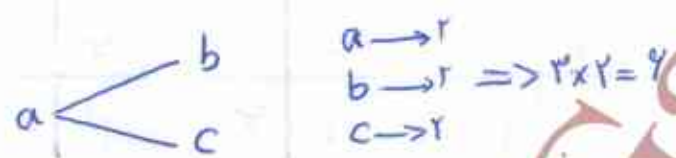
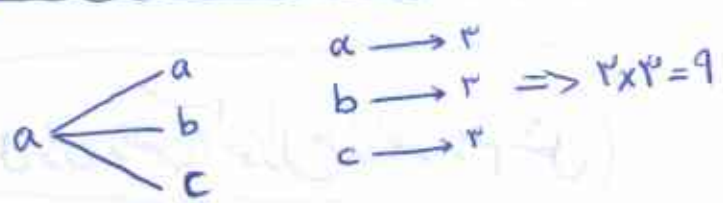
تعداد سبز
 $\frac{1}{6}$
 ۱۲۹ ۱۵۵

چه کسری از شکل به رنگ سبز است؟ $\frac{1}{6}$ چه کسری از آزمایش‌ها به رنگ سبز درآمد؟

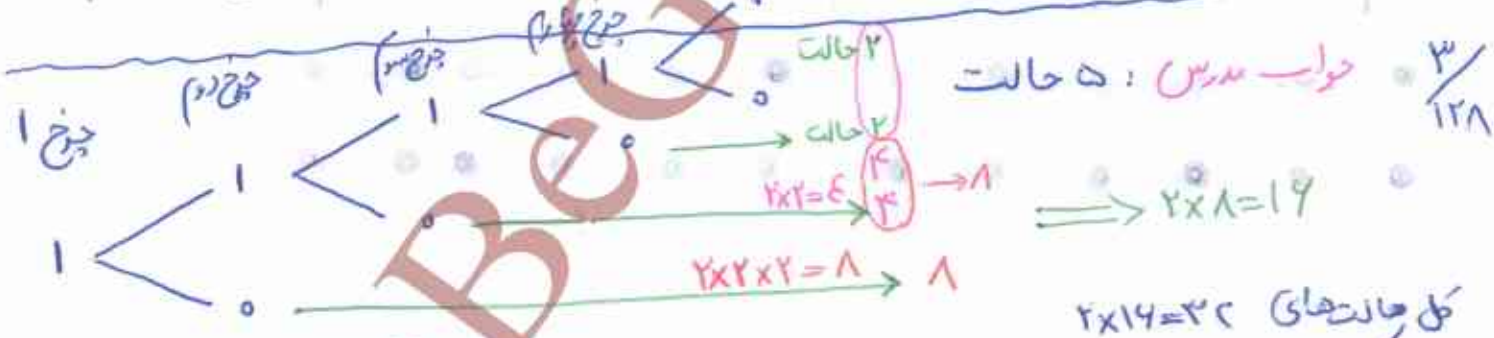
آیا این دو کسر به هم نزدیک شده‌اند؟ بله



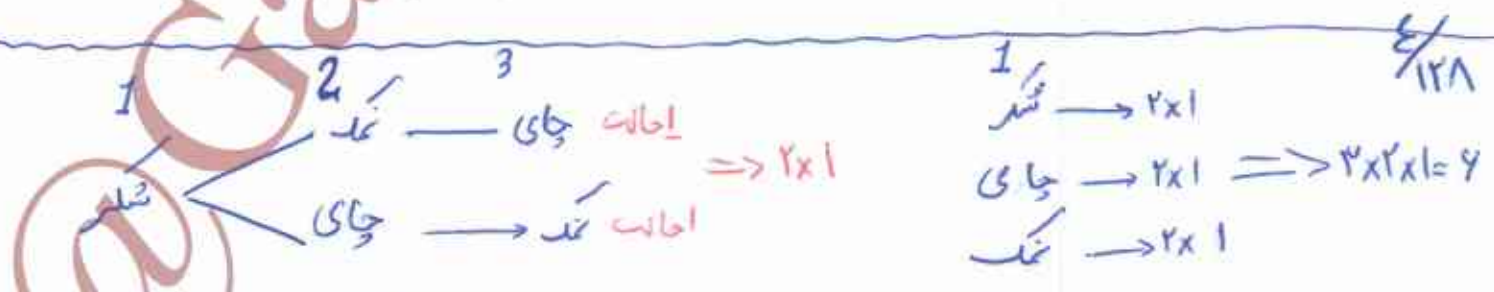
$\frac{12}{24} = \frac{1}{2}$

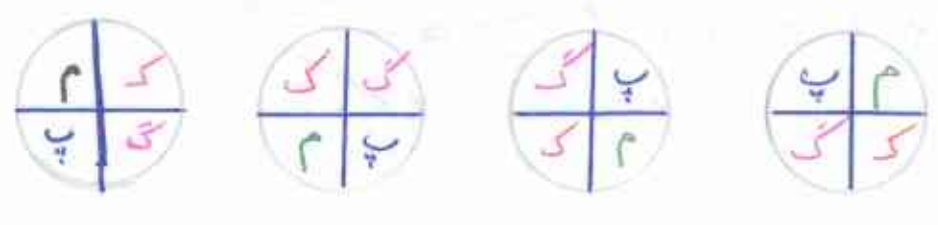
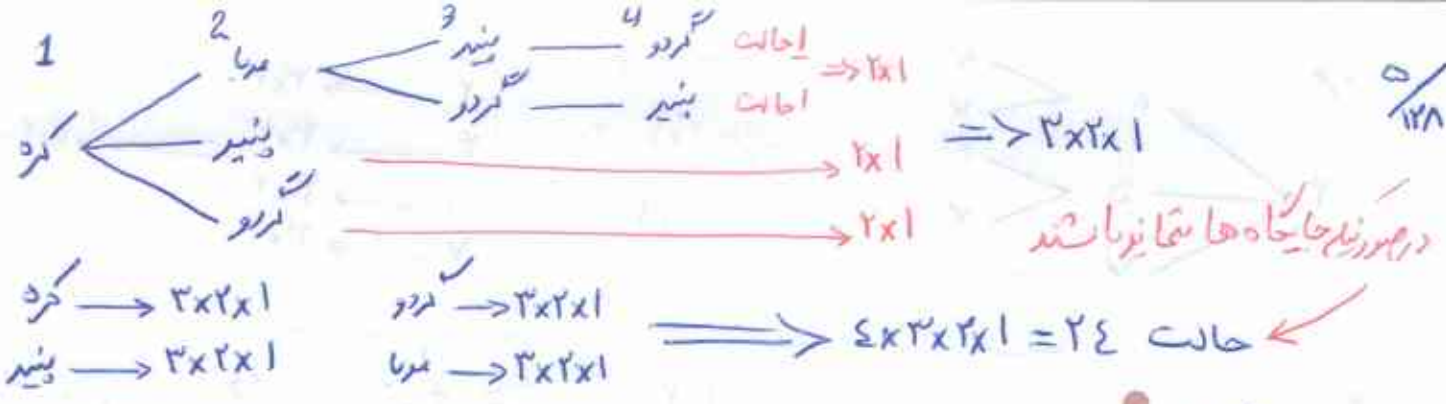


