

## فصل سوم

### چند ضلعی ها

توازی و تعامد

چهار ضلعی ها

هندسه

زاویه خارجی و داخلی

امام علی (ع) می فرماید: اگر بردبار نیستی خود را بردبار نشان بده زیرا کمتر کسی است که خود

را شبیه گروهی کند و سرانجام یکی از آنها نشود.

فرزانگان

هوالحق

ریاضی ۸

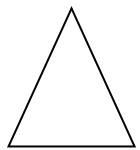
سلام بر شهیدی که برای بپایی دین خدا... سخت زنگی کرد و سخت جان داد... یا حسینها

فصل سوم

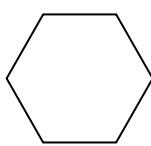
هندسه فصل سوم شامل چند بخش است.

بخش اول چند ضلعی ها... هر خط شکسته بسته به شرطی که اضلاعش فقط در رأس ها برخورد داشته باشند را یک

چند ضلعی می گویند.



هست

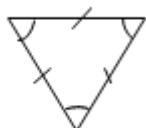
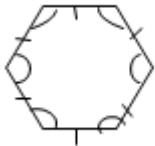


هست



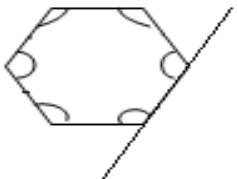
نیست

چند ضلعی منتظم : همه ضلعهایش با هم و همه زاویه هایش نیز با هم برابرند.



چند ضلعی محدب یا کوثر ← هر یک از زاویه هایش از  $180^\circ$  درجه کمتر است.

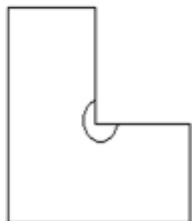
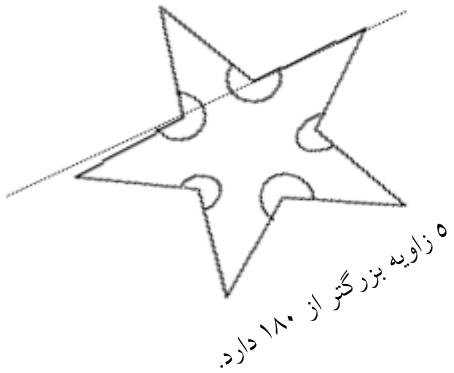
نشانه های دیگر : هر یک از ضلع هایش را امتداد دهی چند ضلعی دقیقاً در یک طرف خط می افتد.



چند ضلعی مقعر (کاو) ← حداقل یکی از زاویه هایش از  $180^\circ$  درجه بزرگتر است.

نشانه دیگر: اگر یکی از ضلع هایش را امتداد دهیم چهار ضلعی در دو طرف فقط قرار می گیرد.

\* در هر  $n$  ضلعی مقعر حداقل یک ضلع با ویژگی بالا وجود دارد.



برای هر  $n$  ضلعی محدب داریم :

$$(n-2) \times 180^\circ$$

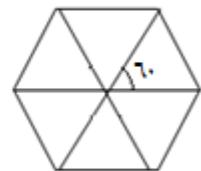
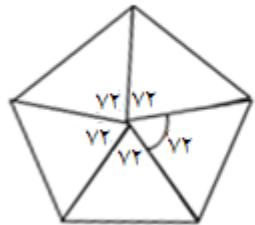
$$\text{مجموع زوایای خارجی هر } n \text{ ضلعی} = 360^\circ$$

$$\frac{(n-2) \times 180^\circ}{n} \leftarrow \text{هر زاویه داخلی } n \text{ ضلعی منتظم برابر}$$

$$\frac{360^\circ}{n} \leftarrow \text{هر زاویه خارجی } n \text{ ضلعی منتظم برابر}$$

$$\frac{360^\circ}{n} \leftarrow \text{هر زاویه مرکزی } n \text{ ضلعی منتظم برابر}$$

**مثال**) هر زاویه مرکزی شکل های منتظم زیر را بنویسید.



$$360^\circ \div 5 = 72$$

$$\frac{360^\circ}{4} = 90^\circ$$

$$\frac{360^\circ}{6}$$

می توانی با الگویابی بدست  
آوری یادت باشد دلیلش را هم  
می خواهم!

۶) تعداد قطرهای هر  $n$  ضلعی دلخواه برابر است با  $\leftarrow \text{؟} \text{؟}$

لطفاً خودت بنویس جواب ۶ را

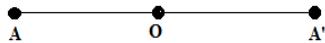
**تمرین:** هر زاویه داخلی یک  $n$  ضلعی منتظم برابر  $144$  درجه است.  $n$  راه حل؟

\*در هر  $n$  ضلعی منظم حداکثر  $3$  زاویه  $90$  درجه می توان رسم کرد چرا؟ ( $n > 4$ )

جواب: مجموع زوایای خارجی هر  $n$  ضلعی  $360$  می باشد. اگر در یک  $5$  ضلعی مثلاً،  $4$  زاویه  $90$  باشد مجموع زاویه های خارجی آن  $4$  تا  $360$  شده و دیگر زاویه ای برای پنجمی نمی ماند.

