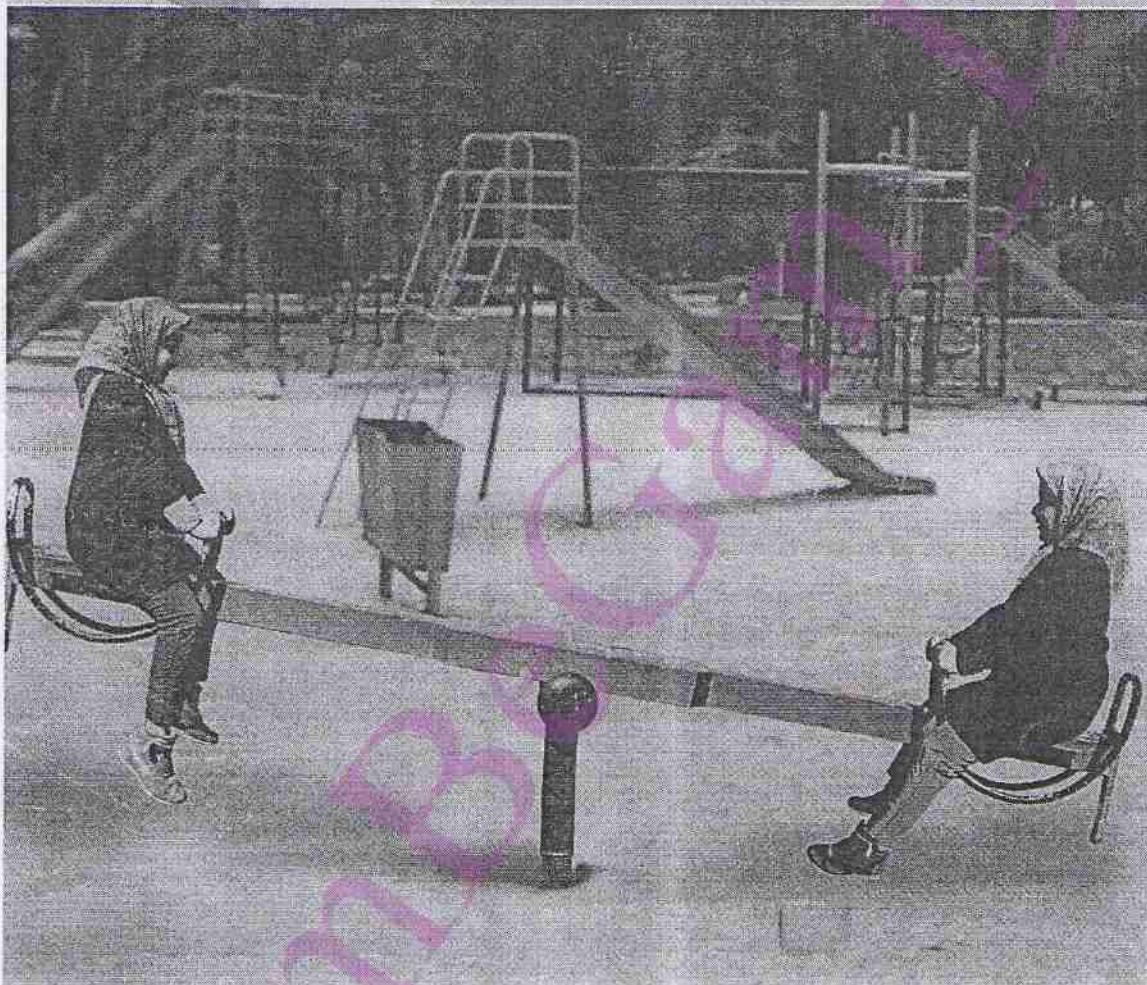


## جبر و معادله

### فصل ۲



اگر دو کفه یک ترازو رو به روی هم قرار گیرند، می‌گویند ترازو در حال تعادل است. اگر از یک کفه ترازو چیزی را برداریم یا به آن چیزی اضافه کنیم، همین کار را باید در کفه دیگر نیز انجام دهیم تا جبران شود و ترازو در حالت تعادل بماند. کلمه جبر هم خانواده جبران نیز هست و معادله به معنی برقرار ماندن تعادل در دو طرف تساوی است.

$$\begin{array}{l}
 \text{(1)} \quad \boxed{\phantom{0}} \quad , \quad \text{(2)} \quad \boxed{\phantom{0} \phantom{0}} \quad , \quad \text{(3)} \quad \boxed{\phantom{0} \phantom{0} \phantom{0}} \quad , \quad \text{(4)} \quad \boxed{\phantom{0} \phantom{0} \phantom{0} \phantom{0}} \\
 1+1 \quad 1+2+3 \quad 1+3+3+2 \quad 1+3+3+3+2 \\
 \text{(1)} \quad \text{(2)} \quad \text{(3)} \quad \text{(4)} \\
 \boxed{\phantom{0}} \quad \boxed{\phantom{0}} \quad \boxed{\phantom{0} \phantom{0}} \quad \boxed{\phantom{0} \phantom{0}} \\
 \Sigma + 1 \times 2 \quad \Sigma + 2 \times 3 \quad \Sigma + 3 \times 3 \\
 \text{(1)} \quad \text{(2)} \quad \text{(3)} \\
 \boxed{\phantom{0} \phantom{0}} \quad \boxed{\phantom{0} \phantom{0} \phantom{0}} \quad \boxed{\phantom{0} \phantom{0} \phantom{0} \phantom{0}} \\
 1+1+1 \quad 1+2+2+2 \quad 1+3+3+3 \\
 \text{ساده کردن عبارت های جبری} \rightarrow \Sigma + (n-1) \times 3
 \end{array}$$

$$\sum_{n=1}^n = 1 + n + n + n = 1 + 3n$$

$$1 + n + n + n = 1 + 3n$$

فعالیت تبدیل عبارت های کلامی به عبارت های جبری



۱- در سال گذشته، با درس نوان آشنا شدید. عبارت های کلامی را به صورت جبری و عبارت های

جبری را به صورت کلامی بنویسید.

• هر عدد به توان یک، برابر خود عدد می شود.  $a^0 = 1$  ( $a \neq 0$ )

• یک به توان هر عدد، برابر یک می شود.  $1^a = 1$  • صفر به توان هر عدد غیر صفر، برابر صفر می شود.

• در ضرب دو عبارت نوان دار با پایه های مساوی، یک پایه را می نویسیم و نوان ها را با هم جمع می کنیم.

$a^2$  ← مربيع یا مجذور عدد  $a$   $b^3 \times c^3 = (bc)^3$

۲- (الف) در عبارت جبری  $1 - 2n$  به جای  $n$  عدد های طبیعی ( $1, 2, 3, \dots$ ) قرار دهد و الگوی

عددی متناظر را بنویسید.

۱, ۳, ۵, ۷, ۹, ...

(ب) در عبارت جبری  $1 + 2m$  به جای  $m$  عدد های حسابی ( $0, 1, 2, 3, \dots$ ) قرار دهد و الگوی

عددی متناظر را بنویسید.

۱, ۳, ۵, ۷, ۹, ...

