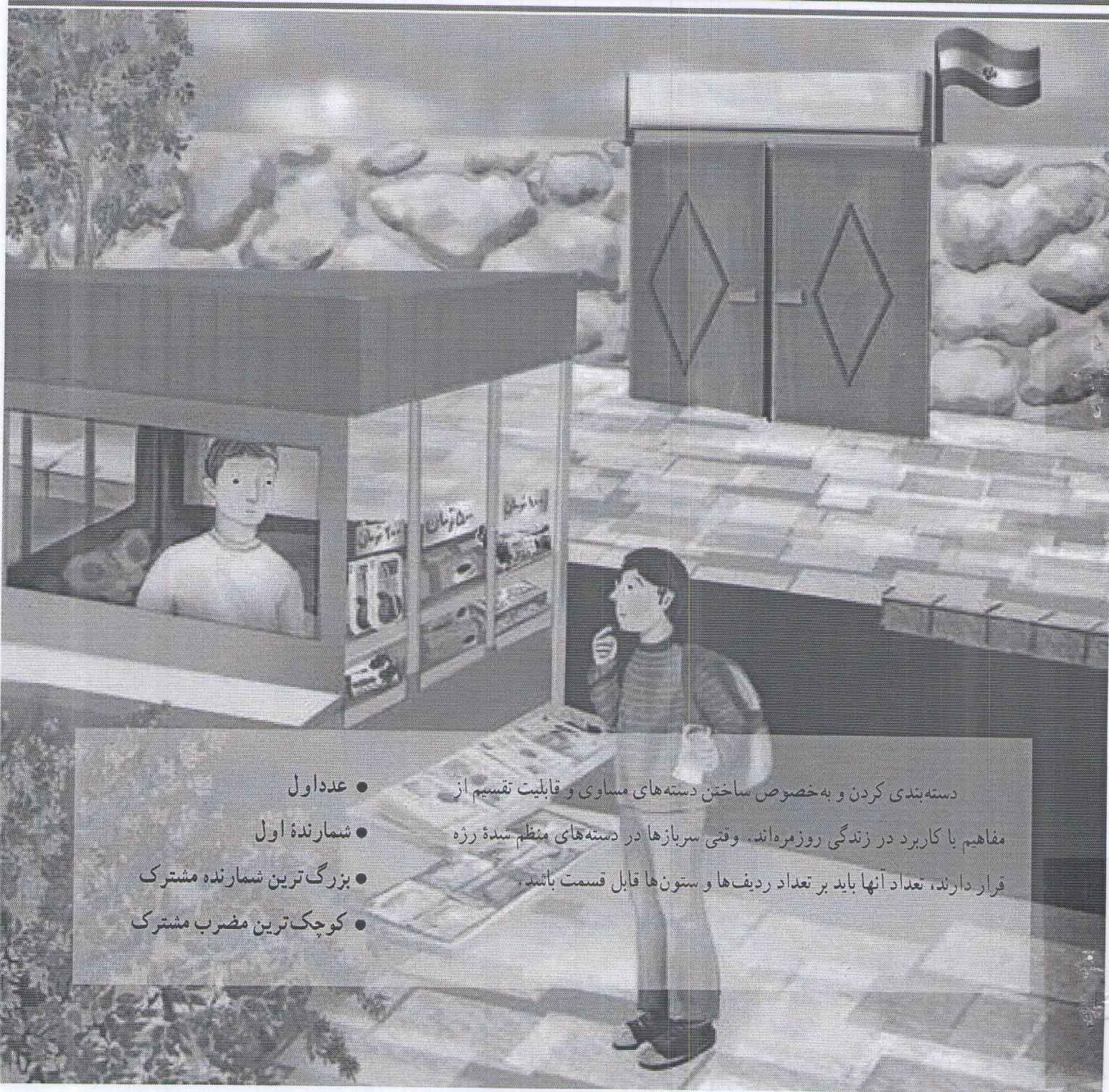
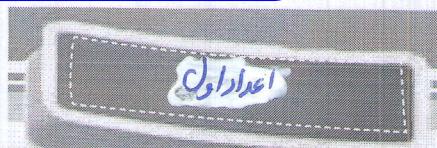


# ٦ فصل شمارندها و اعداد اول



- عدد اول
  - شمارنده اول
  - بزرگ ترین شمارنده مشترک
  - کوچک ترین مضرب مشترک
- دسته‌بندی کردن و به خصوص ساختن دسته‌های مساوی و قابلیت تقسیم از مفاهیم یا کاربرد در زندگی روزمره‌اند. وقتی سربازها در دسته‌های منظم سدة رژه فرار دارند، تعداد آنها باید بر تعداد ردیف‌ها و ستون‌ها قابل قسمت باشد.



شماره کی بر عدد

- ۱- دانشآموزان یک مدرسه در کلاس‌های ورزشی ثبت نام کرده‌اند. جدول تعداد ثبت نام شده‌ها و تعداد نفرات هر تیم در آن رشته در جدول زیر مشخص شده است. در کدام رشته ورزشی تعداد ثبت نام شده‌ها مناسب است؟ چرا؟ **والیال، حون به راضی**  
در کدام رشته تعداد ثبت نام شده‌ها مناسب نیست؟ چرا؟ **ثبت نام در تیم های پسر بزرگ و والیال مسابقات و فوتبال خلیج خراب است**

رشته ورزشی	فوتسال	والیال	بسکتبال	پینگ پنگ	بدمینتون
تعداد ثبت نام شده‌ها	۲۱ ۲۴	۱۲	۱۳ ۱۵	۹ ۸	۷ ۸
تعداد نفرات هر تیم	۱۲	۶	۵	۲	۲

با سخا زاس

- با کمترین جایه جایی نفرات، پیشنهادی ارائه کنید تا تعداد نفرات تمام رشته‌ها مناسب شوند.
- ۲- عدد ۶ را مانند نمونه به صورت ضرب دو عدد طبیعی بنویسید و معنی کنید.

$$6 = 2 \times 3 \quad \text{معنی: دو دسته ۳ تایی}$$

$$6 = 1 \times 6 \quad \text{معنی: ۶ دسته ۱ تایی}$$

- ۳- عدد ۱۰ را مانند نمونه تقسیم کنید و یک تساوی بنویسید و آن را معنی کنید. (تقسیم‌ها باید باقی مانده بیاورند).

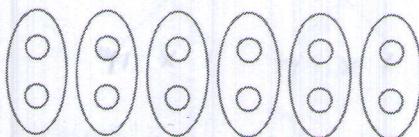
$$10 \div 2 = 5$$

معنی: ۱۰ را می‌توان ۲ تا ۲ تا شمرد

$$10 \div 5 = 2$$

$$10 \div 1 = 10$$

- ۴- دایره را مانند نمونه به دسته‌های مساوی تقسیم کنید. یعنی مشخص کنید ۱۲ را چند تا چند تا می‌شود شمرد. به این ترتیب شمارنده‌های عدد ۱۲ به دست می‌آید.