### تقارن نسبت به یک نقطه

اگر نقطه  $O$  وسط پاره خط  $AA'$  باشد، دو نقطه  $A$  و  $A'$  نسبت به نقطه  $O$  قرینه هم هستند.



\*  $A'$  را قرینه  $A$  می گویند نسبت به  $O$

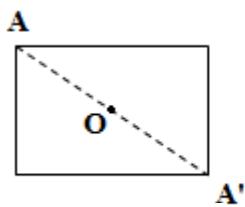
**مرکز تقارن یک شکل:** هرگاه نقطه ای درون یک شکل یافت شود به طوری که قرینه هر نقطه از شکل نسبت به آن، روی خود شکل بیفتد، به آن مرکز تقارن می گویند.

\* هر فرد ضلعی منتظم مرکز تقارن ندارد.

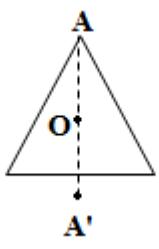
\* هر زوج ضلعی منتظم مرکز تقارن دارد.

\* متوازی الاضلاع، لوزی، مستطیل مرکز تقارن دارند.

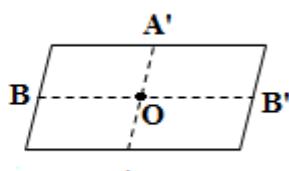
به هر شکل توجه کن



$O$  مرکز تقارن است.

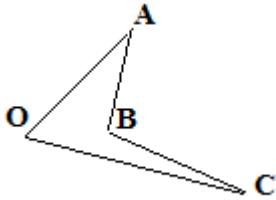


$O$  مرکز تقارن نیست.



$O$  مرکز تقارن است.

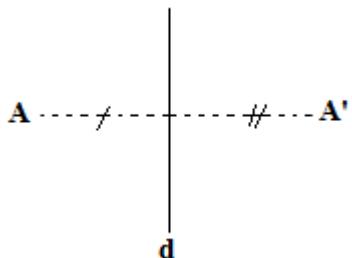
**مثال**) شکل زیر را طوری کامل کنید که نقطه  $O$  مرکز تقارن آن شکل شود.



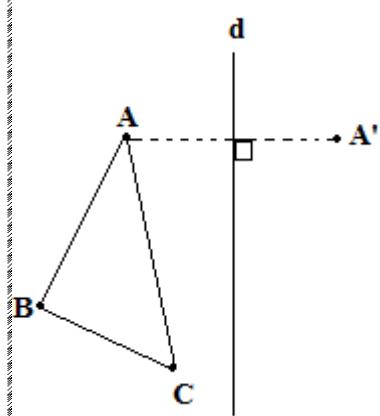
حل : از سه رأس  $C, B, A$  به  $O$  وصل کرده

به اندازه خودش امتداد می دهیم تا  $A'$  ،  $B'$  و  $C'$  را بیابیم

تقارن نسبت به یک خط : اگر خط  $d$  عمود منصف پاره خط  $AA'$  باشد ، دو نقطه ای



$A$  و  $A'$  نسبت به خط  $d$  قرینه‌ی یکدیگرند.



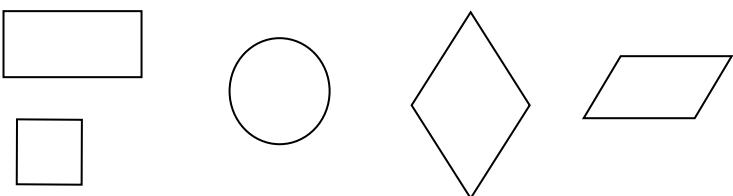
قرینه شکل مقابل را نسبت به محور  $d$  رسم کنید.

حل : از هر نقطه بر خط  $d$  عمودی رسم می کنیم و به اندازه خودش

ادامه می دهیم.

محور تقارن یک شکل : خطی است که شکل را به دو قسمت مساوی و قابل انطباق تقسیم می کند.

\* هر  $n$  ضلعی منتظم  $n$  محور تقارن دارد.



محور تقارن هر شکل را رسم کن.

مستطیل ..... محور تقارن دارد. مربع ..... محور تقارن دارد.

دایره ..... محور تقارن دارد. متوازی الاضلاع ..... محور تقارن دارد.

لوژی ..... محور تقارن دارد. شکلی که مرکز تقارن دارد اما محور تقارن ندارد.....

\*محور تقارن یک زاویه همان نیمساز زاویه می باشد.

\*تقارن مرکزی نسبت به یک نقطه را دوران  $180^\circ$  درجه مرکزی نیز می نامند.

