



اعداد اول

اعدادی به غیر از یک، که فقط بر خودشان و یک بخش پذیر هستند را اعداد اول می نامند. به عبارت دیگر هر عددی که به غیر از خودش و ۱، مقسوم علیه دیگری نداشته باشد را، عدد اول گویند. (اعداد اول فقط دو مقسوم علیه یا دو شمارنده دارند). اعدادی مانند ۲، ۳، ۵، ۷، ۱۱، ۱۳ و ... اعداد اول هستند. تنها عدد اول زوج عدد ۲ است.

$$11 = 11 \times 1$$

$$13 = 13 \times 1$$

$$17 = 17 \times 1$$

اعداد مرکب

اگر a و b اعدادی طبیعی باشند و c نیز عددی طبیعی باشد و داشته باشیم $a \times b = c$ آنگاه a و b را مقسوم علیه های c می گویند. هر عددی که بیش از دو مقسوم علیه داشته باشد عدد مرکب نامیده می شود.

مثال: عدد ۲۴ را می توان به صورت $24 = 3 \times 8$ و $24 = 4 \times 6$ و $24 = 24 \times 1$ نوشت، در اینصورت اعداد ۱، ۳، ۴، ۶، ۸ و ۲۴ را مقسوم علیه های عدد ۲۴ می گویند.

✓ نکته: هر عدد مقسوم علیه خودش است.

✓ نکته: عدد یک مقسوم علیه تمام اعداد است.

✓ نکته: برای تشخیص اینکه عددی طبیعی مثل A اول است یا مرکب، کفایت بخش پذیری A را بر اعداد اولی که مجذورشان کوچک تر یا مساوی A است بررسی نمائید، اگر بر هیچ یک از این اعداد بخش پذیر نبود، آنگاه عدد A اول است.

✓ نکته: مجذور یک عدد یعنی آن عدد ضربدر خودش. مثلاً مجذور ۲ یعنی $2 \times 2 = 4$

✓ نکته: هرگاه مجموع دو عدد اول، عددی فرد باشد، یکی از آن دو عدد حتماً عدد ۲ است. (مجموع دو عدد هنگامی فرد خواهد شد که یک عدد زوج با یک عدد فرد جمع شود)

مثال: عدد ۱۴۳ اول است یا مرکب؟

بخش پذیری ۱۴۳ را بر اعداد اول ۲، ۳، ۵، ۷، ۱۱، ... بررسی می نمائیم. این عدد بر ۱۱ بخش پذیر است پس ۱۴۳ عددی مرکب است.

$$143 = 11 \times 13 \quad 143 = 1 \times 143$$

مثال: عدد ۸۳ اول است یا مرکب؟

بخش پذیری ۸۳ را بر اعداد اول ۲، ۳، ۵، ۷، ۱۱، ... بررسی می نمائیم. این کار را تا کجا باید ادامه داد؟ عدد ۸۳ بر ۲، ۳، ۵، ۷ بخش پذیر نیست. پس دیگر لازم نیست بخش پذیری آن را بر عدد ۱۱ بررسی کنیم چون مجذور عدد ۱۱ یعنی ۱۲۱ از ۸۳ بزرگتر است. پس ۸۳ عددی اول است.

نکته:

$2 \times 2 = 4$	$3 \times 3 = 9$	$5 \times 5 = 25$	$7 \times 7 = 49$
$11 \times 11 = 121$	$13 \times 13 = 169$	$17 \times 17 = 289$	$19 \times 19 = 361$

مضرب های طبیعی

برای نوشتن مضرب های یک عدد طبیعی مانند K کفایت، عدد طبیعی K را در اعداد طبیعی ۱، ۲، ۳، ۴، ... ضرب کنیم تا مضرب های عدد K بدست آید.