۱۲ : شمارنده‌های ۱, ۲, ۳, ۴, ۹, ۱۲

فعالیت رسم ورزی

- ۱- با یکی از روش‌های بالا شمارنده‌های هر عدد را مشخص کنید.

۱۴ : شمارنده‌های ۱, ۳, ۵, ۷, ۱۴

۱۵ : شمارنده‌های ۱, ۳, ۵, ۹

۸ : شمارنده‌های ۱, ۲, ۴, ۸

- ۲- عدد ۲، شمارنده ۴ هست. آیا می‌توان نتیجه گرفت که ۲ شمارنده ۱۲ هم هست؟ چرا؟ بله

شمارنده ۴ هست و شمارنده ۱۲ هم هست

- ۳- به طور کلی اگر a شمارنده b باشد، b هم شمارنده c باشد، آیا می‌توان نتیجه گرفت که a شمارنده c هم هست؟ چرا؟

کلامی

کاری

۱- جدول زیر را کامل کنید. شمارندهای عدد را از کوچک به بزرگ بنویسید.

با دیدن این جدول چه نتیجه‌ای می‌توان گرفت؟

عدد نیم شمارنده همه اعداد است.

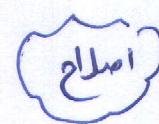
کوچک‌ترین شمارنده هر عدد نیم است.

بزرگ‌ترین شمارنده هر عدد خودا است.

همه شمارندهای یک عدد آن عدد هستند

بعضی از اعداد فقط دو شمارنده دارند

هر عدد بزرگ‌تر از ۱ حداقل دو شمارنده دارد.



عدد	شمارنده‌های عدد				
	۹	۱	۳	۹	
۱۵	۱	۳	۵	۱۵	
۴	۱	۲	۴		
۱۴	۱	۲	۷	۱۴	
۵	۱	۵			
۱۳	۱	۱۳			

۲- برای عدد ۷ از روش‌های ضرب یا تقسیم کردن یا دسته‌بندی استفاده کرده و شمارنده‌های آن را پیدا کنید.

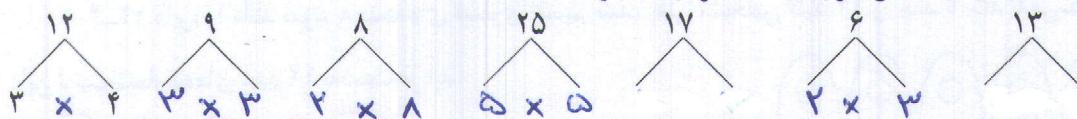


### اعداد اول

به عددهایی مثل ۵، ۱۳ و ۷ که فقط ۲ شمارنده دارند و آن دو شمارنده عدد یک و خود آن عدد می‌باشد،

عدد اول می‌گویند.

۱- مانند نمونه اعداد را به حاصل ضرب دو عدد غیر از یک بنویسید.



کدام اعداد را نمی‌توان به صورت ضرب دو عدد غیر از یک نوشت؟ ۱۳ و ۱۷

آیا می‌توان گفت هر عددی که به صورت ضرب دو عدد، بزرگ‌تر از یک نوشته شود، اول نیست؟

۲- با قاعده‌های بخش‌پذیری بر ۲، ۳، ۵، ۷ که در دبستان آموخته‌اید و یا روش‌های بالا، مشخص کنید کدام یک از اعداد طبیعی کمتر از ۳۰، اول هستند. دور آنها را خط بکشید. عددهایی را که اول نیستند، به صورت بالا با ضرب دو عدد غیر از یک

یا ساختار باز است

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
			۲×۲		۲×۳		۲×۴	۳×۳	۲×۵
۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
	۲×۶		۲×۷		۴×۴		۲×۹		۵×۴
۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰
۷۵	۲۸	۲۱	۲۱	۵×۵	۲×۱۲	۳×۹	۲×۱۴	۳×۱۰	



۱- آیا عدد ۱۷ شمارنده ۲۴۷ هست؟ چرا؟ **خیر**، چون عذر طبیعی و خودنار کمتر از ۱۷ هزار بود و حاصل ۳۴۷ نیست.

۲- آیا اگر عددی بر ۳ بخش پذیر بود، می‌توان گفت که ۳ شمارنده آن است؟ **بله**

۳- عدد بنویسید که ۵ شمارنده آنها باشد. **۵، ۱۰، ۱۵، ۲۰، ۲۵**

۴- کدام یک از عددهای رو به رو بر ۱۵ بخش پذیر است؟ چرا؟ **۳۶۰**

۵- تمام شمارنده‌های عددهای زیر را بنویسید. **۱۰، ۱۵، ۲۰، ۲۵، ۳۰، ۴۰، ۵۰، ۸۰، ۱۰۰**

$$18 \rightarrow 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18$$

۶- جملات درست را با ✓ و جملات نادرست را با ✗ مشخص کنید. دلیل نادرست بودن آن جمله را بنویسید.

✓- عدد ۲۹ اول است. **فعلاً رو شمارنده را تو** ✗- هر عدد حداقل ۲ شمارنده دارد. **عذر برد فقط برو شمارنده را تو**

✗- تمام عددهای اول، فرد هستند؛ چون اگر زوج باشند، عدد ۲ شمارنده آنها می‌شود. **عذر برد زوج است و تو اول است**

✓- اگر عددی غیر از خودش و یک شمارنده دیگری داشت، حتماً اول نیست. **چون بیش از رو شمارنده را تو**

۷- در کلاس ۴ گروه ۳ نفره و ۶ گروه ۴ نفره وجود دارد. دانش‌آموزان این کلاس را در چند حالت می‌توان به گروه‌های با تعداد  $12 \times 3 = 36$  نفر  $12 + 24 = 36$  گروه سه نفره مساوی که تعداد نفرات هر گروه بین ۲ و ۷ نفر باشند، تقسیم کرد؟

۸- وقتی می‌نویسیم  $3 \times 6 = 18$ ، آیا می‌توان نتیجه گرفت که هم ۳ و هم ۶ شمارنده‌های ۱۸ هستند؟ چرا؟ **بله - چون ۱۸ را من کوان ۳۰ تا ۳۶ و ۳۷، ۳۸، ۳۹، ۴۰ شمارنده کرد**

**آیا می‌توان نتیجه گرفت که همیشه تعداد شمارنده‌های یک عدد زوج است؟ خیر همان**  $\frac{1}{2}$

۹- آیا حاصل ضرب دو عدد اول می‌تواند عددی اول باشد؟ چرا؟ **خیر** چون عذر حاصل را می‌توان به صورت **دو عدد برد تراز بین نوشت** اول اول کنید.

- مجموع دو عدد طبیعی فرد همیشه عددی **زوج** است.

- مجموع دو عدد طبیعی زوج همیشه عددی **زوج** است.

- مجموع یک عدد زوج و یک عدد فرد همیشه عددی **فرز** است.

پس از تکمیل کردن جمله‌های فوق (می‌توانید با حدس و آزمایش جمله‌ها را کامل کنید). به سؤال زیر پاسخ دهید.