در دوران  $180^\circ$  درجه مرکزی شکل وارونه می شود. زیرا نیم دور در صفحه می چرخد.

\*هر شکل را دو بار  $180^\circ$  دوران هم بر خودش منطبق می شود.

\*هر شکل را  $360^\circ$  درجه دوران دهیم بر خودش منطبق می شود.

\*هر شکل را ۴ بار، دوران  $90^\circ$  درجه دهیم بر خودش منطبق می شود.

در هر  $n$  ضلعی منتظم نقطه‌ی بنام  $O$  وجود دارد که از تمام گوشه‌های به یک فاصله می باشد.

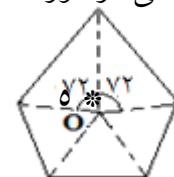
اگر از  $O$  به گوشه‌های  $n$  ضلعی وصل کنیم زاویه‌های مساوی ایجاد می شود که هر کدام از طریق  $\frac{360}{n}$  محاسبه می شوند.



\* ۶ ضلعی منتظم بعد از دوران  $60^\circ$ ،  $120^\circ$ ،  $180^\circ$ ، ... مضارب  $60^\circ$  حول  $O$  بر خودش منطبق می شود.

\* ۶ ضلعی در دوران  $180^\circ$  هم بر خودش منطبق می شود پس  $O$  مرکز تقارن آن نیز می باشد.

ضلعی منتظم بعد از دوران  $72^\circ$  و مضارب آن حول  $O$  بر خودش منطبق می شود.



۵ ضلعی منتظم بعد از  $180^\circ$  درجه بر خودش منطبق نمی شود پس  $O$  مرکز تقارنش نیست.

\* در هر ۸ ضلعی منتظم هر زاویه مرکزی  $45^\circ$  می شود. پس هر ۸ ضلعی منتظم بعد از  $45^\circ$  و مضارب آن بر خودش

منطبق می شود. ← ۸ ضلعی منتظم بعد از  $180^\circ$  درجه نیز بر خودش منطبق می شود. پس  $O$  مرکز تقارنش است.

هر  $n$  ضلعی منتظم بعد از هر دوران  $\frac{360}{n}$  درجه حول  $O$ ، بر خودش منطبق می

## تمرين های فصل (۱۱) چند ضلعی ها

۱) کامل کنید.

- اندازه ای هر زاویه داخلی  $8$  ض منظم ..... درجه می باشد.

- به هر خط شکسته ای بسته ..... می گویند.

- هر زاویه خارجی  $10$  ضلعی منتظم برابر ..... است.

- مجموع زوایای خارجی  $20$  ضلعی برابر ..... است.

- زاویه خارجی یک  $n$  ضلعی منتظم  $18$  می باشد ،  $n$  برابر عدد ..... می باشد.

- زاویه خارجی یک  $n$  ضلعی منتظم  $45$  است  $n$  ضلعی دارای ..... قطر است.

- زاویه داخلی یک  $n$  ضلعی منتظم  $144$  است. از هر رأس آن ..... قطر می گذرد.

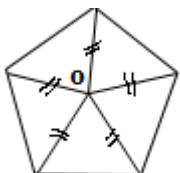
- چهار ضلعی که محور تقارن دارد اما مرکز تقارن ندارد ..... نامیده می شود.

- چهار ضلعی که مرکز تقارن دارد اما محور تقارن ندارد ..... نامیده می شود.

- شکلی که  $5$  محور تقارن دارد اما مرکز تقارن ندارد ..... نامیده می شود.

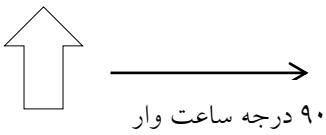
- یک  $5$  ضلعی منتظم با دوران  $72$  درجه حول  $0$  بر خودش منطبق .....

۲) آیا یک ده ضلعی منتظم بعد از دوران  $108$  درجه حول مرکز تقارنش ، بر خودش منطبق می شود؟ چرا؟

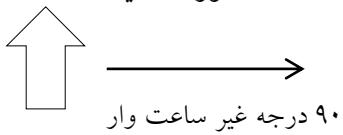


۳) یک  $6$  ضلعی منتظم و یک  $4$  ضلعی هر کدام در دوران های چند درجه حول مرکز تقارنشان، بر خود منطبق می شوند؟

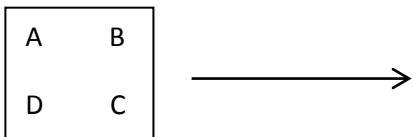
۴) دوران  $246$  درجه ای یک  $5$  ضلعی منتظم حول  $0$  با کدام دوران زیر برابر است؟ چرا؟  $180^\circ$   $45^\circ$   $30^\circ$   $60^\circ$



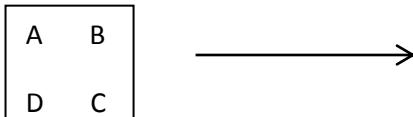
۵) شکل زیر را با دوران خواسته شده ، دوران دهید.