معرفی اعداد حسابی

تفاوت در رودی هاست < آیا دو الگوی عددی با هم تفاوت دارند؟ **خیر**، هردو اعداد فرد طبیعی را من سازند (خرده هر دو لیست)  
 ۱- عدد طبیعی است و ۲- شکل های زیر با چوب کریت و با الگوی مشخص ساخته شده اند. شکل  $n$  ام با چند چوب  
 $m$  عدد حسابی است که ساخته می شود؟



شکل (1) شکل (2) شکل (3)

در اینجا پاسخ چهار دانش آموز را می بینید. توضیح دهد هر کدام از آنها پاسخ خود را چگونه بدست آورده است. سپس مانند نمونه ها، شکل هایی رسم کنید که روش ماهنوس را مشخص کند و بین شکل ها و عبارت های جبری رابطه برقرار کنید.

$1 + n + n + n$  : پاسخ ماهنوس

$1 + (n-1) \times 2$  : پاسخ ماهنوس

$4 + (n-1) \times 2$  : پاسخ ماهنوس

$2 + (1 \times 2), 3 + (2 \times 2), 4 + (3 \times 2)$  : پاسخ ماهنوس

$n + 1 + (n \times 2)$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

$1 + 2 + 3 + \dots + n$  : پاسخ مهتاب

دوجمله را هستا به گوییم اگر ۱) قسمت حرفی مسئله هم باشد  
۲) توان حروف هستا از همسایه مساوی باشد  
دو جمله  $y^2$ ,  $x^2$ ,  $\sqrt{xy}$  هستا به می باشند  
دو جمله  $x^3$ ,  $y^3$ ,  $\sqrt[3]{xy}$  هستا به می باشند

### کار در کلاس



۱- در سال گذشته، ضرب یک عدد در پرانتز را با شکل زیر باد گرفتید.

$$S = S_1 + S_2$$

a	b
$S_1 = ab$	$S_2 = ab$

$$ab = a(a+b) = a^2 + ab$$

این تساوی چگونه به کمک شکل به دست آمده است؟ توضیح دهد.

عبارت های جبری زیر را ساده کنید.

$$\begin{aligned} 3(2x-1) + 2(x+3) &= 6x - 3 + 2x + 6 = 8x + 3 \\ -2(y-1) + 3(1-y) &= -2y + 2 + 3 - 3y = -5y + 5 \\ -(a-b+1) + 2(2a+b-3) &= -a + b - 1 + 4a + 2b - 6 = 3a + 3b - 7 \end{aligned}$$

۲- شما همچنین جمع و تفریق جمله های متشابه (جمله هایی که همه قسمت های حرفی

آنها یکی هستند) را باد گرفتید. جمله های متشابه را پیدا کنید.

**بالا** **پایه**

فعالیت

$$\begin{array}{ccccccc} 3x'y & & 2yx' & & -5x & & +5y \\ \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow \\ & & 2yx & & -5x & & +5y \\ & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow \\ & & -3xy & & +5y & & -3xy \\ & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow \\ & & +2x & & y & & +2x \\ & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow \end{array}$$

۱- حاصل ضرب دو جمله را مانند نمونه به دست آورید. از کدام قانون ساده کردن

عبارت های توان دار استفاده می کنید؟ توضیح دهد. اگر دو ضرب اعداد توان پایه ها مساوی باشد می از

$$(-3ba)(2a^3b^4) = -6a^4b^5 \quad a \times a^3 = a^4, \quad b \times b^4 = b^5$$

$$2a \times 3b = 6ab \quad -6a \times 2a^3 = -12a^4 \quad 4ba \times 2b^3 = 12b^4a$$

۲- با توجه به شکل و مساوی بودن مساحت ها در دو قسمت، یک تساوی جبری نتیجه بگیرید.

$$S = S_1 + S_2$$

a	b	c
$\rightarrow$		
a	b	a
$S_1 = ab$ $S_2 = ac$		

$$a(b+c) = ab + ac$$

$$\Rightarrow a(a+b) = ab + ac$$

با توجه به نتیجه ای که گرفته اید، ضرب های زیر را انجام دهد.

$$2a(a+b) = 2a^2 + 2ab$$

$$3x(2x-1) = 6x^2 - 3x$$

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 \Rightarrow (a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

مساحت کل

مساحت هر چهارم از مجموع  
جدا نباشد

طول  $\times$  عرض

مساحت کل

۳- با توجه به شکل و مساوی بودن مساحت‌ها در دو قسمت، تساوی جبری را کامل کنید.

$c$	$d$
$a$	

$S_1$	$S_2$
$b$	

$S_3$	$S_4$
$a$	

$(a+b)$ 
 $\rightarrow$ 

--	--

 $\rightarrow$ 

$S_1 = ac$	$S_2 = bd$
------------	------------

$b$ 
 $\rightarrow$ 

--	--

 $\rightarrow$ 

$S_3 = bc$	$S_4 = bd$
------------	------------

$(c+d)$

$$(a+b)(c+d) = a(c+d) + b(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

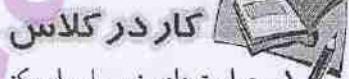
$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

برای یافتن حاصل ضرب دو عبارت جبری، باید جمله‌های دو عبارت را درهم ضرب و سپس

$$(x+y)(x-y) = x^2 - xy + xy - y^2 = x^2 - y^2$$

$$(x-1)(x+1) = x^2 + x - x - 1 = x^2 - 1$$

$$(3x-2)(2x-3) = 6x^2 - 9x - 4x + 6 = 6x^2 - 13x + 6$$



کار در کلاس

۱- عبارت‌های زیر را ساده کنید.

$$4ax + a^2 + ax = 5ax + a^2$$

$$3ab + b^2 - a^2 - ab = -2ab + b^2 - a^2$$

$$2a - 3xy + 2xy = +2a - 3xy$$

$$9x + 7x - 8x - 3 + 11x + 5 = 19x + 2$$

$$5(-2a) = -10a \quad \frac{1}{2}(4b) = 2b$$

$$(-7)(-4x) = +28x \quad (-\frac{1}{5})(2y) = -\frac{2}{5}y$$

$$2a(-5x) = -10ax \quad -\frac{1}{2}a(3b) = -\frac{3}{2}ab$$

$$(-a)(-b) = +ab \quad (-a)(-a) = +a^2$$

$$2x(3a-b) = 6ax - 2bx$$

$$3y(2x-5y) = 6xy - 15y^2$$

$$(x+2)(x+1) = x^2 + 3x + 2$$

$$(a+6)(a-6) = a^2 - 36$$

۲- عدد ۴۷ را می‌توان به صورت  $40 + 7$  یا  $4 \times 10 + 7$  نوشت. به همین ترتیب، عددهای زیر را

به صورت گسترده بنویسید.

$$92 = 9 \times 10 + 2$$

$$75 = 7 \times 10 + 5$$

$$23 = 3 \times 10 + 3$$

$$ab = 10 \cdot a + b$$

عدد دورقیمی  $ab$  را با نماد  $\overline{ab}$  نمایش می‌دهیم؛ بنابراین :

بسط اعشاری عدد (عناس اعشاری)



نام جمل	۱	۲	۳	$n$
عدد	۱	۴	۹	$\dots$
رايطة	۱	۲۲	۳۲	$n^2$

نام جمل	۱	۲	۳	$n$
عدد	۱	۸	۲۷	$\dots$
رايطة	۱	۲۳	۳۳	$n^3$

تمرین ۲

معصرن مقلوب بر عدد



استدلال قدری

۱- عدد دورقی  $ab$  را در نظر بگیرید. عدد  $\bar{ba}$  را مقلوب  $\bar{ab}$  می‌گویند؛ چون در آن جای رقم‌ها عوض شده است. مجموع یک عدد و مقلوبش را به صورت گسترش بتوانیم و حاصل جمع را ساده کنید.