مثال: مضرب های طبیعی اعداد ۲، ۳، ۵، ۷، ۱۱ را بنویسید؟

$2 \times 1 = 2$	$3 \times 1 = 3$	$5 \times 1 = 5$	$7 \times 1 = 7$	$11 \times 1 = 11$
$2 \times 2 = 4$	$3 \times 2 = 6$	$5 \times 2 = 10$	$7 \times 2 = 14$	$11 \times 2 = 22$
$2 \times 3 = 6$	$3 \times 3 = 9$	$5 \times 3 = 15$	$7 \times 3 = 21$	$11 \times 3 = 33$
$2 \times 4 = 8$	$3 \times 4 = 12$	$5 \times 4 = 20$	$7 \times 4 = 28$	$11 \times 4 = 44$
$2 \times 5 = 10$	$3 \times 5 = 15$	$5 \times 5 = 25$	$7 \times 5 = 35$	$11 \times 5 = 55$
$2 \times 6 = 12$	$3 \times 6 = 18$	$5 \times 6 = 30$	$7 \times 6 = 42$	$11 \times 6 = 66$
$2 \times 7 = 14$	$3 \times 7 = 21$	$5 \times 7 = 35$	$7 \times 7 = 49$	$11 \times 7 = 77$
.
.
.

❖ تمرین در کلاس

(۱) آیا عدد ۵۳ عددی اول است؟ چرا؟

(۲) چهار عدد مرکب بزرگتر از ۲۶ بنویسید؟

(۳) برای هر عدد یک مقسوم علیه غیر از یک و خود عدد بنویسید؟

$25 =$

$7 =$

$28 =$

$10 =$

$54 =$

$37 =$

$102 =$

$53 =$

$124 =$

$129 =$

(۴) دور اعداد مرکب خط بکشید.

۱۱۱	۲۱	۲۷	۲۶	۲	۶۳
۸	۱	۹	۱۳	۱۴	۵۷

۵) آیا عدد ۱۲۷ عددی مرکب است؟ عدد ۱۱۳ چطور؟

۶) در مجموعه {۳۱, ۲۹, ۱۲۱, ۹, ۵۷, ۹۷} چند عدد اول وجود دارد؟

۷) آیا تمام اعداد اول فرد هستند؟

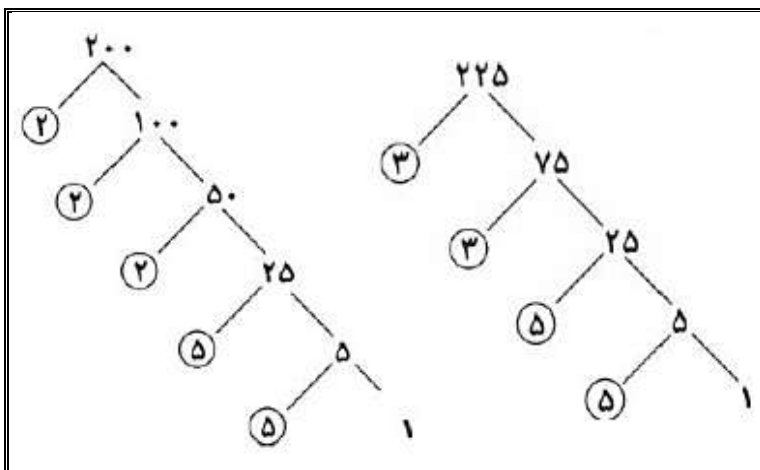
۸) زیر اعداد اول خط بکشید؟

۲۷ ۵۷ ۶۷ ۷۷ ۹۷

۹) آیا حاصلضرب دو عدد اول، عددی اول است؟ توضیح دهید.

تجزیه اعداد به حاصل ضرب عوامل اول

برای تجزیه یک عدد به حاصل ضرب عوامل اول، آن عدد را بر کوچکترین عدد اولی که بر آن بخش پذیر است تقسیم میکنیم، سپس خارج قسمت تقسیم را بر کوچکترین عدد اولی که بر آن بخش پذیر است تقسیم میکنیم و این عمل را تا جایی ادامه می دهیم که خارج قسمت تقسیم برابر با عدد ۱ (یک) شود. در این صورت حاصل ضرب مقسوم علیه ها (اعداد اول بدست آمده) حاصل ضرب عوامل اول مورد نظر است.



تمرین : هر یک از اعداد ۴۲۰ ، ۷۲۹ و ۱۰۰۰ را به حاصل ضرب عوامل اول تجزیه کنید.