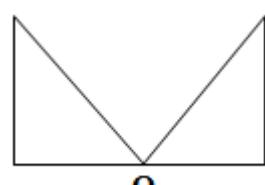
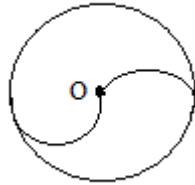
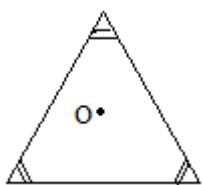
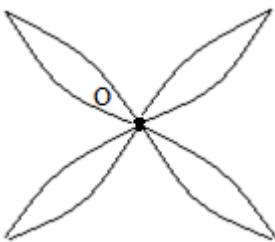
۶) شکل زیر پس از ۲۰۱۵ بار دوران ۹۰ درجه ساعت وار به چه صورت می شود.



۷) شکل زیر بعد از ۱۳۹۳ بار دوران ۱۸۰ درجه به چه صورت می شود.



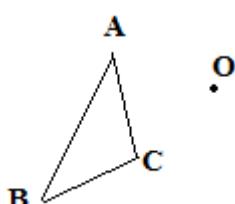
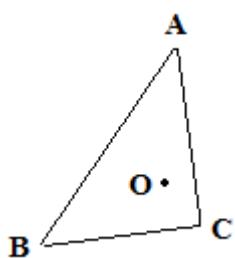
۸) در کدام شکل O مرکز تقارن هست.

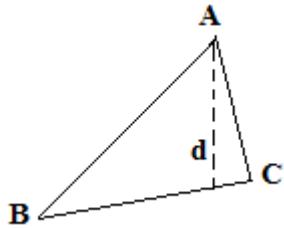


۹) از حروف لاتین بزرگ ، حروفی را بنویسید که نماد آنها مرکز تقارن داشته باشد؟

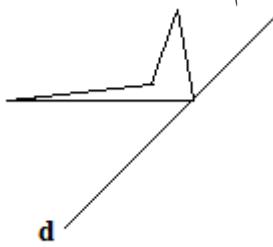
ب) حروفی که محور تقارن دارند را بنویسید.

۱۰) قرینه هر شکل را نسبت به نقطه O رسم کنید.





۱۱) قرینه هر شکل را نسبت به خط  $d$  رسم کنید.



۱۲) در یک ۱۲ ضلعی از هر رأس آن چند تا قطر؟ کل قطرها

۱۳) اگر از هر گوشه یک  $n$  ضلعی بگذرد، مجموع زوایای داخلی آن چند درجه است؟

۱۴) اگر تعداد قطرهای یک  $n$  ضلعی منتظم ۲۰ باشد هر زاویه خارجی آن چند درجه است؟

۱۵) هر زاویه مرکزی ۲۰ ضلعی منتظم؟

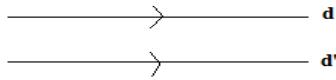
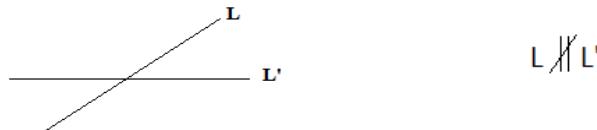
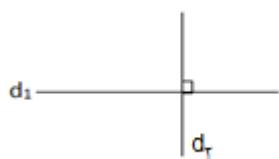
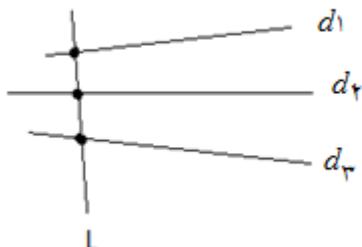
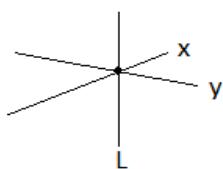
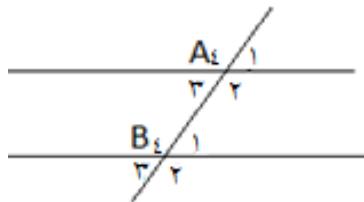
۱۶) اگر زاویه مرکزی یک  $n$  ضلعی منتظم ۴۵ درجه باشد، آن  $n$  ضلعی چند قطر؟