نتیجه: حاصل جمع هر دو عدد و مقلوب آن بر  $\bar{ab}$  برابر است

توضیح در بالا

دورقی ۲- جمله  $n$  ام هر یک از الگوهای جبری زیر را بتوانیم.

$1, 4, 9, 16, 25, \dots, n^2$

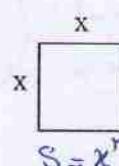
$1, 8, 27, 64, 125, \dots, n^3$

۳- عبارت‌های جبری زیر را ساده کنید.

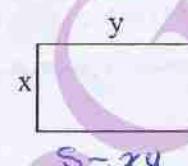
$$(a+3)(a+3) = a^2 + 9a + 9 \quad (a-b)(a-b) = a^2 + b^2 - 2ab \quad (a+3)(a-3) = a^2 - 9$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2 \quad (x+y)(x+y) = x^2 + 2xy + y^2 \quad (2x-3y)(2x-3y) = 4x^2 - 12xy + 9y^2$$

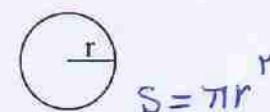
۴- مساحت هر شکل را با یک عبارت جبری بیان کنید.



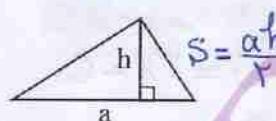
$$S = x^2$$



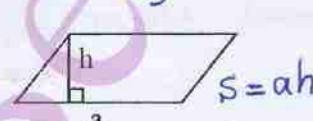
$$S = xy$$



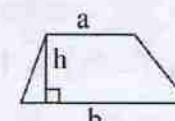
$$S = \pi r^2$$



$$S = \frac{ah}{2}$$



$$S = ah$$



$$S = \frac{h(a+b)}{2}$$

۵- دانش آموزی عبارت‌های جبری زیر را به صورت نادرست ساده کرده است. اشتباه او را پیدا کنید.

الف)  $a(b+c) = ab + ac$  باید در  $C$  ضرب نشود

$$a(b+c) = ab + ac$$

ب)  $2x + 3y - (2x - y) = 2y$  علامت قرینه (منفی) در  $y$ - بیز

ضرب نی شود

$$2x + 3y - 2x + y = 4y$$



$$a(b+c+d) = ab + ac + ad$$

بیدا کردن مقدار یک عبارت جبری

## ۱- مسأله معاهم تابع

فعالیت



- ۱- ماشین عددساز عدد ورودی را در عدد داخل ماشین ضرب می‌کند.  
ماشین عددساز عدد ورودی را با عدد داخل ماشین جمع می‌کند. مانند نمونه، خروجی هر ماشین را مشخص کنید یا عدد داخل ماشین را بنویسید.

$$7 : \text{خروجی} \rightarrow 4 : \text{ورودی} \rightarrow -3 : 7 \times (-3) = -21 : \text{خروجی} \rightarrow 4 : \text{ورودی}$$

$$5 : \text{خروجی} \rightarrow 0 : \text{ورودی} \rightarrow 5 : 5 + (-5) = 0 : \text{خروجی} \rightarrow 0 : \text{ورودی}$$

$$2 : \text{خروجی} \rightarrow 0 : \text{ورودی} \rightarrow 2b : b \times 2 = 2b : \text{خروجی} \rightarrow 0 : \text{ورودی}$$

$$8 : \text{خروجی} \rightarrow 12 : 5 : \text{خروجی} \rightarrow 12 : 13 + (-8) = 5 : \text{خروجی} \rightarrow 0 : \text{ورودی}$$

$$0 : \text{خروجی} \rightarrow 0 : \text{ورودی}$$

- ۲- خروجی یک ماشین را به ورودی یک ماشین می‌بندیم و یک ماشین ترکیبی می‌سازیم. مانند نمونه، خروجی هر ماشین را مشخص کنید.

ترکیب رو باشیم

$$2 : \text{خروجی} \rightarrow 5 : \text{ورودی} \rightarrow 3x : 3x - 5 : \text{خروجی} \rightarrow 2 : \text{ورودی}$$

$$1 : \text{خروجی} \rightarrow 5 : 2x + (-5) = 1 : \text{ورودی} \rightarrow 3x + (-5) = 3x - 5 : \text{خروجی}$$

$$7 : \text{خروجی} \rightarrow 1 : 1 : \text{ورودی} \rightarrow -1 : -1 : \text{ورودی} \rightarrow 8 : -x : 8 : \text{خروجی} \rightarrow -x + 8 : \text{ورودی}$$

$$1 : \text{خرجی} \rightarrow 1 : 7x(-1) + 8 = -7x + 8 = 1$$

$$5 : \text{خرجی} \rightarrow 10 : 10x + 3 : \text{ورودی} \rightarrow 2 : 10 : \text{ورودی} \rightarrow 10 : 5 : \text{ورودی} \rightarrow 3 : 5x + 10 = 3 : \text{ورودی}$$

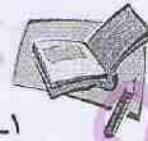
به این ترتیب، می‌توانیم عملکرد هر ماشین ترکیبی را به شکل خلاصه، مانند مثال زیر، بنویسیم:

عملکرد ماشین ترکیبی

$$y = 7x + 4$$

$$y : \text{خرجی} \rightarrow 4 : \text{ورودی} \rightarrow 7 : x : \text{ورودی}$$

## کار در کلاس



۱- عدد  $x$  به ماشین های زیر وارد و عدد  $y$  از آنها خارج می شود. با توجه به کاری که

$$3x - 2 = -1 \rightarrow 3x - 2 + 1 = 0 \rightarrow 3x = 2 \rightarrow x = \frac{2}{3}$$

این ماشین ها انجام می دهند، عدد های خروجی را بنویسید.

$$-2 \rightarrow 3x - 1 \rightarrow -\sqrt{ } \quad 4 \rightarrow -2x + 1 \rightarrow -2x^2 + 1 = -1 + 1 = 0$$

$$\dots \rightarrow \frac{1}{2}x + 1 \rightarrow \frac{1}{2}x^0 + 1 = 1 \quad \frac{4}{\sqrt{ }} \rightarrow -\sqrt{x} + 2 \rightarrow -\sqrt{x^2} + 2 = -4 + 2 = -2$$

۲- با توجه به جدول های زیر و رابطه  $x$  و  $y$ ، جاهای خالی جدول ها را بفرمایید:

$x$	$y$
1	۴
۲	۷
۵	۱۹
۶	۳۵

$$y = 3x + 1$$

$x$	$y$
۳	۱۵
-۲	-۱۵
-۴	-۲۵
۵	۲۵

$$y = 5x$$

$x$	$y$
۴	-۳
-۲	-۹
۰	۰
-۱۴	-۱۴

$$\frac{4}{\sqrt{ }}$$

$$y = x - 7$$

$x$	$y$
۴	۳
-۲	-۷
۰	۰
۴	۴

$$y = 2x - 3$$

۳- با توجه به عدد های ورودی و خروجی، در هر ردیف کاری را که ماشین انجام می دهد حدس بزنید.