در صورتی که این حروف روی کارت باشند تکرار نداریم



$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5$

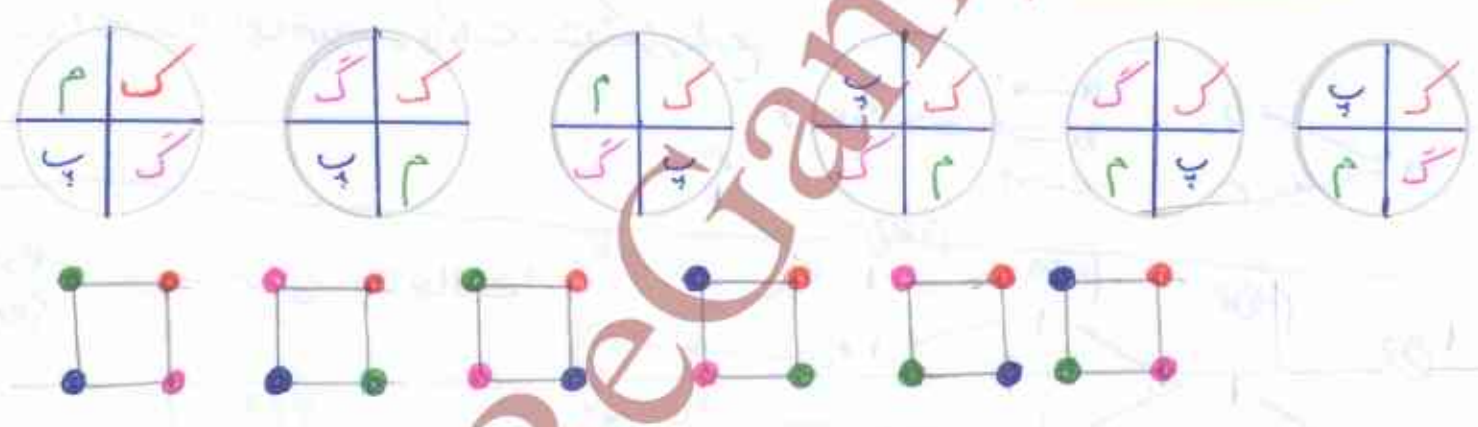




این 6 حالت بیج می باشند
 سه هر حالت 4 بار تکرار می شود
 $24 \div 4 = 6$

حالت $4 \times 4 \times 4 \times 4 = 256$
 در هر زیند ما در جایگذاری آزاد داریم و توانیم تکراری نیز استفاده کنیم

راه حل برای دانش آموزان (راهنما در رسم شکل)



در ریاضی احتمال اتفاق افتادن یک پیشامد برابر است با نسبت تعداد اتفاق افتادن آن پیشامد به تمام حالت های ممکن برای اتفاق افتادن آن پیشامد. احتمال اتفاق افتادن پیشامد a را با P_a ، تعداد حالت های ممکن بر اتفاق افتادن پیشامد a را با $n(a)$ ، تعداد پیشامدهای ممکن را با $n(s)$ نمایش می دهیم. پس:

$$P_a = \frac{n(a)}{n(s)}$$

- وقتی یک سکه را می اندازیم، احتمال رو آمدن آن $\frac{1}{2}$ و احتمال پشت آمدن آن $\frac{1}{2}$ است. وقتی یک تاس را می اندازیم احتمال این که عدد ۱ بیاید $\frac{1}{6}$ ، عدد ۲ بیاید $\frac{1}{6}$ و عدد ۶ بیاید $\frac{1}{6}$ است.
- وقتی یک تاس را می اندازیم احتمال این که عدد زوج بیاید، چند است؟
 $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
 $n(\text{زوج آمدن}) = 3$
 $n(\text{تمام حالت ها}) = 6$
 چون ۲، ۴ یا ۶ اعداد زوج هستند.
 چون تاس می تواند ۱ یا ۲ یا ۳ یا ۴ یا ۵ یا ۶ بیاید.
 پس: $P = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
 زوج آمدن

۳- چرا احتمال وقوع یک پیشامد عددی بین ۰ و ۱ است؟ زیرا اگر اتفاق نیفتد برابر صفر است و اگر صد درصد اتفاق بیفتد احتمال آن برابر ۱ است پس احتمال وقوع یک پیشامد عدلی بین صفر و یک است

در هر یک از موارد زیر احتمال وقوع هر پیشامد را بنویسید و احتمال ها را با هم جمع کنید.

انداختن سکه: احتمال رو آمدن = $\frac{1}{2}$ → $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$
 احتمال پشت آمدن = $\frac{1}{2}$

انداختن تاس: $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = 1$

استادن عقربه روی یک رنگ

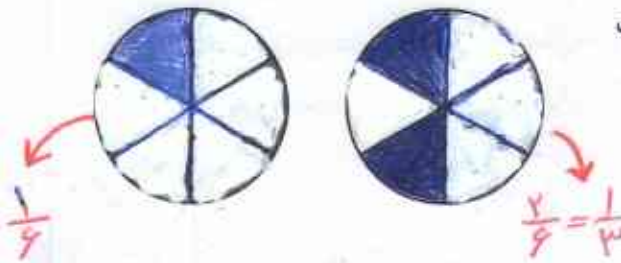


احتمال رنگ سبز = $\frac{1}{4}$
 احتمال رنگ قرمز = $\frac{1}{4}$
 احتمال رنگ آبی = $\frac{2}{4}$
 → $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{2}{4} = 1$