۱۷) هر زاویه داخلی آن؟

۱۸) هر زاویه خارجی آن؟

۱۹) هر زاویه داخلی یک  $n$  ضلعی منتظم ۱۳۵ می باشد. هر زاویه مرکزی آن؟

۲۰) مجموع زوایای داخلی یک  $n$  ضلعی ۱۰۸ می باشد. از هر رأس آن چند قطر؟

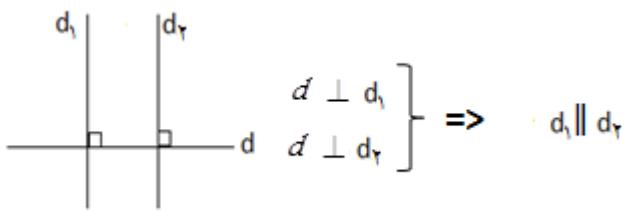
بخش دوم : توازیتوازی و تعامددو خط  $d$  و  $d'$  موازی هستند و می نویسیم  $d \parallel d'$ دو خط  $L$  و  $L'$  متقاطع هستند و می نویسیم  $L \nparallel L'$ دو خط  $d_1$  و  $d_2$  بر هم عمود هستند و می نویسیم  $d_1 \perp d_2$ خط مورب: اگر خطی چند خط دیگر را در نقاط جدا از هم قطع کند به آن خط مورب می گویند.در شکل خط  $L$  سه خط دیگر را در سه نقطه جداگانه قطع کرده است پس  $L$  مورب است.لازم نیست سه خط  $d_1$  و  $d_2$  و  $d_3$  موازی باشند.در شکل زیر  $L$  دو خط دیگر را در نقطه مشترک قطع کرده پس  $L$  مورب نیست.\*قضیه: اگر خط موربی دو خط موازی را قطع کند ۸ زاویه ایجاد می شود. ۴ زاویه تند و برابر و ۴ زاویه باز برابر:

$$\hat{A}_1 = \hat{A}_2 = \hat{B}_1 = \hat{B}_2 \\ \hat{B}_3 = \hat{B}_4 = \hat{A}_3 = \hat{A}_4$$

\*یک زاویه باز و یک زاویه تند مکمل هم هستند.  $\hat{A} + \hat{A}_1 = 180^\circ, \hat{A} + \hat{B}_1 = 180^\circ, \dots$

\*  $\hat{A}$  و  $\hat{B}$  را دو زاویه متبادل داخلی برابر گویند.

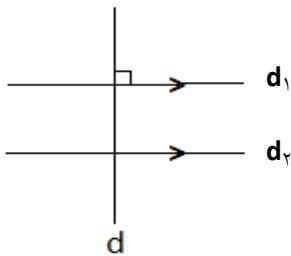
### اصول توازی (معروف به اصول اقلیدس)



اصل ۱) دو خط عمود بر یک خط با هم موازی‌اند.

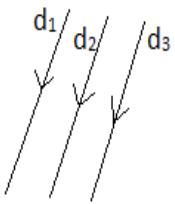
اصل ۲) اگر خطی بر یکی از دو خط موازی عمود شد بر دیگری نیز عمود می‌شود.

$$\left. \begin{array}{l} d_1 \parallel d_2 \\ d \perp d_1 \end{array} \right\} \Rightarrow d \perp d_2$$

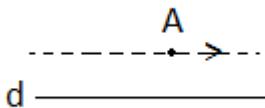


اصل ۳) دو خط موازی با یک خط خودشان با هم موازی‌اند.

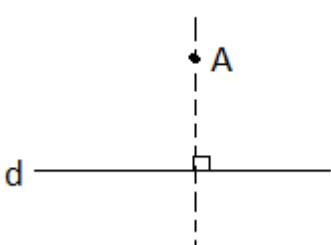
$$\left. \begin{array}{l} d_1 \parallel d_2 \\ d_2 \parallel d_3 \end{array} \right\} \Rightarrow d_1 \parallel d_3$$



اصل ۴) از یک نقطه خارج خط فقط یک خط موازی با آن می‌توان رسم کرد.



اصل ۵) از یک نقطه خارج خط فقط یک خط عمود بر آن می‌توان رسم کرد.



### تمرین توازی و تھامد و چند ضلعی

۱) نتیجه هر استنتاج رو برو را بنویس.

$$\left. \begin{array}{l} a \perp b \\ b \perp c \end{array} \right\} \Rightarrow \dots$$

$$\left. \begin{array}{l} a \parallel b \\ a \parallel c \end{array} \right\} \Rightarrow \dots$$

$$\left. \begin{array}{l} x \parallel y \\ y \perp z \end{array} \right\} \Rightarrow \dots$$

۲) دو خط عمود بر یک خط با هم.....

اگر خطی بر یکی از دو خط موازی عمود باشد بر دیگری نیز.....

دو خط موازی با یک خط خودشان با هم.....

۳) جمله زیر را به صورت ریاضی بنویسید.