- آیا حاصل جمع دو عدد اول همواره یک عدد اول می‌باشد؟ **خیر** **خیر** اول اول

## شمارنده اول

۱- تمام شمارنده‌های عددهای زیر را بنویسید.

۱۲ : شمارنده‌های ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۱۲

۱۴ : شمارنده‌های ۱, ۲, ۷, ۱۴

۳۵ : شمارنده‌های ۱, ۳, ۵, ۷, ۳۵

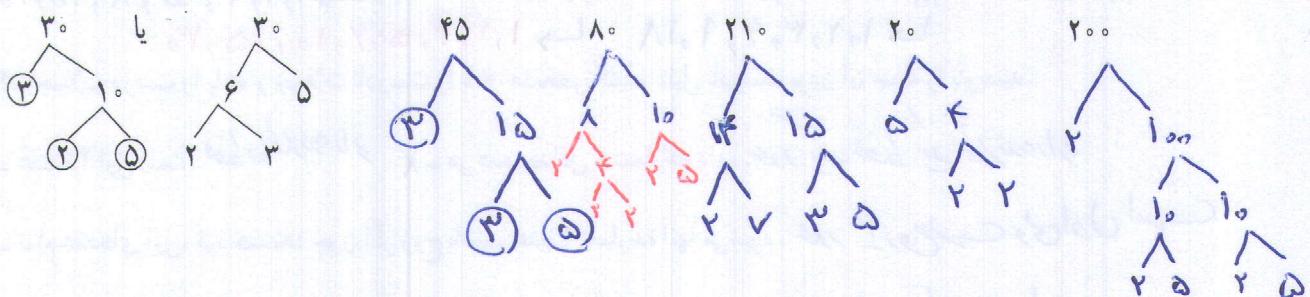
۹ : شمارنده‌های ۱, ۳, ۹

در هر قسمت، زیر شمارنده‌هایی که عدد اول هستند، خط بکشید.

شمارنده‌های اول ۳۵ چه عددهایی‌اند؟  $\checkmark, 5$

۲- مانند نمونه هر عدد را به صورت ضرب دو عدد بنویسید. این کار را آن قدر ادامه دهید تا به شمارنده‌های اول آن عدد

بررسی‌رد.



۳- با توجه به نمودارهای درختی بالا می‌توان عددها را به صورت ضرب عددهای اول نوشت:

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$45 = 3 \times 3 \times 5$$

$$80 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5$$

$$210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$$

$$20 = 2 \times 2 \times 5$$

$$100 = 2 \times 2 \times 5 \times 5$$

شمارنده‌های اول عددهای اولی هستند که با استفاده از حاصل ضرب و تکرار آنها، می‌توان عددهای مختلفی را بدست

آورد.

$$12 = 3 \times 2 \times 2$$

با شمارنده‌های اول ۲ و ۳ عددهای مختلف را با ضرب کردن بسازید. مانند نمونه‌ها بنویسید.

$$1 \times 2 = 2$$

$$1 \times 3 = 3$$

$$2 \times 3 = 6$$

$$2 \times 2 \times 3 = 12$$

$$2 \times 3 \times 3 = 18$$

$$2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$$

$$2 \times 2 = 4$$

$$3 \times 3 = 9$$

$$2 \times 2 \times 2 = 8$$

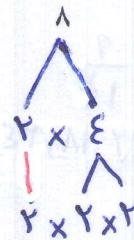
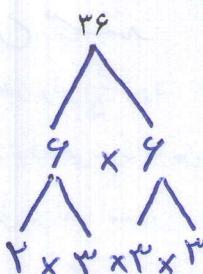
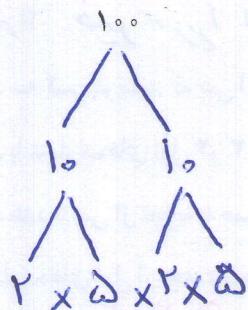
$$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$$

$$3 \times 3 \times 3 = 27$$

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$$

ویژگی عددهای به دست آمده این است که شمارنده‌های اول آنها عددهای ۲ و ۳ هستند.

شمارنده‌های اول عددهای زیر را با رسم نمودار درختی پیدا کنید و آنها را به صورت ضرب شمارنده اول بنویسید.



$$100 = 2 \times 2 \times 5 \times 5$$

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$8 = 2 \times 2 \times 2$$

۱- در دوره دبستان آموختید که چگونه کسرها را ساده کنید. به مثال‌های زیر توجه کنید.

$$\frac{4}{6} = \frac{2 \times 2}{2 \times 3} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{18}{27} = \frac{2 \times 9}{3 \times 9} = \frac{2}{3}$$

با تجزیه کردن، عددهای صورت و مخرج، کسرها را تا حد امکان ساده کنید. در واقع شمارنده‌های مشترک صورت و مخرج را ساده کنید.

$$\frac{20}{50} = \frac{2 \times 2 \times 5}{5 \times 5 \times 2} = \frac{2}{5} \quad \frac{28}{42} = \frac{2 \times 2 \times 7}{2 \times 3 \times 7} = \frac{2}{3} \quad \frac{81}{32} = \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{27}{32}$$

۲- مساحت یک مستطیل که طول و عرض آن عددهای طبیعی آن ۱۸ شده است. تمام حالت‌هایی را که طول و عرض

$$1 \times 18 = 18$$

$$2 \times 9 = 18$$

$$3 \times 6 = 18$$

طول و عرض این مستطیل چه ارتباطی با مساحت آن دارند؟ **شمارنده‌های عدد ۱۸**

**بی‌باشد**

مستطیل می‌توانند داشته باشند، بنویسید.

$$a = 2 \times 3 \times 5 \quad T(a) = 3 \times 2 \times 3 = 18$$

$$18 - 3 = 15$$

شمارنده‌های غیر اول

راهنمای اول ۱۵۰, ۳۰۰, ۱۰۰, ۷۰, ۴۰, ۱۲, ۲۰, ۲۵, ۳۵, ۵۰ و ۹۰

۱- شمارنده‌های اول صورت یک کسر ۲ و ۳ هستند. شمارنده‌های اول مخرج آن کسر ۵ و ۷ هستند. آیا این کسر ساده می‌شود؟ چرا؟ خیر - زیرا از جنس نیستند

$$\frac{21}{35}, \frac{6}{10}, \frac{9}{15}$$

۲- سه کسر بنویسید که پس از ساده شدن برابر  $\frac{3}{5}$  شود.

۳- با شمارنده‌های اول آن چند عدد تولید می‌شود که بین ۳۰ و ۵۰ باشد؟

$$a = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5$$

شمارنده‌های اول آن چه عددهایی اند؟

$$b = 4 \times 3 \times 15 \times 6$$

شمارنده‌های اول آن چه عددهایی هستند؟

$$b = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 15 \times 3$$

$$5^2, 3^2$$

شمارنده‌های اول آن چه عددهایی هستند؟

۴- عدد a پس از تجزیه به صورت مقابل درآمده است.