$$3 \rightarrow \boxed{x 2} \rightarrow \boxed{x 2} \rightarrow -14 \rightarrow \boxed{x 2} \rightarrow 10 \quad y = \cancel{1}x$$

$$5 \rightarrow \boxed{+2} \rightarrow \boxed{+2} \rightarrow 11 \rightarrow \boxed{+2} \rightarrow 14 \rightarrow \boxed{+2} \rightarrow -1 \quad y = \cancel{x} + \cancel{2}$$

## سُرُوعِ استدلالاتی صبری

### فعالیت



۱- به عدد های زوج زیر توجه کنید. همان طور که می بینید، هر عدد زوج را می توان به صورت  $n \times 2$  نشان داد.

$$\begin{array}{ccccccccc} 2 & 4 & 6 & 8 & 10 & & & \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & & \\ 2 \times 1 & 2 \times 2 & 2 \times 3, 2 \times 4 & & 2 \times 5 & & & 2n \end{array}$$

نتیجه: هر عدد زوج را می توان به صورت  $\underline{2n}$  (عدد طبیعی) نمایش داد

۲- عدد های زیر را به صورت  $2n$  (یک عدد طبیعی باشد) نشان دهید.

$$\begin{array}{ccccc} 44 & 80 & 700 & 10000 & 2000 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 2 \times 22 & 2 \times 40 & 2 \times 350 & 2 \times 5000 & 2 \times 1000 \end{array}$$

۳- در عبارت های زیر به جای حروف  $k, m$  و  $a$  عدد های طبیعی مختلفی قرار دهید. آیا عدد های حاصل، زوج است؟  $2k + 2m$   $2n + 2a$   $2m + 2n + 2a$

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & & & m = a + k + n \\ & & & & & & \text{اعمار طبیعی باشند} \\ \begin{array}{c} \text{پاسخ باز} \end{array} & \begin{array}{c} 2 \times 5 \\ 10 \end{array} & \begin{array}{c} 2 \times 7 \\ 14 \end{array} & \begin{array}{c} 2 \times 10 \\ 20 \end{array} & \begin{array}{c} 2 \times 15 \\ 30 \end{array} & \begin{array}{c} 2 \times 100 \\ 200 \end{array} & \begin{array}{c} 2 \times 500 \\ 1000 \end{array} \end{array}$$

۴-  $a, b$  و  $c$  را عدد های طبیعی در نظر بگیرید و به سوال های زیر پاسخ دهید:

عدد طبیعی

$$4c = 2 \times (2c) \Rightarrow \text{برد زوج}$$

$$2ab = \Rightarrow \text{برد زوج}$$

- آیا عبارت  $2b$  یک عدد زوج را نشان می دهد؟ پلهم

- آیا عبارت  $4c$  یک عدد زوج را نشان می دهد؟ چرا؟ پلهم

- آیا عبارت  $2ab$  یک عدد زوج را نشان می دهد؟ چرا؟ پلهم

۵- آیا حاصل ضرب هر دو عدد زوج عددی زوج است؟ پلهم

برای پاسخ دادن به این سوال، ابتدا مانند نمونه چند مثال بزنید.

$$4 \times 2 = 8$$

$$8 \times 4 = 32$$

$$10 \times 2 = 20$$

$$30 \times 40 = 1200$$

$$14 \times 10 = 140$$

$$8 \times 8 = 64$$

برای اینکه بدون مثال و در حالت کلی اثبات کنیم که جملة بالا درست است، دو عدد زوج را

به صورت  $2n$  و  $2m$  در نظر می گیریم و حاصل ضرب آنها را می نویسیم.  $\text{برد زوج}$

$$2m \times 2n = 2(m \times n) = \text{برد زوج انس}$$

چگونه این تساوی ثابت می کند که حاصل ضرب دو عدد زوج عددی زوج است؟ توضیح دهید.

حاصل ضرب یک عدد طبیعی در عدد ۲  $\Rightarrow$  برد زوج مناسب

کار در کلاس

مانند سوال ۵ فعالیت بالا، ثابت کنید که حاصل ضرب یک عدد زوج در یک عدد فرد، عددی زوج است.

$$2 \times 9 = 18 \quad \text{زوج}$$

$$7 \times 20 = 140 \quad \text{زوج فرد}$$



الف) چند مثال بزنید.

ب) به صورت جبری ثابت کنید:  $2m - 1 = 2m - 1$  عدد فرد

$= 2n \times (2m - 1)$  حاصل ضرب عدد زوج در عدد فرد

$$= 2(2nm - n) \Rightarrow \text{زوج انس}$$

عددی طبیعی

حاصل ضرب هر عدد طبیعی در عدد ۲ عددی زوج است

M= جرم حجم واحد آن در سیستم SI، کیلوگرم است

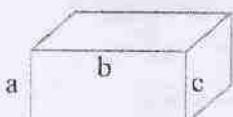
G= شتاب جاذبه زمین مقدار آن برابر است با  $g = 9.8 \text{ m/s}^2 \approx 10 \text{ m/s}^2$

$h$ = ارتفاع از سطح زمین تا نسل که وحدات در سیستم SI، متر باشد

$$U = mg h \Rightarrow U = \text{Kg} \times \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times \text{m} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = \text{Joule}$$



۱- مساحت کل مکعب مستطیل رو به رو



$$S = 2(ab + ac + bc)$$

$$S = 2(12 + 4 + 18) = 72 \Rightarrow a = 2, b = 6, c = 3 \text{ باشند، مساحت کل چقدر می شود؟}$$

۲- مساحت قاعده منشوری ۲۰ و ارتفاع آن ۴ است. حجم این منشور را با نوشتند رابطه

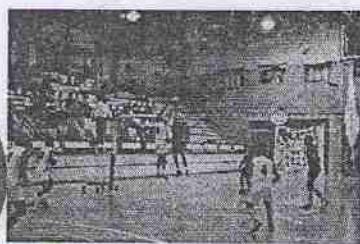
$$V = S_{\text{قاعده}} \times h \Rightarrow V = 20 \times 4 = 80 \text{ ارتفاع قاعده منشورها بدست آورید. واحد مکعب متر است.}$$

۳- قاعده های ذوزنقه ای ۴ و ۷ سانتی متر و ارتفاع آن ۲ سانتی متر است. مساحت این ذوزنقه

$$S = \frac{(a+b)h}{2} = \frac{(4+7) \times 2}{2} = 11 \text{ را پس از نوشتند رابطه جبری مساحت ذوزنقه حساب کنید.}$$

$$(-2)^2 = 4, 2^2 = 4 \Rightarrow 4 - 2 = x \text{ پاسخ معادله } 4 = x \text{ هستند؟ چرا؟ بله}$$

۵- طول یک لوله x متر است. طول لوله دیگر لا برابر لوله اول است. طول لوله دوم را



با صورت جبری بنویسید.