تعیین اعداد اول ، روش الگوریتم غربال

با استفاده از روش الگوریتم غربال می توان اعداد اول را مشخص کرد. این روش یعنی جدا کردن اعداد اول از مرکب که در زیر این روش را شرح می دهیم:

- عدد یک را خط بزنید.
- مضرب های ۲ را غیر از خود ۲ خط بزنید.
- مضرب های ۳ را غیر از خود ۳ خط بزنید.
- مضرب های ۵ را غیر از خود ۵ خط بزنید.
- مضرب های ۷ را غیر از خود ۷ خط بزنید.
- این کار را تا جایی ادامه دهید که فقط اعداد اول باقی بماند.

مثال: در جدول زیر اعداد اول را مشخص کنید؟

x	2	3	۴	5	۶
7	۸	۹	۱۰	11	۱۲
13	۱۴	۱۵	۱۶	17	۱۸
19	۲۰	۲۱	۲۲	23	۲۴
۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	29	۳۰

۱. ابتدا عدد ۱ را خط می زنیم.
۲. مضربهای ۲ را به غیر از خود عدد ۲ خط می زنیم. (۴، ۶، ۸، ۱۰، ۱۲، ۱۴، ۱۶، ۱۸، ۲۰، ۲۲، ۲۴، ۲۶، ۲۸، ۳۰)
۳. مضربهای ۳ را به غیر از خود عدد ۳ خط می زنیم. (۹، ۱۵، ۲۱، ۲۷)
۴. اولین عددی که به غیر از ۲ و ۳ که خط نخورده ۵ است. پس مضربهای ۵ را بغیر از ۵ خط بزنید. (۲۵)
۵. اعداد باقیمانده همگی اول هستند.

❖ تمرین

(۱) با استفاده از الگوریتم غربال اعداد اول بین ۳۵ تا ۶۵ را بدست آورید؟

- (۲) گزینه صحیح و غلط را مشخص کنید.
- تمام اعداد اول فرد هستند. ص غ
 - اعداد اول فقط دو مقسوم علیه دارند. ص غ
 - کوچکترین عدد طبیعی صفر است. ص غ
 - تمام مضربهای عدد ۷ مرکب هستند. ص غ
 - تمام اعداد اول دو رقمی هستند. ص غ
 - کوچکترین عدد اول سه رقمی ۱۰۱ است. ص غ
 - عدد ۲۲۳ بر ۳ بخش پذیر است ص غ
 - ۵۱ عددی اول است. ص غ
 - تمام اعداد اول فرد هستند. ص غ
 - عدد ۳۱×۵۹ عددی اول است. ص غ
 - ۵۹ عددی اول است. ص غ

- عدد ۹۱ عددی مرکب است. ص □ غ □
- هر عددی که بیش از دو مقسوم علیه داشته باشد عددی مرکب است. ص □ غ □
- تنها مقسوم علیه اول عدد ۱۱ خود ۱۱ است. ص □ غ □
- عدد ۱۲ را می توان به صورت حاصلضرب دو عدد طبیعی بزرگتر از یک نوشت. ص □ غ □
- عدد ۲ هم زوج است، هم اول. ص □ غ □

۳) با کمک روش الگوریتم غربال اعداد اول بین ۹۵ تا ۱۱۵ را مشخص کنید.

- ۴) هر یک از جملات زیر را با کلمه ای مناسب پر کنید.
- تنها عدد اول زوج است.
 - هر عدد طبیعی که فقط دو مقسوم علیه داشته باشد عددی است.
 - ۴۹ عددی است.
 - تنها مقسوم علیه اول هر عدد اول است.
 - تنها عددی که نه اول است نه مرکب است.

۵) در مجموعه زیر اعداد اول را مشخص کنید.

{۵۱, ۹۱, ۶۳, ۹۷, ۱۲۱, ۸۳}

۶) با توجه به مجموعه زیر اعداد مرکب را مشخص کنید.

{۱۷, ۲۷, ۳۷, ۴۷, ۵۷, ۶۷}

۷) بین ۷۳ و ۹۳ چند عدد اول وجود دارد؟ (با روش غربال)

۸) هر یک از عبارت های ستون سمت راست را به عدد مناسب از ستون سمت چپ وصل کنید.

ستون سمت چپ	ستون سمت راست
۹۱	عددی اول است
۲	هم زوج است هم مرکب
۱۲	

بزرگترین مقسوم علیه مشترک دو عدد (معروف به م.م.ب)

بزرگترین عددی که دو عدد طبیعی a و b بر آن بخش پذیرند ، بزرگترین مقسوم علیه مشترک آن دو عدد گفته می شود.