۴- شمارنده این عدد را بنویسید که اول نباشد. ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸, ۹, ۱۰, ۱۱, ۱۲, ۱۳, ۱۴, ۱۵, ۱۶, ۱۷, ۱۸, ۱۹, ۲۰, ۲۱, ۲۲, ۲۳, ۲۴, ۲۵, ۲۶, ۲۷, ۲۸, ۲۹, ۳۰

۵- عدد b پس از تجزیه به صورت مقابل درآمده است.

$$180 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \quad 297 = 3 \times 3 \times 3 \times 11 \quad 104 = 2 \times 2 \times 2 \times 13$$

۷- عددهای ۷ و ۵ و ۱۳ اول هستند. شمارنده‌های اول آنها را بنویسید. براساس آن تعریف دیگری برای عددهای اول

ارائه کنید.

۸- جملات درست را با ✓ و نادرست را با ✗ مشخص کنید. دلیل نادرستی را توضیح دهید.

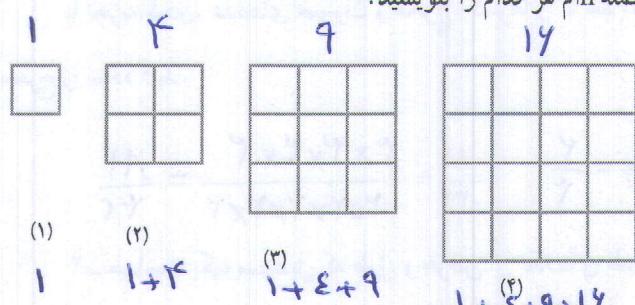
الف) تمام عددها شمارنده اول دارند. عداید شمارنده اول ندارند. اعداد اول که مجموع و تولید می‌باشند

ب) اگر عددی زوج باشد یکی از شمارنده‌های او لش ۲ است. ✓

$$2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 = 2310 \quad X$$

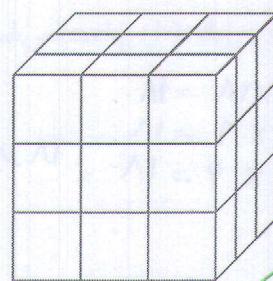
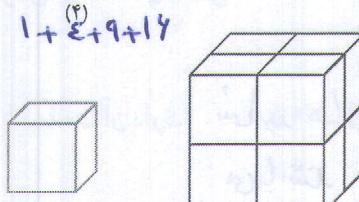
د) تعداد عددهای اول بی‌پایان‌اند. ✓

۹- الگوهای شکل‌ها به الگوهای عددی تبدیل کنید. جمله nام هر کدام را بنویسید.



$$\text{راجباری یک} \rightarrow n \times n = \text{جمله} n\text{ام}$$

$$\text{راجباری دو} \rightarrow 1 + 2 + 3 + \dots + n = \text{جمله} n\text{ام (طریقی)}$$



$$27 = \text{جمله} n\text{ام}$$

$$n^3 = \text{جمله} n\text{ام}$$

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \text{تعابیر ملعونی}$$

راجباری اول

## بزرگ ترین شمارنده مشترک



۱- قرار است دانشآموزان سال اول یک مدرسه به اردو بروند. آنها می خواهند در اردو چادر بزند. تعداد افراد چادرها باید مساوی باشند. کلاس اول الف ۳۰ داش آموز دارد. در این کلاس از چادرهای چند نفره می توان استفاده کرد؟ چرا؟

**۳۰ : شمارنده های ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۱۰, ۱۵, ۲۵**

چون این اعداد ۳۰ را مناسب نمایند و تفہیاندی تقسیم عدد ۳۰ برآوردها برابر صورت هست که برمی سود

کلاس اول ب، ۳۶ داش آموز دارد. برای این کلاس چه چادرهایی می توان

**۳۶ : شمارنده های ۱, ۲, ۳, ۴, ۹, ۱۲, ۱۸, ۳۶**

بر پا کرد؟ چرا؟

زیرا در تقسیم ۳۶ برابر اعداد باقیمانده صورت شود و چادرها صورت هستند برمی سود

اگر قرار باشد یک نوع چادر، برای هر دو کلاس تهیه کنیم، چادرهای چند نفره مناسب است؟ چرا؟

**۱, ۲, ۳, ۶**

چون در تقسیم ۳۶، ۳۶ برابر اعداد باقیمانده صورت شود و چادرها صورت هستند برمی سود

اگر قرار باشد از چادر مشترک برای دو کلاس استفاده شود و تعداد دانشآموزان یک چادر بیشترین تعداد باشد تا چادر

کمتری تهیه شود، چادر چند نفره مناسب است؟

**۴ نفره**

۲- دو عدد ۲۴ و ۱۸ را در نظر بگیرید. می خواهیم بزرگ ترین شمارنده مشترک دو عدد را پیدا کنیم.

امید از روش زیر استفاده کرد:

**۱۸ = {۱, ۲, ۳, ۶, ۹, ۱۸}**

**۲۴ = {۱, ۲, ۳, ۶}**

**۶ = بزرگ ترین شمارنده مشترک دو عدد**

احمد از روش زیر استفاده کرد. او ابتدا عددها را به صورت ضرب شمارنده های اول نوشت.

$$\begin{array}{rcl} 18 & = & 2 \times 3 \times 3 \\ 24 & = & 2 \times 2 \times 2 \times 3 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{ب سُور} \\ \hline 2 \times 3 = 6 \end{array} \quad 24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

سپس حاصل ضرب قسمت های مشترک آنها را مشخص کرد تا بزرگ ترین شمارنده مشترک مشخص شود.

شمارنده های یک عدد را مقسوم علیه های آن نیز می گویند بنابراین بزرگ ترین شمارنده مشترک دو عدد همان بزرگ ترین

مقسوم علیه مشترک است که به اختصار آن را ب.م.م می نویسند. ب.م.م دو عدد را به صورت (و) نشان می دهد. مانند:

$$(18 \text{ و } 24) = 6$$

آیا می توانید بگویید در فعالیت بالا احمد از چه روشی استفاده کرده است؟

**از ضرب عامل های مشترک ۱۸ و ۲۴ استفاده کرده**

$$\begin{array}{l} \text{شمارندهای ۱۲، ۱۴، ۱۶، ۱۸، ۲۰، ۲۲، ۲۴، ۲۶، ۲۸، ۳۰} \\ \text{شمارندهای ۱۰، ۱۲، ۱۴، ۱۶، ۱۸، ۲۰، ۲۲، ۲۴، ۲۶، ۲۸، ۳۰} \\ \text{شمارندهای ۱۰، ۱۲، ۱۴، ۱۶، ۱۸، ۲۰، ۲۲، ۲۴، ۲۶، ۲۸، ۳۰} \end{array}$$

۱- با نوشتن تمام شمارنده‌های دو عدد ب.م.م آنها را پیدا کنید.