۶- یک زمین والبای مستطیل شکل، دارای x متر عرض

و ۲x متر طول است. مساحت این زمین را با صورت جبری نشان

دهید. اگر عرض این زمین ۹ متر باشد، مساحت آن چند متر مربع است؟

$$S = 2x \times x \Rightarrow S = 2x^2$$

۷- در درس علوم یاد می گیرید که اثری پتانسیل ذخیره شده در یک جسم، از رابطه  $U = mg$

بدست می آید که در آن، U اثری پتانسیل، m جرم جسم، g شتاب زمین و h ارتفاع جسم است. در صورتی

که جسمی به جرم ۲۵ کیلوگرم تا ارتفاع ۴ متر بالا برود، مقدار اثری پتانسیل آن را بیندا کنید. (شتاب زمین

$$U = 25 \times 10 \times 4 \Rightarrow U = 1000 \text{ را فرض کنید.)}$$

۸- با توجه به رابطه x و y، مقدار y را برای x های مختلف پیدا کنید.

x	y
1	-2
0	-3
2	-1
-1	-4

$y = x - 3$

x	y
1	-1
0	1
2	-3
-1	3

$y = -2x + 1$

x	y
2	4
-2	4
0	0
-4	1

$y = x^2$

لر ضعیف  
مالایی صحیح

$$\frac{1393 \times 7 + 1393 \times 2}{1393 \times 5 - 1393 \times 2} = \frac{1393(7+2)}{1393(5-2)} = \frac{9}{3} = 3$$

مثال هم  
کایر فالتری

با استفاده از رنگ حذف و تبدیل  
بعض رسانه ها را کسر (هدید)

### فالتری



فعالیت

- ۱- در دوره دبستان یاد گرفتند که با تبدیل صورت و مخرج کسر به ضرب عددها، می توان کسر را ساده کرد.

$$\frac{6}{9} = \frac{2 \times 3}{3 \times 3} = \frac{2}{3}$$

کسرهای زیر را مانند نمونه ساده کنید.

$$\frac{12}{18} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{2} \times 3}{\cancel{2} \times \cancel{2} \times 3} = \frac{2}{3} \quad \frac{15}{25} = \frac{3 \times 5}{5 \times 5} = \frac{3}{5}$$

- ۲- بعضی از عبارت های جبری را نیز می توان به صورت ضرب دو یا چند عبارت نوشت:

$$a(b+c) = ab+ac$$

### \* علّس توزیع پذیری را حجز کردن با فالتری هم نامیم

$$ab + ac = a(b + c)$$

(تبدیل به ضرب) تجزیه کردن

با توجه به تساوی بالا، عبارت هارا به ضرب تبدیل کنید.

$$2ab + 4a^2b^3 = 2ab(1 + 2ab^2)$$

$$x + xy = x(1 + y)$$

$$5ab + 8ac = a(5b + 8c)$$

$$2a + ab = a(3 + b)$$

$$4a^2 + 2ab = 2a(2a + b)$$

$$5ab + 3b = b(5a + 3)$$

- ۳- برای تجزیه یک عبارت جبری، عامل یا بخش مشترک دو یا چند عبارت را پیدا می کنیم و

پیروز پرانتز می نویسیم. برای تشخیص قسمت مشترک، می توان عبارت هارا به صورت ضرب نوشت:

$$(9, 9)^2 = 3(x^3 + y^3)$$

$$6x^4y^3 + 9x^3y^4 = 2 \times 3xxxxxyxy + 3 \times 3xxxxxxxyxy$$

$$= 2 \times 3xx^2xy^2xy + 3 \times 3xx^3y^2xx = 3x^2y^2(2y + 3x) = 3x^2y^2(2y + 3x)$$

پاس

با توجه به تساوی بالا، عامل مشترک دو جمله عبارت جبری چیست؟

با ضرب کردن چه عبارتی در جمله مشترک، جمله اول عبارت ساخته می شود؟

با ضرب کردن چه عبارتی در جمله مشترک، جمله دوم عبارت ساخته می شود؟

$$6x^4y^3 + 9x^3y^4 = 3xy^2(2y + 3x)$$

حالا این تساوی را کامل کنید.

با بازگردن جملات اجازه دهید تا راسخ امزالست کنند چرا درین عبارت

توان کمتر عامل مشترک است

$$4x^5y^3 + 9x^3y^5 = 2x^3 \times x \times x \times y \times y \times y + 3 \times 3 \times x \times x \times x \times x \times y \times y$$

$$= 3x \times x \times y \times y (2y + 3x) = 3x^2y^2(2y + 3x)$$

$$ab + ac = ab + ac = a(b+c) , ab - ac = ab - ac = a(b-c)$$

$$\Delta ab + \gamma abc = \Delta ab + \gamma abc = ab(a+bc)$$

$$\gamma ab + \gamma a^2 = \gamma x \gamma ab + \gamma a^2 = \gamma a(\gamma b + a)$$

$$\gamma x^2y + \gamma xy^2 = \gamma x \gamma xy + \gamma x \gamma yy = \gamma xy(\gamma x + \gamma y)$$

$$\gamma x^2y^2 - \gamma xy^2 = \gamma x \gamma xy^2 - \gamma xy^2 = \gamma xy^2(\gamma xy - 1)$$

۴- با توجه به سؤال بالا، عبارت‌های جبری زیر را تجزیه کنید.

$$ab + ac = a(b+c)$$

$$ab - ac = a(b-c)$$

$$\Delta ab + \gamma abc = ab(a+\gamma c)$$

$$\gamma ab + \gamma a^2 = \gamma a(\gamma b + a)$$

$$\gamma x^2y + \gamma xy^2 = \gamma xy(\gamma x + \gamma y)$$

$$\gamma x^2y^2 - \gamma xy^2 = \gamma xy^2(\gamma xy - 1)$$

بالا

پایه

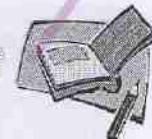
۵- ابتدا صورت و مخرج کسر را به ضرب دو عبارت تجزیه و سپس آن را ساده کنید.

$$\frac{ab + ac}{ab - ac} = \frac{a(b+c)}{a(b-c)} \quad (a \neq 0, b \neq c)$$

$$\frac{a^2 - a}{ab - b} = \frac{a(a-1)}{b(a-1)} = \frac{a}{b} \quad (a \neq 1, b \neq 0)$$

$$= \frac{b+c}{b-c}$$

کار در کلاس



توضیحات پایه‌یین

$$x \times \gamma^a - y \times \gamma^a = \gamma^a(x-y)$$

$$\gamma^2 xy^2 - \gamma^2 x^2 y^2 = \gamma^2 xy^2(4y - \Delta x)$$

$$\gamma^3 x^2 y^2 - \gamma^3 x^2 z^2 = \gamma^2 x^2 (\gamma^2 y^2 - \gamma^2 z^2)$$

$$-a^2 + 2a^3 = a^3(-1 + 2a)$$

۶- با تبدیل به ضرب، صورت و مخرج کسر را ساده کنید. ( $a \neq b, ab \neq 0$ )

$$\frac{a^2 b - ab^2}{a^2 b^2 - a^2 b^2} = \frac{ab(a-b)}{a^2 b^2(a-b)} = \frac{1}{ab}$$

۷- آیا تساوی  $(a+b) - a - b = -(a+b)$  همواره برقرار است؟ بله

۸- چرا مجموع دو عدد زوج، عددی زوج می‌شود؟

$2n$  : عدد زوج

$2m$  : عدد زوج دیگر

$$2n + 2m = 2(n+m) \Rightarrow \text{زوج است} \quad \text{عنوان طبیعی}$$

خواندنی

خوارزمی در کتاب جبر و مقابله خود برای عده‌های علامت‌دار اصطلاحاتی به کار برده است. برای مثال

۹- را «بنج ناقص» و ۱۰- را «بنج زاید» خوانده است. با اینکه در زمان خوارزمی کاربرد حروف متداول

نوبه است، او در حل معادله‌های جبری، مجھول را «شبی» و مجذور مجھول را «مال» نامیده است.