چه نتیجه ای از این فعالیت می گیرید؟

مجموع احتمال های وقوع تمام پیشامدها برابر ۱ می شود

۱- دو هدف تیراندازی به شکل مقابل است. احتمال اینکه تیر در قسمت

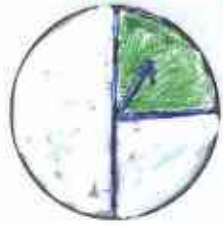


آبی بخورد، در کدام هدف بیشتر است؟ چرا؟
 در هدف سمت راست احتمال تیر در قسمت آبی بخورد بیشتر است زیرا $\frac{1}{3} > \frac{1}{6}$

۲- در هر کدام از کیسه‌های مقابل فقط یک مهره سیاه هست و بقیه سفیدند. اگر یک مهره از هر کیسه برداشته شود، احتمال اینکه سیاه باشد در



کدام یک بیشتر است؟ چرا؟ در کیسه‌ی اول که ۱۰ مهره دارد احتمال بیشتر است چون $\frac{1}{10} > \frac{1}{100} > \frac{1}{1000}$



۳- یک صفحه جرخنده به صورت مقابل است. اگر آن را ۱۰۰۰ بار بچرخانیم، به احتمال زیاد چند بار روی رنگ سبز قرار می‌گیرد؟ چرا؟
 سبز رنگ است برای ۲۵۰ بار زیرا $\frac{1}{4}$ شکل

اصلاح شود

۴- نه مهره را که روی آنها عددهای ۱ تا ۹ نوشته شده است، در کیسه ریخته‌ایم. مریم یک مهره را از کیسه بیرون می‌آورد. احتمال این که مهره خارج شده زوج باشد چقدر است؟

۲, ۴, ۶, ۸
 ۳, ۶, ۹

احتمال این که مهره خارج شده مضرب ۳ باشد، چقدر است؟ $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

۵- در یک کیسه تعدادی مهره است. $\frac{1}{6}$ آنها سبز، $\frac{1}{12}$ آنها زرد، $\frac{1}{4}$ آنها سفید و $\frac{1}{3}$ آنها آبی هستند. اگر فردی بدون

$\frac{1}{4} > \frac{1}{6} > \frac{1}{12} > \frac{1}{3}$

نگاه کردن به داخل کیسه مهره‌ای را بیرون بیاورد، احتمال بیرون آمدن کدام رنگ بیشتر است؟ چرا؟ سفید
 چون تعداد سفید بیشتر است

۶- دانشگاهی ۱۲۰۰ دانشجو دارد (دختر و پسر). یک نمونه ۱۰۰ نفری از دانشجویان این دانشگاه به طور تصادفی

انتخاب می‌شوند. در این نمونه ۴۵ دانشجوی پسر وجود دارد. به احتمال زیاد تعداد دانشجویان پسر این دانشگاه چند نفر است؟

$$\frac{45}{100} = \frac{x}{1200} \Rightarrow x = 540$$

۷- از یک بسته که ۳۰۰ لامپ در آن است، ۱۰۰ لامپ به طور تصادفی برای آزمایش خارج می‌کنیم. اگر ۵ لامپ از