$$14 = 2 \times 7 \times 1^3 \quad \text{L.C.M} \\ (14, 12) = 1 \cancel{4} = 2 \times 1$$

$$(\gamma_0, \gamma_0) = 1_0$$

$$(2^\circ \text{ و } 3^\circ) = \quad \Rightarrow \\ \gamma_0 = \gamma \times \gamma \times \omega \quad \gamma \times \omega = 1,$$

۲- با تجزیه عدد ها به شمارنده های اول ب.م.م دو عدد را پیدا کنید.

$$\begin{aligned} (21, 26) &= \\ 24 &= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \\ \Rightarrow 2 \times 2 \times 2 \times 3 &= 12 \end{aligned}$$

$$E_T = \gamma \times \gamma \times V \quad \xrightarrow{\text{[F.C]}} \gamma \times \gamma = Y$$

$$Y_0 = \gamma \times \gamma \times D$$

۱- می خواهیم مستطیلی به طول ۱۶ و عرض ۱۲ سانتی متر را با کاشی های مربعی پر کنیم  
 ضلع این کاشی مربعی چه عدد هایی می تواند باشد؟ چرا؟  
 این مستطیل را  $\frac{1}{2}$  کاشی نمی بینیم، این اعداد  $\frac{1}{2}$  کاشی نمی باشد

اگر بخواهیم کاشی‌های مصرف شده کمترین تعداد باشد (ضلع کاشی باید بزرگ باشد)، چه عددی برای ضلع کاشی مناسب است؟ چرا؟ ۴ زیرا کاشی به ضلع ۴ بزرگ‌ترین سه‌گانه‌ی هشتگرایی روکش‌برایی باشد

اگر بخواهیم کاشی های مصرف شده بیشترین تعداد باشد (ضلع کاشی کوچک ترین عدد باشد) چه عددی برای ضلع کاشی

مناسب است؟ چرا؟ ۱- چون ضلع  $\overline{OJ}$  دترین کاسی می‌بود  $\angle$   $KLH$  این مستطیل را دریک نمایند کاسی به ضلع  $\overline{KL}$  می‌باشد

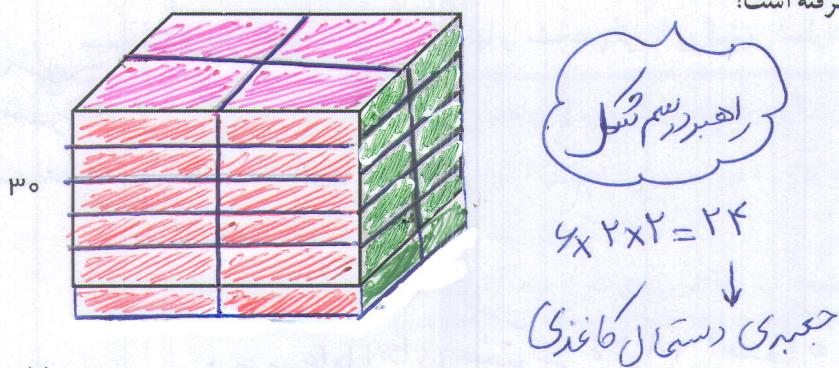
۲- در فصل قبل به این مسئله جواب دادید.

یک جعبه دستمال به شکل مکعب مستطیل داریم که طول آن ۲۵، عرض آن ۱۲ و ارتفاعش ۵ سانتی متر است. تعیین کنید

یند عدد از این جعبه‌ها در یک کارتون مکعب مستطیل به ابعاد ۵۰، ۲۴ و ۳۰ سانتی‌متر جا می‌گیرد؟

در این مسئله اعداد کارتی چه ارتباطی با اعداد جمله دستمال دارند. یا توجه به این ارتباط شکل زیر را کامل کنید تا

مشخص شود حند جعیه در این کارتین جا گرفته است؟



عددهای زیر تجزیه شده‌اند، ب.م.م‌های خواسته شده را به دست آورید.

$$28 = 2 \times 2 \times 7$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$(28 \text{ و } 12) = 2 \times 2 = 4$$

$$(28 \text{ و } 36) = 2 \times 2 = 4$$

$$(12 \text{ و } 36) = 2 \times 2 \times 3 = 12$$

$$(28 \text{ و } 12 \text{ و } 36) = 2 \times 2 \times 3 \times 2 = 48$$

ضرنجهای  
بیشترین



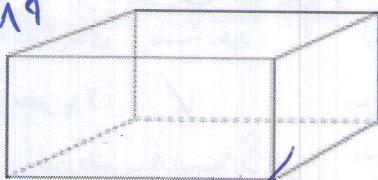
۱- دو ظرف به گنجایش ۱۲ و ۱۸ لیتر داریم. می‌خواهیم با یک پیمانه که هر بار پر خالی می‌شود،

دو ظرف را به طور کامل پر کنیم. کدام پیمانه‌ها برای این کار مناسب است؟ بزرگ‌ترین پیمانه کدام است؟

$$\begin{aligned} 18 &= 2 \times 3 \times 3 \\ 12 &= 2 \times 2 \times 3 \end{aligned}$$

۲- یک مکعب مستطیل به ابعاد ۱۲ و ۳۶ و ۲۸ سانتی‌متر را با مکعب‌های مساوی پر کرده‌ایم.

بزرگ‌ترین ضلع این مکعب چه عددی است؟ در این صورت چند مکعب در این مکعب مستطیل جا



$$\begin{aligned} 12 &= 2 \times 2 \times 3 \\ 36 &= 2 \times 2 \times 3 \times 3 \\ 28 &= 2 \times 2 \times 7 \end{aligned}$$

۳- برای درستی جملات زیر دلیل بیاورید.

اگر دو عدد  $a$  و  $b$  اول باشند، ب.م.م آنها عدد یک می‌شود. اعداد اول، عوامل برداسه

اگر عددی بر عدد دیگر هم بخش‌پذیر باشند، عدد کوچک‌تر ب.م.م دو عدد است. چون عدد لو جلبر عدد بزرگ‌تر را مسازد

نوچلپ‌ترین هقصوم علیه مستعد (راسمازه‌ی مستعد) هر دو عدد ۱ است

۴- ابتدا عددهای صورت و مخرج را تجزیه کنید سپس کسرهای را ساده کنید.

$$\frac{96}{144} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3} = \frac{2}{3} \quad \frac{35}{245} = \frac{5 \times 7}{5 \times 7 \times 7} = \frac{1}{7}$$

۵- ب.م.م عددهای زیر را محاسبه کنید.

$$91 = 13 \times 7$$

$$117 = 13 \times 9$$

$$(91 \text{ و } 117) = 13$$

$$(216 \text{ و } 108) = 108$$

$$(121 \text{ و } 55) = 11$$

$$121 = 11 \times 11$$

$$55 = 5 \times 11$$

۶- برای جملات درست زیر ۲ مثال بزنید.

$$(9, 4) = 1, (2, 2) = 2 \quad (n \text{ و } n) = n$$

• ب.م.م دو عدد  $a$  و  $b$  شمارنده دو عدد  $a$  و  $b$  است.

$$(5, 14) = 1$$

$$(5, 15) = 5$$

• اگر عدد  $a$  اول باشند، ب.م.م  $a$  و عدد دیگر مثل  $b$  یا یک می‌شود یا خود  $a$ .