سؤال ۱

$$x \times \gamma^a - y \times \gamma^a = \gamma^a(x-y)$$

$$\gamma^2 xy^2 - \gamma^2 x^2 y^2 = \gamma x \gamma x \times y \times y - \gamma x \times \gamma x \times x \times y^2 = \gamma xy^2(4y - \Delta x)$$

$$\gamma^2 x^2 y - \gamma^2 x^2 z = \gamma^2 x^2 (\gamma^2 y - \gamma^2 z)$$

$$-a^2 + 2a^3 = (-1) \times a^2 + 2a^3 \times a = a^2(-1 + 2a)$$

جمع توان در هر جمله برابر ۳ است

$$(a+b)^3 = a^3 b^0 + 3a^2 b^1 + 3ab^2 + a^0 b^3$$

$$(a+b)^4 = a^4 b^0 + 4a^3 b^1 + 6a^2 b^2 + 4a^1 b^3 + a^0 b^4$$

$$(a+b)^5 = a^5 b^0 + 5a^4 b^1 + 10a^3 b^2 + 10a^2 b^3 + 5a^1 b^4 + a^0 b^5$$

$$(a+b)^6 = a^6 b^0 + 6a^5 b^1 + 15a^4 b^2 + 20a^3 b^3 + 15a^2 b^4 + 6a^1 b^5 + a^0 b^6$$

-۱- تفاوت  $x^3$  و  $2x^3$  چیست؟ در  $x^3$ ،  $x$  را ضرب می‌سیند و در  $2x^3$  مقدار  $x$  دو بار برمی‌سیند

$$x^3 = x \times x \times x$$

$$2x^3 = 2 \times x \times x \times x$$

-۲- مانند نمونه، طرف دیگر تساوی‌ها را بنویسید.

$$3^3 = 3 \times 3 \times 3$$

$$(-5)^3 = -5 \times (-5) \times (-5)$$

$$a^3 = a \times a \times a$$

$$\square^2 = \square \times \square$$

$$\triangle^2 = \triangle \times \triangle$$

$$(a+b)^2 = (a+b) \times (a+b)$$

-۳- جدول زیر را برای مقدارهای مختلف  $a$  و  $b$  کامل کنید.

$a$	۱	۲	۰	۲	-۱
$b$	۱	۰	-۳	۴	-۲
$(a+b)^2$	$1^2 = 1$	$2^2 = 4$	$(-3)^2 = 9$	$4^2 = 16$	$(-2)^2 = 4$
$a^2 + b^2$	$1+1=2$	$2+0=2$	$0+9=9$	$4+16=20$	$1+4=5$

$$(a+b)^2 \neq a^2 + b^2$$

از مقایسه دو ردیف آخر، چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

-۴- مانند نمونه، عبارت‌ها را ساده کنید.

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(x-y)^2 = (x-y)(x-y) = x^2 - 2xy + y^2$$

$$(2x+1)^2 = 4x^2 + 4x + 1$$

### کار در کلاس

-۱- مانند نمونه، تساوی‌ها را کامل کنید.

$$x^3 = x \times x \times x$$

$$-x^3 = -x \times x \times x$$

$$(-x)^3 = (-x) \times (-x) \times (-x)$$

$$(a-b)^2 = (a-b)(a-b) \quad (a+b)^2 = (a+b)(a+b) \quad (x+1)^2 = (x+1)(x+1)$$

-۲- جراحت  $ba = ab$  است؟ (از کدام خاصیت ضرب استفاده می‌شود؟) حابیم (لوضی پذیری)

-۳- عبارت زیر را ساده کنید.

$$-(a+b)^2 = - (a+b)(a+b) = -a^2 - 2ab - b^2$$

آیا منفی به توان ۲ می‌رسد؟ حیرت توان مال  $(a+b)^2$  است

و علامت منفی به توان نمی‌رسد

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2 b + 3ab^2 + b^3$$

: نلتہ

سؤال ۲

$$2n + (2m+1) = 2n + 2m + 1 = \underbrace{2(n+m)}_{{\text{فرم}}{\text{زوج}}} + 1$$

فرم زوج

عددی فرد

دوباره بی دلایل این عددی فرد است.

$$(2k+1) + (2t+1) = 2k + 2t + 2 = \underbrace{2(k+t+1)}_{\substack{{\text{عدد فرد}} \\ {\text{عدد فرد}}}} = 2 \Rightarrow \text{مفرد} - 2 \Rightarrow \text{عددی فرد}$$

زوج است

عددی طبیعی



چن هر دو عدد فرد می سوند (هر دو جمله)

$$-(a-b) = -a+b$$

۱- آیا  $b-a = -(a-b)$  است؟ جواب نیم

$$\text{زوج} = \text{فرد} + \text{فرد}$$

۲- چرا مجموع دو عدد فرد، عددی زوج می شود؟

۳- مجموع دو عدد که یکی زوج و دیگری فرد باشد، زوج می شود یا فرد؟ جواب؟ فرد

۴- عبارت های جبری زیر را ساده کنید.

$$(a+3)^2 = a^2 + 4a + 9$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(x+7)(x-7) = x^2 - 49$$

$$(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$$

$$a^2 + b^2 - (a-b)^2 = + 2ab$$

$$(2x-3y)^2 = 4x^2 - 12xy + 9y^2$$

۵- با توجه به پیکان های رسم شده، عبارت را ساده کنید.

$$(x-1)(x^2+x+1) = x^3 + x^2 + x - x^2 - x - 1 = x^3 - 1$$

۶- نشان دهید که تفاضل هر عدد دو رقمی از مقلوبش، مضرب ۹ است.

$$3 \times 3 = 9 \quad \text{جمله ۹}$$

$$(a+b+c)(z+y+x) = az + ay + ax + bz + by + bx + cz + cy + cx$$

خواندنی

جمله ۳ جمله

خوارزمی

ابوعبدالله محمد بن موسی خوارزمی حدود سال ۱۳۵ هجری قمری در شهر خوارزم (که امروز خیوه نامیده می شود) متولد شد. وی یکی از مفاخر علمی ایران و جهان و از بزرگترین داشمندان مسلمان در قرون های گذشته است.

یکی از آثار خوارزمی کتاب جبر و مقابله است. این کتاب نخستین کتابی است که نام جبر را بر خود دارد و نام جبر بد عنوان بخشی از ریاضی، از نام این کتاب گرفته شده است. از این نظر، خوارزمی را می توان یکی از بنیان گذاران علم جبر دانست. امروز جبر به شاخه ای مهم از ریاضی گفته می شود.