✓ (م.م.ب) دو عدد a و b را با نماد $(a$ و $b)$ نشان می دهیم.

به عنوان مثال دو عدد ۴۲ و ۳۵ را در نظر بگیرید ، این دو عدد بر بزرگترین شمارنده خودشان

یعنی عدد ۷ بخش پذیر هستند. پس عدد ۷ را (م.م.ب) این دو عدد می نامیم.

یا دو عدد ۱۶ و ۲۴ را در نظر بگیرید ، با کمی دقت متوجه می شویم که این دو عدد بر

بزرگترین شمارنده خودشان یعنی عدد ۸ بخش پذیر هستند. پس عدد ۸ (م.م.ب) این دو عدد

می باشد.

نکته بسیار مهم : (م.م.ب) دو عدد اول همیشه (۱) یک است.

کوچکترین مقسوم علیه مشترک دو عدد (معروف به ک.م.م)

کوچکترین عدد طبیعی که هم بر عدد طبیعی a و هم بر عدد طبیعی b بخش پذیر می باشد را کوچکترین مقسوم علیه مشترک دو عدد گفته می شود.

✓ (ک.م.م) دو عدد a و b را با نماد $[a \text{ و } b]$ نشان می دهیم.

✓ برای بدست آوردن (ک.م.م) دو عدد ، کافی است که آن دو عدد را در هم ضرب نموده و بر (ب.م.م) شان تقسیم کنیم.

به عنوان مثال دو عدد ۳۵ و ۴۲ را در نظر بگیرید ، برای بدست آوردن (ک.م.م) ، این دو عدد را در هم ضرب نموده $۳۵ \times ۴۲ = ۱۴۷۰$ و بر بزرگترین مقسوم علیه مشترکشان یعنی عدد ۷ تقسیم می کنیم و حاصل عدد ۲۱۰ می شود.

تمرین : (ک.م.م) دو عدد $[۱۵۰ \text{ و } ۳۰۰]$ را بدست آورید.

تمرین : (ب.م.م) و (ک.م.م) های خواسته شده را بدست آورید.

$$[۴ \text{ و } ۱۲] = \quad (۳ \text{ و } ۱۵) = \quad (۷ \text{ و } ۵) = \quad (۳۰ \text{ و } ۲۰) =$$

$$[۹ \text{ و } ۴] = \quad [۳۰ \text{ و } ۱۵] = \quad (۱۹ \text{ و } ۳۸) = \quad [۵۰ \text{ و } ۳۰] =$$

$$[۶ \text{ و } ۴] = \quad (۷ \text{ و } ۲ \text{ و } ۳) = \quad [۲ \text{ و } ۹] = \quad [۳ \text{ و } ۷] =$$

✓ نکته : حاصل ضرب (ک.م.م) دو عدد در (ب.م.م) آنها برابر با حاصل ضرب آن دو عدد می باشد.

✓ نکته : برای محاسبه (ب.م.م) دو عدد که به حاصل ضرب عوامل اول تجزیه شده اند حاصل ضرب عوامل مشترک با کمترین توان را می نویسیم. همچنین برای محاسبه (ک.م.م) آنها ، حاصل ضرب عوامل مشترک و غیر مشترک را با بیشترین توان را می نویسیم.

مثال : (ب.م.م) و (ک.م.م) دو عدد A و B با مشخصات زیر را بنویسید.

$$B = 2^2 \times 5^3 \times 3 \times 7 \text{ و } A = 2^3 \times 5 \times 7^4$$

برای بدست آوردن (ب.م.م) دو عدد بالا ، همانطور که در نکته بالا گفته شده ، عوامل مشترک با توان کمتر را در هم ضرب می کنیم :

$$2^2 \times 5 \times 7$$

برای بدست آوردن (ک.م.م) دو عدد بالا هم ، عوامل مشترک و غیر مشترک را با توان های بیشتر در هم ضرب می کنیم :

$$2^3 \times 5^3 \times 7^4 \times 3$$

تمرین : (ب.م.م) و (ک.م.م) دو عدد E و D با مشخصات زیر بنویسید.

$$E = 2^2 \times 7^3 \times 5^2 \text{ و } D = 2^3 \times 7^2 \times 5^3$$