## کوچک‌ترین مضرب مشترک

۱- مضرب‌های صحیح یک عدد از ضرب آن در عددهای صحیح به‌دست می‌آید. مضرب‌های صحیح ۳ را کامل

کنید.

... و ...

... و ...

۲- مضرب‌های طبیعی یک عدد از ضرب آن در عددهای طبیعی به‌دست می‌آید. مضرب‌های طبیعی را به اختصار مضرب می‌گوییم. مضرب‌های عددهای زیر را بنویسید.

۲ و ۴ و ۶ و ۸ و ۱۰ و ۱۲ و ۱۴ و ۱۶ و ۱۸ و ۲۰ : مضرب‌های ۲

۷، ۱۴، ۲۱، ... : مضرب‌های ۷

۵، ۱۰، ۱۵، ... : مضرب‌های ۵

در این نحوه نوشتن علامت ... به چه معناست؟ لیکن مضرب‌ها ادامه دار

۱- به سؤال‌های زیر پاسخ دهید:

۹۰ دهمین مضرب ۹ :

۱۸

سومین مضرب ۶ :

✓

چهارمین

۲۴ چندمین مضرب ۸ است؟

پنجمین

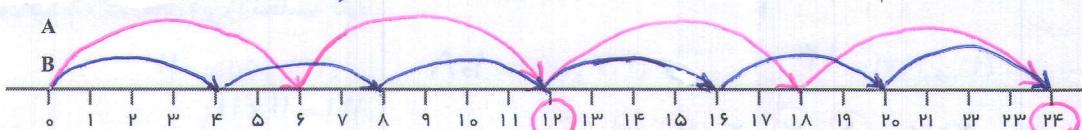
۳۶ چندمین مضرب ۲ است؟ ۱۴۴ چندمین مضرب ۶ است؟ بیست و چهارمین

۲- آیا تعداد شمارنده‌های یک عدد محدود است؟ نه

تعداد مضرب‌های یک عدد چطور؟ خیر

در یک بازی رایانه‌ای مهره A، ۶ تا ۶ تا حرکت می‌کند و مهره B، ۴ تا ۴ تا حرکت می‌کند. در شروع بازی هر دو مهره

روی عدد صفرند. در کدام عدد این دو مهره دوباره کنار هم قرار می‌گیرند؟ (مسافت میان مهره A و B مساوی است)



۶، ۱۲، ۱۸، ۲۴، ... : مضارب مشترک ۱۲، ۲۴، ۳۶، ...

۴، ۸، ۱۲، ۱۶، ۲۰، ۲۴، ... : مضارب ۴ ۱۲ : کوچک‌ترین مضرب مشترک

کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد اولین مضرب مشترک آن دو عدد است. مضرب‌های مشترک بعدی را با داشتن اولین مضرب مشترک می‌توان پیدا کرد. کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد را به طور اختصار ک.م.م می‌گویند و به صورت [و] نمایش می‌دهند.

$$[6 \text{ و } 4] = 12$$

به عنوان نمونه

۱- ک.م.م دو عدد ۱۲ و ۱۸ را پیدا کنید.

$$18, 36, 54, \dots : \text{ مضارب}$$

$$12, 24, 36 \dots : \text{ مضارب}$$

$$36, 72, 108, \dots [12 \text{ و } 18] = 36 : \text{ مضارب مشترک ۱۸ و ۱۲}$$

۲- عددهای ۱۸ و ۱۲ به صورت تجزیه شده، نوشته شده‌اند.

$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$[18 \text{ و } 12] = 2 \times 3 \times 2 \times 3 = 36$$

با توجه به پاسخ بالا چه رابطه‌ای بین شمارنده‌های اول دو عدد و ک.م.م آنها می‌بینید؟ توضیح دهید. حاصل ضرب مشترک‌ها و غیره  
مشترک‌ها

$$A = 3 \times 3 \times 5 \times 5$$

$$B = 2 \times 5 \times 3 \times 3$$

$$[A \text{ و } B] = 3 \times 3 \times 5 \times 2 \times 5$$

$$B = 2 \times 5 \times 3 \times 3$$

$$3 \times 3 \times 0 \times 5 \times 5$$

$$2 \times 5 \times 3 \times 3 \times 5$$

۱- تساوی  $6 \times 4 = 24$  را به صورت‌های مختلف می‌توان معنی کرد، جاهای خالی را کامل کنید.

۴ شمارنده ۲۴ است. ششین مضرب ۶ عدد ۴ است.

۶ شمارنده ۲۴ است. چهارمین مضرب ۶ عدد ۴ است.

عددهای ۴ و ۶ شمارنده ۲۴ است. عدد ۲۴ بر ۶ و ۴ قابل قسمت

است.

۲- یکی از مهم‌ترین کاربردهای ک.م.م در پیدا کردن مخرج مشترک دو کسر است. یعنی کوچک‌ترین عددی را پیدا می‌کنیم که به هر دو مخرج بخش‌پذیر (قابل قسمت) باشد. مانند نمونه حاصل جمع‌ها و تفریق‌ها را با کمک ک.م.م مخرج‌ها

به دست آورید.

$$\frac{5}{6} + \frac{4}{9} = \frac{10}{18} + \frac{8}{18} = \frac{18}{18} = [6 \text{ و } 9] = 18$$

$$\frac{7}{15} + \frac{9}{20} = \frac{28}{60} + \frac{27}{60} = \frac{55}{60} = [15 \text{ و } 20] = 60$$

$$\frac{10}{12} - \frac{7}{18} = \frac{40}{36} - \frac{14}{36} = \frac{26}{36} = [12 \text{ و } 18] = 36$$

۱- هر ۲۰ دقیقه یک اتوبوس خط A از ترمینال حرکت می کند.



اتوبوس های خط B هر ۳۰ دقیقه از ترمینال حرکت می کند. ساعت ۱۲ ظهر

دو اتوبوس در خط های A و B هم زمان حرکت کرده اند. در چه ساعتی به طور

هم زمان اتوبوس ها از این دو خط حرکت می کنند؟ ۶ دقیقه بعد

$$[20, 30] = 60$$

لیست ساعت ۱۳

۲- یک پیست دومیدانی در یک مجتمع فرهنگی ورزشی قرار دارد.