کتاب حساب خوارزمی در قرن دوازدهم هجری به زبان های اروپایی ترجمه شد و به «الخورسیمی» یا «الگوریسمی» که از نام «الخوارزمی» گرفته شده بود، شهرت یافت. بعد از این کتاب «الگوریتم» (Algorithm) به معنای فن محاسبه (یعنی حساب) به کار رفت. امروزه الگوریتم به روشنی از محاسبه گفته می شود که در آن محاسبه مرحله به مرحله انجام می گیرد و محاسبه هر مرحله به مراحل قبلی بستگی دارد.

$$\bar{ab} - \bar{ba} = 10a + b - (10b + a)$$

$$= 10a + b - 10b - a$$

$$= 9a - 9b = 9(a-b)$$

ضرب ۹ می باشد

مثال

$$92 - 29 = 43 = 9 \times 1$$

$$15 - 51 = 24 = 9 \times 3$$

$$74 - 27 = 47 = 9 \times 5$$

معادله



المعالجه

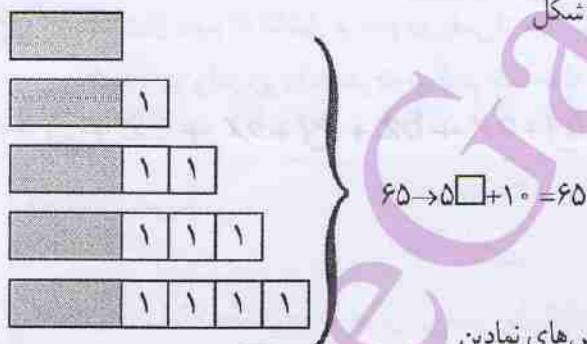
۱- حاصل جمع پنج عدد متوالی طبیعی ۶۵ شده است. عدد وسط چه عددی است؟  
چهار داش آموز این مسئله را با راهبردهای مختلف حل کرده‌اند. راه حل هر کدام را کامل کنید و توضیح دهید.

راه حل سمية: راهبرد حدس و آزمایش

عدد اول	عدد دوم	عدد سوم	عدد چهارم	عدد پنجم	عدد جمع
۵	۶	۷	۸	۹	۳۵
۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۴۵
۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۶۵

حدس و بررسی

راه حل فریده: راهبرد رسم شکل



$$65 - 10 = 55$$

$$55 \div 5 = 11$$

راه حل فهیمه: راهبرد روش‌های نمادین

$$O + (O+1) + (O+2) + (O+3) + (O+4) = 65$$

$$5O + 10 = 65 \quad \text{عدد وسطی را در تساوی بالا مشخص کنید.}$$

$$5O = 65 - 10 = 55 \Rightarrow O = 55 \div 5 = 11$$

راه حل مهدیه: راهبرد تشکیل معادله

$$x + (x+1) + (x+2) + (x+3) + (x+4) = 65$$

$$5x + 10 = 65 \Rightarrow 5x = 65 - 10 = 55 \Rightarrow x = 11$$

راه حل فرشته: راهبرد تشکیل معادله

$$(x-2) + (x-1) + x + (x+1) + (x+2) = 65$$

تفاوت راه حل‌های فرشته و مهدیه را توضیح دهید.

فرشته عدد وسط را محبوط گرفته ( $x$ ) و بقیه اعداد را بر حسب آن نوشته

و کی محمد عدد اول را محبوط در نظر نداشته ( $x$ ) و بقیه را بر حسب آن نوشته

است

۲- مهدیه با توجه به آنچه سال گذشته آموخته بود، معادله خود را به صورت زیر حل کرد:

$$\begin{aligned} 5x+10 &= 65 \\ -10 &\downarrow \\ 5x+10-10 &= 65-10 \\ 5x &= 55 \\ \times \frac{1}{5} &\downarrow \\ \frac{1}{5} \times 5x &= \frac{1}{5} \times 55 \\ x &= 11 \end{aligned}$$

از دو طرف معادله ۵۰ واحد بحص لشی  
دو طرف را بر عدد  $\frac{1}{5}$  ضرب و حساب

علم راه حل مهدیه را به صورت زیر خلاصه کرد. توضیح دهد در این روش معنی پیکانها

$$5x+10 = 65$$

چیست؟

$$5x = 65 - 10$$

$$5x = 55 \rightarrow x = \frac{55}{5} = 11$$

۳- با توجه به سوال بالا، روش حل معادله را توضیح دهد. سپس معادله های دیگر را به همین

ترتیب حل کند.

$$\begin{aligned} 2x-3 &= x+5 \\ \Rightarrow 2x-x &= 5+3 \\ \Rightarrow x &= 8 \end{aligned} \quad \begin{aligned} 2x-1 &= x-7 \\ \Rightarrow 2x-x &= -7+1 \\ \Rightarrow x &= -6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2(x-1) &= 3(x+4) \\ 2x-2 &= 3x+12 \Rightarrow 2x-3x &= 12+2 \\ \Rightarrow -x &= 14 \Rightarrow x = -14 \end{aligned}$$



معادله های زیر را حل کند.

$$\begin{aligned} 5(x-4) &= 1 \\ \Rightarrow 5x-20 &= 1 \Rightarrow x = \frac{21}{5} \\ 1-4x &= -(x-1)+4 \\ \Rightarrow 1-4x &= -x+1+4 \\ \Rightarrow -4x+x &= 4-1 \\ \Rightarrow -3x &= 3 \\ \Rightarrow x &= -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x+4 &= 16 \\ x &= 16-4 \\ x &= 12 \\ 4(x-1) &= 3(1-x) \\ \Rightarrow 4x-4 &= 3-3x \\ \Rightarrow 4x+3x &= 3+4 \\ \Rightarrow 7x &= 7 \\ \Rightarrow x &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4x-3 &= 2x-1+5x \Rightarrow 4x-3 = 7x-1 \\ \Rightarrow 4x-7x &= 3-1 = -2 \\ \Rightarrow -3x &= -2 \Rightarrow x = -\frac{2}{3} \\ 4x-3(1-x) &= 0 \\ \Rightarrow 4x-3+3x &= 0 \\ \Rightarrow 7x &= 3 \\ \Rightarrow x &= \frac{3}{7} = 0.42857 \end{aligned}$$

### فعالیت



۱- معادله زیر را دو دانش آموز حل کرده اند. راه حل آنها را توضیح دهید. ویژگی های هر کدام از روش هارا بگویید و در کلاس با یکدیگر در این باره گفت و گو کنید.