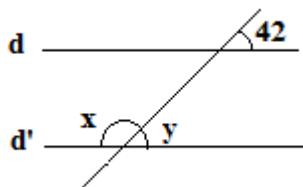
اگر خطی بر یکی از دو خط موازی عمود باشد بر دیگری نیز عمود است.

$$\left[ \begin{array}{l} \dots \\ \dots \end{array} \right] \Rightarrow \dots$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a \parallel b \\ b \parallel c \end{array} \right. \Rightarrow a \parallel c$$

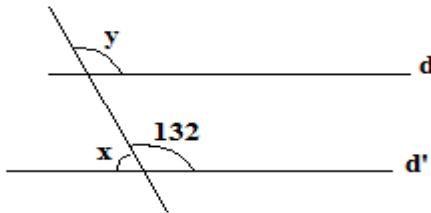
۴) عبارت ریاضی زیر را به صورت کلامی بنویس.

۵) در شکل  $d \parallel d'$  زاویه های خواسته شده را به دست آورید.



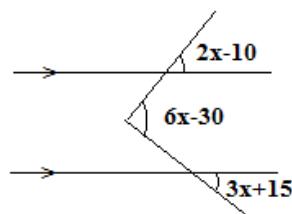
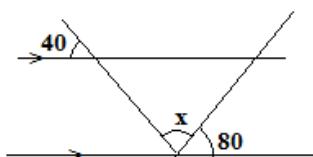
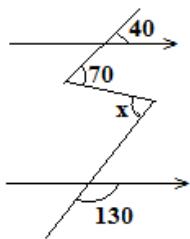
$$\hat{x}$$
  

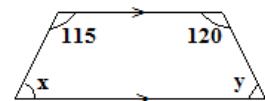
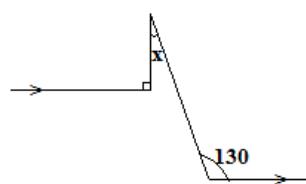
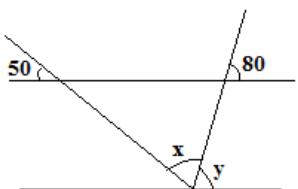
$$\hat{y}$$



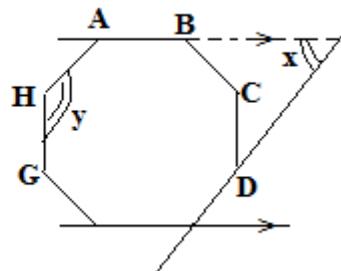
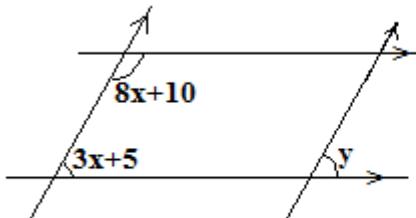
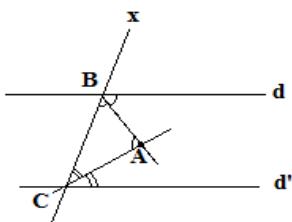
$$\hat{x} + \hat{y} =$$

۶) در هر شکل زیر مقادیر مجهول را به دست آورید.

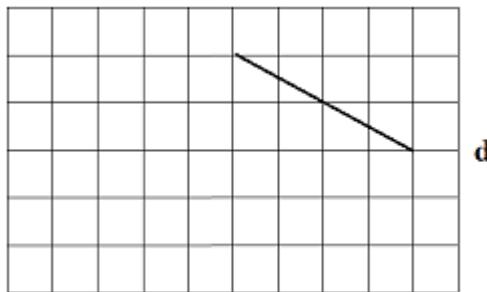




پ) ض منظم

۷) در شکل  $d'$  و  $d \parallel d'$  نیمساز  $\hat{B}$  و  $\hat{C}$  نیمساز  $\hat{A}$  باشد. ثابت کنید.  $\hat{A} = 90^\circ$ ۸) تعداد قطرهای یک چند ضلعی محدب  $170$  می باشد. از هر رأس آن چند قطر می گذرد؟۹) مجموع تعداد قطرها و ضلع های یک چند ضلعی محدب برابر  $190$  شده است. چند ضلع دارد؟۱۰) برای تشخیص  $n$  ضلعی مقعر سه نشانه وجود دارد؟ بنویسید.۱۱) در یک  $n$  ضلعی محدب حداقل چند زاویه  $60$  درجه می توان رسم کرد چرا؟

- ۱۲) در صفحه شطرنجی یک مستطیل  $3 \times 5$  رسم کرده و قطر  $AC$  را ترسیم کن حال بدون خط کش و گونیا عمود منصف  $AC$  را رسم کن و توضیح بده!



- ۱۳) در صفحه شطرنجی مقابل روش ترسیم خط عمود بر خط  $d$  را توضیح بده! بدون خط کش و وسایل ترسیم.....

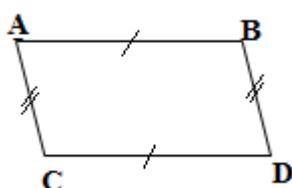


## چهار ضلعی ها

متوالی الاضلاع: چهار ضلعی است که اضلاع آن دو به دو موازی هستند.