امید و فرامرز از یک نقطه شروع به دویدن می کنند. اگر امید هر ۳۵ دقیقه یک دور کامل

پیست را طی کند و فرامرز هر ۲۱ دقیقه یک دور کامل طی کند، پس از چند دقیقه فرامرز و

امید با هم به همان نقطه شروع می رسند؟ در این صورت هر کدام چند دور دویده اند؟

$$[35, 21] = 105$$

$$21, 42, 63, 84, 105$$

$$[35, 21] = 105$$

۳- آیا ۲۱۰ مضرب مشترک ۷ و ۳۰ است؟ چرا؟

آیا ۴۲۰ مضرب مشترک ۷ و ۳۰ است؟ چرا؟ بله، باقیمانده‌ی نقسم ۴۲۰ بـ ۷ بـ ۳۰ برابر صفر من سود

دو عدد ۷ و ۳۰ چند مضرب مشترک دارند؟

۴- دلیل درستی جملات زیر را بیان کنید.



$$[18, 4] = 11$$

◻ اگر عددی بر عدد دیگر بخش پذیر باشند، عدد بزرگ تر ک.م.م دو عدد است. باقیمانده‌ی نقسم عدد بزرگ تر پر عدد (هر چهارمین)

$$(9, 10) = 90$$

$$(5, 7) = 35$$

◻ اگر ب.م.م دو عدد یک باشد، ک.م.م دو عدد برابر حاصل ضرب دو عدد است.

◻ ک.م.م دو عدد اول برابر حاصل ضرب آنهاست.

۵- برای هر کدام از جملات درست زیر یک مثال بزنید.

$$[10, 1] = 10$$

$$n = [1, n]$$

$$[10, 10] = 10$$

$$n = [n, n]$$

$$(12, 8) = 4, [12, 8] = 24$$

◻ ب.م.م دو عدد شمارنده ک.م.م دو عدد است. باقیمانده‌ی ۲۴ من باشد

$$12 \times 8 = 4 \times 24$$

◻ حاصل ضرب دو عدد برابر حاصل ضرب ک.م.م و ب.م.م دو عدد است.

۶- به صورت ذهنی تساوی ها را کامل کنید.

$$(20, 30) = 10 \quad (5, 7) = 1$$

$$3 = 3 \text{ و } 15$$

$$12 = 4 \text{ و } 3$$

$$[30, 50] = 150 \quad (38, 19) = 19$$

$$30 = 3 \text{ و } 15$$

$$1 = 1 \text{ و } 4$$

$$[4, 9] = 36 \quad [3, 2, 7] = 42$$

$$1 = 1 \text{ و } 2 \text{ و } 3$$

$$12 = 4 \text{ و } 6$$

## ۶ مرور فصل

مفاهیم و مهارت‌ها

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید و برای هر کدام یک مثال بزنید.

◻ عدد اول ◻ شمارنده (مقسوم علیه) یک عدد ◻ شمارنده اول ◻ مضرب ◻ ب.م.م ◻ ک.م.م  
در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

◻ پیدا کردن عدد های اول

◻ نوشتن شمارنده های یک عدد

◻ ساختن عدد های مختلف با شمارنده های اول

◻ پیدا کردن شمارنده اول یک عدد

◻ پیدا کردن تمام شمارنده های یک عدد با معلوم بودن تجزیه عدد

◻ تجزیه عدد به شمارنده های اول

◻ نوشتن مضرب های یک عدد

◻ پیدا کردن ب.م.م دو عدد

◻ رابطه بین مضرب و مقسوم علیه

◻ پیدا کردن ک.م.م دو عدد

کاربرد

از مفاهیم ب.م.م و ک.م.م در محاسبات کسری (ساده کردن و مخرج مشترک) استفاده می‌کنیم. در ک شمارنده های اول یک عدد زمینه‌ساز همین بحث به صورت جبری است.

تمرین‌های ترکیبی

در صورتی که تمرین‌های زیر را بتوانید انجام دهید، مطمئن می‌شوید که این فصل را به خوبی آموخته‌اید.

۱- با توجه به تساوی  $12 = 3 \times 4 = 3 \times 2 \times 2$  معانی مختلف آن را بیان کنید. ۳ شمارنده های  $\frac{12}{3}$  باشند، ۱۲ مضرب  $3 \times 4$  هست

۲- ابتدا دو عدد زیر را به شمارنده های اول تجزیه کنید، سپس ب.م.م و ک.م.م آنها را به دست آورید.

$$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \quad 60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \quad (72, 60) = 2 \times 2 \times 3 = 12$$

$$(72, 60) = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$$

۳۹, ۵۹, ۴۱, ۴۷, ۷۱, ۷۳, ۷۹

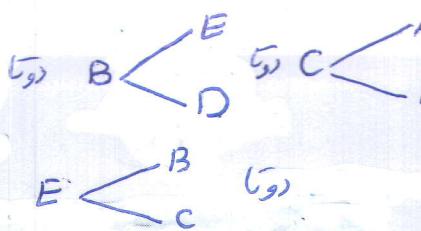
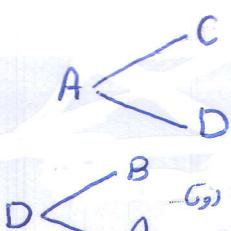
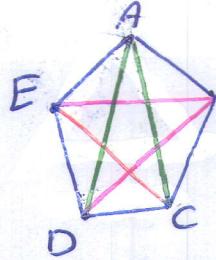
۳- عدد های اول بین  $5^{\circ}$  تا  $8^{\circ}$  را بنویسید.

با استفاده از تجزیه

۴- با شمارنده های اول ۲ و ۳ دو عدد بنویسید که ب.م.م آنها ۶ و ک.م.م آنها ۳۶ باشد.

$$(18, 12) = 4, [18, 12] = 36$$

$$(4, 36) = 4, [4, 36] = 36$$



دو تا

شمرن (دورهای ۳)

$$5 \times 2 = 10$$

$$10 \div 2 = 5$$

چون هر قطر دوباره رسم شد

$$4 \times 3 = 12$$

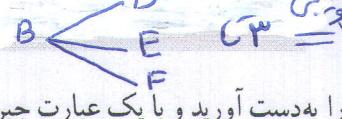
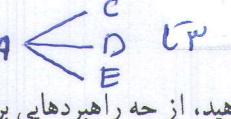
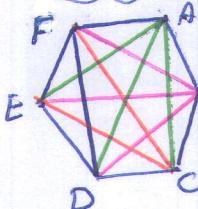
$$12 \div 2 = 6$$

$$3 \times 2 = 6$$

$$6 \div 2 = 3$$

$$3 \div 2 = 1$$

$$1 \div 2 = 1$$



اللهم

$$A \rightarrow 3 \quad D \rightarrow 3$$

$$B \rightarrow 3 \quad E \rightarrow 3$$

$$C \rightarrow 3 \quad F \rightarrow 3$$

$$11 \div 2 = 9$$

$$9 \div 2 = 4$$

$$4 \div 2 = 2$$

$$2 \div 2 = 1$$

چون هر قطر دوبار ۱- تعداد قطرهای یک  $n$  ضلعی را به دست آورید و با یک عبارت جبری نشان دهید. از چه راهبردهایی برای حل این مسئله استفاده کردید؟ از هر راس بـ  $n$  ضلعی ( $n-3$ ) کافیترم دان رسم خود را در وبا وحجه بـ  $\frac{n \times (n-3)}{2}$  نویسید