راه حل یگانه

$$\frac{1}{2}x - \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{1}{2}x = \frac{5}{6} + \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{2}x = \frac{7}{6}$$

$$x = \frac{\frac{7}{6}}{\frac{1}{2}} = \frac{14}{6}$$

$$x = \frac{7}{3}$$

درو طرف  $\frac{1}{3}$  اضافه شد

درو طرف  $\frac{1}{2}$  از اضافه شد

$$\frac{1}{2}x - \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$$

$$6 \times (\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}) = 6 \times \frac{5}{6}$$

$$6 \times \frac{1}{2}x - 6 \times \frac{1}{3} = 6 \times \frac{5}{6}$$

دو طرف را بر عدد ۶ ضرب کرد

اخام صورها و مسامه کرد

$$3x - 2 = 5$$

$$3x = 7$$

$$x = \frac{7}{3}$$

درو طرف ۲ واحد اضافه شد

$$[2, 3, 6] = 4$$

چرا یکتا عدد ۶ را برای ضرب کردن انتخاب کرده است؟ لجیک ترین مقرب مستر ک این سه عدد است

۲- دو دانش آموز کسر  $\frac{x+3}{2}$  را به صورت زیر در ۴ ضرب کرده اند. کدام یک اشتباه کرده است؟ اعلان سقرا می سست خطا کسری هست کل صورت

$$6 \times \left(-\frac{x+3}{2}\right) = -3x - 9$$

درست

$$6 \times \left(-\frac{x+3}{2}\right) = -3x + 9$$

نادرست



کار در کلاس

معادله های زیر را حل کنید.

$$\frac{3}{5}x - \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \Rightarrow 12x - 10 = 15 \Rightarrow 12x = 25$$

$$\Rightarrow x = \frac{25}{12}$$

$$\frac{x+1}{2} = \frac{x+2}{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3x + 3 = 2x + 4$$

$$\Rightarrow 3x - 2x = 4 - 3$$

$$\Rightarrow x = 1$$

$$\frac{2}{3}x - \frac{1}{2} = \frac{1}{6} \Rightarrow 4x - 3 = 1$$

$$\Rightarrow 4x = 4 \Rightarrow x = 1$$

$$-\frac{9}{25}x - \frac{4}{15} = \frac{8}{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -11x - 20 = 200$$

$$\Rightarrow -11x = 220$$

$$\Rightarrow x = \frac{-220}{11} = -20$$

$$(x-1) + x + (x+1) = 27 \Rightarrow x = 9$$

۱۲ جواب

$$x + 4 = 2x \Rightarrow x = 4$$

۱۳ جواب

$$x + (x+4) + 2x = 4x + 4$$



۱- معادله های زیر را حل کنید.

$$-\frac{3}{8}x + 5 = \frac{1}{6} \Rightarrow x = \frac{114}{9}$$

$$\frac{5}{12}x - \frac{7}{18} = 2 \Rightarrow x = \frac{14}{15}$$

$$2x + \frac{2}{7} = \frac{3}{2}x \Rightarrow x = -\frac{4}{35}$$

$$2x - \frac{2}{3} = 5x + 3 \Rightarrow x = -\frac{11}{9}$$

$$1 - \frac{x+1}{2} = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{2x-1}{4} = \frac{3}{4} \Rightarrow x = 0$$

$$2(x+5) = 24 \Rightarrow x = 7$$

۲- عرض مستطیلی ۵ سانتی متر و محیط آن ۲۴ سانتی متر است. طول این مستطیل چقدر است؟

$$7x + 4 = 24 \Rightarrow x = 4$$

۳- هفت برابر عددی به اضافه ۴ مساوی ۵۸ است. آن عدد چند است؟

$$7x - 3 = 17 \Rightarrow x = 2$$

$$x + (x+1) + (x+2) = 27$$

$$x = 2$$

۴- حاصل جمع سه عدد متالی طبیعی ۲۷ شده است. کوچک ترین این عددها را پیدا کنید.

$$x + 5 = 17 \Rightarrow x = 12$$

$$x = 1$$

۵- از پنج برابر عددی ۳ تا کم کردیم؛ عدد ۱۷ به دست آمد. آن عدد چند است؟

۶- اگر مرغ عددی به آن عدد اضافه شود، عدد حاصل، ۴۲ خواهد بود. کدام یک از مقادیر

$$x + x = 42 \Rightarrow x(x+1)(x+2) = 42$$

$$x = 5, 6, 7, 14$$

۷- تعداد کتاب های محمد دو برابر تعداد کتاب های بهرام است. علی ۶ کتاب بیشتر از بهرام دارد.

اگر بهرام  $x$  تا کتاب داشته باشد، یک عبارت جبری بنویسید که مجموع کتاب های این سه نفر را نشان دهد.

۸- پدری ۴۵ سال دارد. دو فرزند او ۹ و ۱۴ ساله اند. پس از چند سال سن پدر با مجموع

$$45 + x = (9+x) + (14+x) \Rightarrow x = 22$$

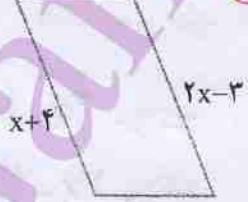
سن فرزندانش برابر می شود؟

۹- در درس علوم یاد گرفتید که کار انجام شده برابر است با مقدار نیرو در اندازه جابه جایی.

این رابطه را با تساوی  $F = W/d$  نشان می دهیم. اگر کار انجام شده ۱۲ و مقدار نیرو ۴ باشد، مقدار

جابه جایی را حساب کنید.

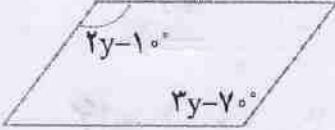
۱۰- معادله ها را با توجه به شکل های زیر حل کنید.



$$x+4 = 2x-3$$

$$\Rightarrow -x = -7$$

$$\Rightarrow x = 7$$



$$2y - 10 = 3y - 70$$

$$\Rightarrow -y = -60$$

$$\Rightarrow y = 60$$

## مرور فصل ۴

### نکاتی و مهارت‌ها

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند مطیعیت سوید که می‌توانید با جمله‌های خود آنها را توصیف کنید و برای هر کدام مثالی بفرزید.

#### تجزیه کردن (تبديل به ضرب)

در این فصل، روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند، با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود خلاصه درس را بنویسید.

#### تبديل عبارت جبری به عبارت کلامی و برعکس

#### ساده کردن یک عبارت جبری با جمع جمله‌های متشابه

#### ضرب جمله در پرانتز

#### پیدا کردن مقدار عددی یک عبارت

#### تبديل یک عبارت به ضرب

#### بیان رابطه جبری برای الگوهای مساحت و محیط و...

#### ضرب جمله در جمله

#### ضرب پرانتز در پرانتز

#### حل معادله‌های کسری

### کاربرد

موضوع‌های این فصل علاوه بر کاربردهایی که در ریاضی دارد، به شما در حل مسئله‌های روزمره نیز کمک می‌کند. شما با تشكیل معادله و حل آن می‌توانید مسائل زیادی را حل کنید. به همین ترتیب، می‌توانید در سایر درس‌ها، مثل علوم، نیاز از رابطه‌ها و معادله‌های جبری استفاده کنید.

### تمرین ترکیبی

۱- عبارت جبری زیر را ساده کنید.

$$(a+b)^2 - (a-b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab - (a^2 + b^2 - 2ab) = 4ab = 4 \times (2) \times (-2) = -16$$

مقدار عددی عبارت حاصل را به ازاء  $a=2$  و  $b=-2$  بدست آورید.

۲- معادله‌های زیر را حل کنید.

$$\frac{x-1}{2} - \frac{x+1}{3} = \frac{1}{6} \Rightarrow 3(x-1) - 2(x+1) = 1 \Rightarrow 3x - 3 - 2x - 2 = 1 \Rightarrow x = 6$$

$$2x - 1 = 3(x-1) \Rightarrow 2x - 1 = 3x - 3 \Rightarrow 2x - 3x = 1 - 3 \Rightarrow -x = -2 \Rightarrow x = 2$$

$$\Rightarrow 3x - 3 - 2x - 2 = 1$$

$$\Rightarrow x - 5 = 1$$

$$\Rightarrow x = 6$$