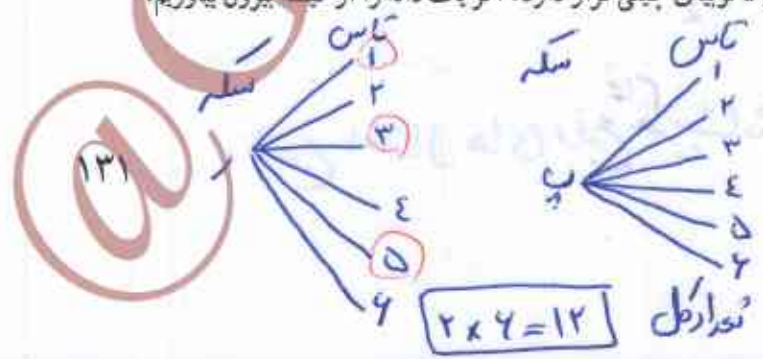
این تعداد سوخته باشد، احتمالاً چند لامپ سوخته در کل بسته وجود دارد؟

$$\frac{100}{300} = \frac{5}{x} \Rightarrow x = 15$$

۸- یک سکه و یک تاس را با هم انداخته‌ایم. احتمال اینکه سکه رو و تاس عدد فرد را نشان دهد، چقدر است؟

۹- در یک کیسه ۱۰ لوبیای قرمز، ۵ لوبیای سفید و ۵ لوبیای چیتی قرار دارد. اگر یک دانه را از کیسه بیرون بیاوریم،

احتمال این که لوبیا چیتی باشد، چقدر است؟



$$\frac{5}{12} = \frac{1}{x}$$

$$\frac{5}{12} = \frac{1}{x} \Rightarrow x = \frac{12}{5}$$

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید و برای هر کدام یک

مثال بزنید:

• آمار • داده • دامنه تغییرات • حدود دسته • متوسط دسته • فراوانی

در این فصل روش اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

• دانستن کاربرد هر یک از نمودارها • پیدا کردن فراوانی تعدادی داده‌ها پس از دسته‌بندی کردن آنها

• رسم نمودار بلوکی • درک مفهوم توزیع نرمال یا طبیعی داده‌ها در یک پدیده طبیعی

• پیدا کردن میانگین چند عدد • پیدا کردن میانگین داده‌ها پس از دسته‌بندی آنها

• درک مفهوم پیشامد • نوشتن تمام پیشامدهای ممکن

• درک مفهوم احتمال اتفاق افتادن یک پیشامد • پیدا کردن تمام حالت‌های ممکن برای وقوع یک پیشامد

• احتمال ریاضی یک پیشامد • پیدا کردن احتمال یک پیشامد با نوشتن رابطه آن

• احتمال یک پیشامد عددی بین ۰ و ۱ است. • مجموع احتمال‌ها برابر ۱ می‌شود.

کاربرد

درس آمار و احتمال در زندگی روزمره کاربرد وسیعی دارد. به کمک کارهای آماری و با درک مفهوم احتمال می‌توانیم وقوع

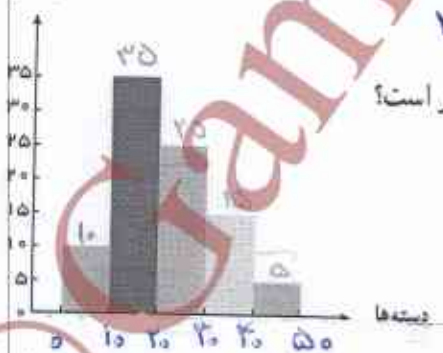
پیشامدها را پیش‌بینی کنیم $\frac{1950}{90} \approx 21\frac{2}{3}$

$$= \frac{10 \times 5 + 25 \times 15 + 25 \times 20 + 15 \times 30 + 5 \times 40}{90} = 21\frac{2}{3}$$

میانگین

تمرین‌های ترکیبی

فراوانی



در صورتی که بتوانید تمرین‌های زیر را انجام دهید، مطمئن شوید که این فصل را به خوبی فرا گرفته‌اید.

$21\frac{2}{3}$

۱- با توجه به نمودار ^{سئو} مقابله میانگین داده‌ها را به دست آورید.

۲- دو تاس را با هم می‌اندازیم. احتمال این که یکی فرد و یکی زوج بیاید، چقدر است؟

کل حالت‌ها $4 \times 4 = 34$

زوج $3 \times 3 = 9$

$\Rightarrow 9 + 9 = 18 \Rightarrow \frac{18}{34} = \frac{1}{2}$

چون دو حالت هست یک بار اولی فرد $3 \times 3 = 9$

۱۳۲

و دومی زوج باشد و حالت بعدی اولی زوج و دومی فرد باشد

اصلاحیه