اینکه هر قطر دوباره رسم شود را درم

۲- اگر  $x=5$  باشد، مقدار عددی عبارت جبری  $\frac{4x+7}{3x-7}$  را به دست آورید.

$$\frac{4x+7}{3x-7} = \frac{2x+7}{18-7} = \frac{2x}{11}$$

۳- عبارت های جبری را ساده کنید.

$$2a - 5b + 3b - 7b = 2a - 9b$$

$$9x - 8a + 2x - 3x = 11x - 8a$$

$$5a - 2a - 9a + 4b = -9a + 4b$$

$$2(a-b) - 3(b-a) = 2a - 2b - 3b + 3a = 5a - 5b$$

۴- معادله های زیر را حل کنید.

$$9x + 8 = -10$$

$$4x - 4 = 8 \Rightarrow 4x = 8 + 4$$

$$3x + 18 = -12 \Rightarrow 3x = -12 - 18$$

$$\Rightarrow 9x = -10 - 8$$

$$\Rightarrow 4x = 12$$

$$\Rightarrow 3x = -30$$

$$\Rightarrow 9x = -18$$

$$\Rightarrow x = \frac{12}{4} = 3$$

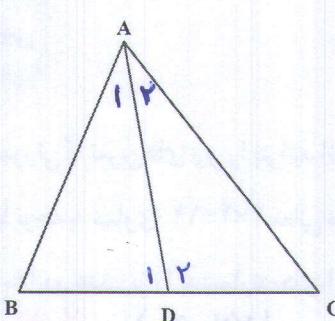
$$\Rightarrow x = -\frac{30}{3} = -10$$

۵- آیا امکان دارد که یک معادله بیشتر از یک جواب داشته باشد؟ چرا؟ لطفاً

چون حاصل یک عبارت جبری معلم اسے به لای مقادیر متفاوت برابر نمود

۶- در شکل زیر تمام پاره خطها و زاویه ها را نام ببرید. توضیح دهید از چه راهبردی استفاده می کنید. الگوسازی

پاره خط ها  $(AB, AC, AD), (BD, BC), CD$



$(\hat{A}_1, \hat{A}_2, \hat{B}\hat{A}\hat{C})$

$(\hat{B}_1, \hat{D}_2, \hat{B}\hat{D}\hat{C})$

$\hat{B}, \hat{C}$

۷- کوچکترین عددی را که ۳ شمارنده اول متفاوت داشته باشد، پیدا کنید.

$$4 \times 3 \times 2 = 24$$

راه حل خود را توضیح دهید.

۸۷

۱) به ان روش بالا قدر چاره ها را برسی کنید

روشن دوم

۲) نیز برای برسی آن رون تعداد قدره ها (تعداد اضلاع - تعداد پاره خط ها) را برسی کنید

بله برسی کنید

۸- یک توالی عددی، از ۷ شروع می‌شود و چهارتا چهارتا به آن اضافه می‌شود. در توالی دیگری عدد از ۱ شروع و

۹ تا ۹ تا به آن اضافه می‌شود. اولین و دومین عدد مشترک این دو توالی را پیدا کنید.

$7, 11, 15, 19, 23, 27, 31, 35, 39, 43, 47, 51, 55, \dots$

$1, 10, 19, 28, 37, 46, 55, \dots$

$$\begin{array}{r} +34 \\ 19, 55, 91, 126 \\ \hline +34 \\ 54 \end{array}$$

$$[9, 4] = 36$$

۹- دو عدد بنویسید که ۴ و ۹ شمارنده آنها باشند. یک عدد بنویسید که ۴ و ۹ دو شمارنده آن باشند و ۴ شمارنده دیگر

$$(34, 72)$$

نیز داشته باشد.

$37, 36, 35, 34, 33, 32, 31, 30, 29, 28, 27, 26, 25, 24, 23, 22, 21, 20, 19, 18, 17, 16, 15, 14, 13, 12, 11, 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1$ : سه زیرنامهای

~~۱۱, ۱۲, ۱۳, ۱۴, ۱۵, ۱۶, ۱۷, ۱۸, ۱۹, ۲۰, ۲۱, ۲۲, ۲۳, ۲۴, ۲۵, ۲۶, ۲۷, ۲۸, ۲۹, ۳۰, ۳۱, ۳۲, ۳۳, ۳۴, ۳۵, ۳۶, ۳۷, ۳۸, ۳۹, ۴۰, ۴۱, ۴۲, ۴۳, ۴۴, ۴۵, ۴۶, ۴۷, ۴۸, ۴۹, ۵۰~~

~~۹۱, ۹۲, ۹۳, ۹۴, ۹۵, ۹۶, ۹۷, ۹۸, ۹۹~~

۱۰- عدهای اول بین ۱۰۰ تا ۱۰۰ را بنویسید.

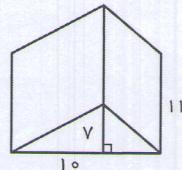
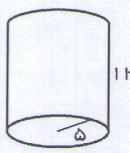
۱۱- مصارب ۳، ۲، ۵، ۷ را خفیف کنید

حروف حالت های  
نامطلوب

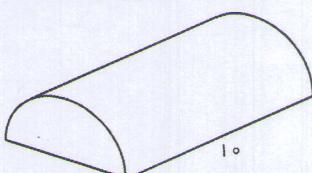
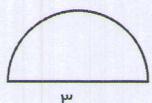
۱۱- کوچک‌ترین عددی را پیدا کنید که شمارنده‌هایش ۳ و ۶ و ۵ باشد.

## حواله ۳۰

۱۲- حجم هر یک از اجسام زیر را به دست آورید.



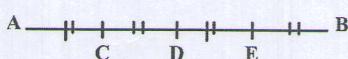
۱۳- مساحت جانبی و مساحت کل یک جسم منشوری را پیدا کنید که قاعده آن شکل زیر و ارتفاعش ۱۰ سانتی‌متر



$$\text{مساحت جانبی استوانه} = 2 \times \text{جهاب} \times \text{ارتفاع} = 2 \times 3 \times 10 = 60$$

$$\text{مساحت کل} = \text{مساحت دایره} + 2 \times \text{جهاب} = \pi r^2 + 2 \times 3 \times 10 = \pi \times 3^2 + 60 = 9\pi + 60$$

۱۴- با توجه به شکل‌های زیر روابط بین پاره خط‌ها و زاویه‌ها را کامل کنید.



$$AD = \underline{\quad} \cdot DE$$

$$AB - DE = AD + EB$$

$$AE = \underline{\quad} \cdot AB$$

$$AC - CE + EB = AB$$

$$u\hat{O}t + t\hat{O}z = \hat{u}\hat{O}z$$

$$x\hat{O}u = \dots \cdot y\hat{O}z$$

$$y\hat{O}u = \dots \cdot x\hat{O}u$$

$$y\hat{O}u - z\hat{O}t = y\hat{O}z + \underline{\quad} \cdot t\hat{O}u$$