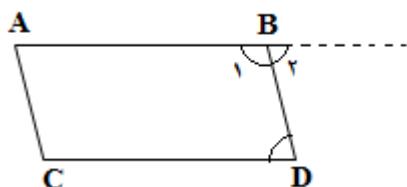
$$AB \parallel DC \text{ و } AD \parallel BC$$

### ویژگی های متوالی الاضلاع



- اضلاع مقابل دو به دو با هم برابرند.
- زاویه های مقابل برابرند.
- زاویه های مجاور مکمل اند.
- قطرها منصف یکدیگرند.

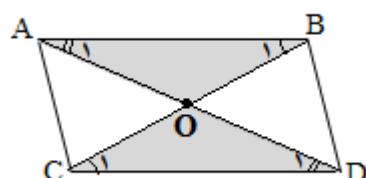
**قضیه** : ثابت کنید در متوالی الاضلاع زاویه های مجاور مکمل اند.



$$AC \parallel BD \text{ و } AB \parallel DC \quad \text{فرض} \quad B + D = 180^\circ \quad \text{حکم}$$

$$B + B = 180^\circ \quad B = D \Rightarrow B + D = 180^\circ$$

**قضیه** : ثابت کنید در متوالی الاضلاع قطرها منصف یکدیگرند.



متوالی الاضلاع : فرض

$$AO = OD \text{ و } BO = OC \quad \text{حکم}$$

$$\overline{AB} = \overline{CD} \rightarrow \text{متوالی الاضلاع}$$

$$\left. \begin{array}{l} \triangle AOB \cong \triangle COD \\ \angle B = \angle C \rightarrow \\ \angle A = \angle D \rightarrow \end{array} \right\} \text{متوالی الاضلاع}$$

$$\begin{array}{c} \text{زض ز} \\ \triangle BOC \cong \triangle COD \end{array}$$

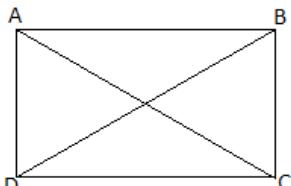
$$\text{مورد } AD$$

$$AO = OD, BO = OC$$

مستطیل: چهار ضلعی است که ۴ زاویه  $90^\circ$  درجه دارد.

+ متوازی الاضلاعی است که یک زاویه  $90^\circ$  درجه دارد.

+ مستطیل نوعی متوازی الاضلاع است و ۴ خاصیت متوازی الاضلاع را دارد.



$$AC = BD$$

### ویژگی مستطیل

- قطرها با هم برابرند.

لوزی: چهار ضلعی است که ۴ ضلع برابر دارد.

\* متوازی الاضلاعی است که دو ضلع مجاورش برابرند.

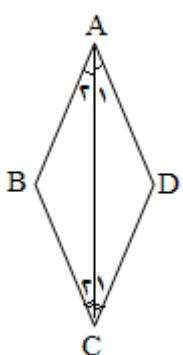
\* لوزی نوعی متوازی الاضلاع است و ۴ خاصیت متوازی الاضلاع را دارد.

### ویژگی لوزی

- قطرها بر هم عمودند.

- قطرها نیمساز زاویه های مقابل اند.

قضیه: ثابت کنید در لوزی قطرها نیمساز زاویه های مقابل اند.



لوزی : فرض حکم  $A_1 = A_2$  و  $C_1 = C_2$

$$\overline{AC} = \overline{AC} \rightarrow \text{مشترک}$$

$$\overline{AB} = \overline{AD} \rightarrow \text{لوزی} \quad \Delta = \Delta \xrightarrow{\text{ضض}} A_1 = A_2 \text{ و } C_1 = C_2$$

$$\overline{BC} = \overline{DC} \rightarrow \text{لوزی}$$

مربع: چهار ضلعی است که ۴ ضلع برابر و ۴ زاویه  $90^\circ$  درجه دارد.

\* متوازی الاضلاعی است که ۲ ضلع مجاور برابر و زاویه  $90^\circ$  درجه دارد.

\* لوزی است که یک زاویه  $90^\circ$  درجه دارد.

\* لوزی است که قطرها برابرند.

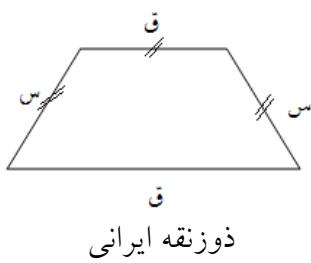
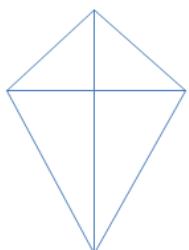
\* مربع ، مستطیلی است که دو ضلع مجاورش برابرند.

### ویژگی مربع

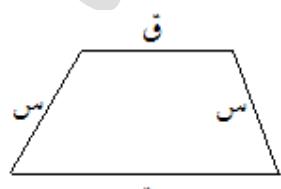
- قطرها عمود و منصف و برابرند.

\* مربع نوعی لوزی است زیرا تمام ویژگی های لوزی را دارد اما لوزی ، مربع نیست زیرا تمام ویژگی های مربع را ندارد.

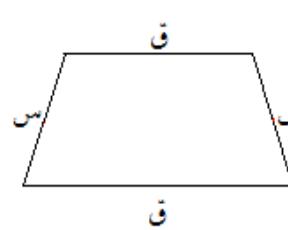
\* اگر در یک چهار ضلعی قطرها بر هم عمود باشند لزوماً لوزی است؟ خیر ممکن است شبه لوزی یا کایت باشد.  
قطرها عمودند اما شکل لوزی نیست.



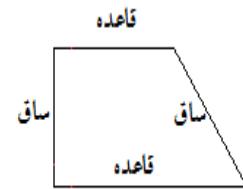
(سه ضلع برابر دارد.)



مختلف الاضلاع



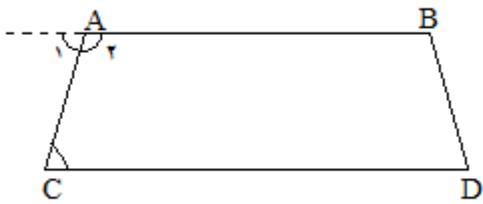
متساوی الساقین



قائم الزاویه

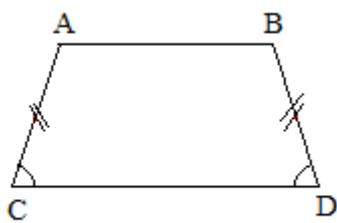
**ویژگی مهم:** در هر نوع ذوزنقه دو زاویه مجاور به هر ساق مکمل اند.

$$A+C=180 \quad \text{و} \quad B+D=180 \quad \text{حکم}$$



$$AB \rightarrow A+C \quad \text{مورب}$$

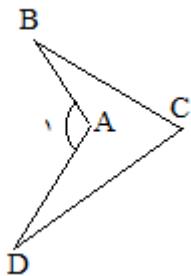
$$\begin{array}{l} A+A_1=180 \\ C+A_1=180 \end{array}$$



ویژگی ذوزنقه متساوی الساقین : دو زاویه مجاور به قاعده برابرند.

### نکات فصل ۳ (چهار ضلعی ها)

۱) در یک چهارضلعی مقعر اندازه زاویه خارجی  $A$  برابر است با :



$$\hat{A} = C+B+D \quad \text{چرا؟}$$

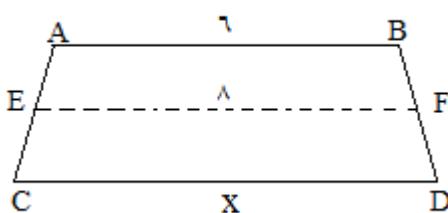
۲) اگر اوساط اضلاع متوازی اضلاع را به هم وصل کنید یک متوازی الاضلاع ساخته می شود. شکل بکش

۳) اگر اوساط یک لوزی را به یکدیگر وصل کنید مستطیل تولید می شود. شکل بکش

۴) اگر اوساط یک مربع را وصل کنید ، مربع ایجاد می شود. شکل بکش

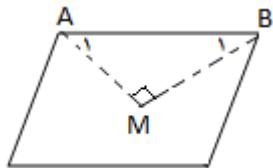
۵) پاره خطی که وسط های دو ساق ذوزنقه متساوی الساقین را بهم وصل می کند موازی قاعده هاست و اندازه آن

برابر نصف مجموع دو قاعده است.



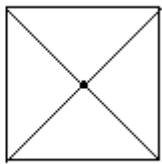
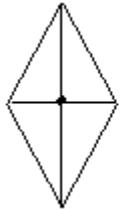
$$EF = \frac{1}{2}(AB+CD)$$

$$\frac{6+x}{2} = 8 \Rightarrow 6+x = 16 \Rightarrow x = 10 \quad (\text{مثال})$$



۶) در هر متوازی الاضلاع نیمسازهای دو زاویه مجاور بر هم عمودند.

زیرا:  $A + B = 90^\circ$  پس  $M = 90^\circ$



۷) از برخورد نیمسازهای لوزی و مربع یک نقطه ایجاد می شود.

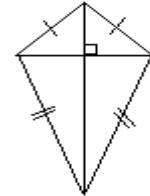
زیرا نیمسازها همان قطرهایش هستند.

۸) از برخورد نیمسازهای داخلی متوازی الاضلاع یک مستطیل درست می شود. شکل بکش

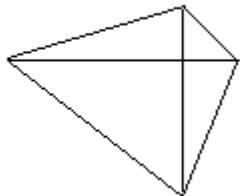
۹) از برخورد نیمسازهای داخلی هر مستطیل، مربع درست می شود. شکل بکش.

۱۰) در لوزی قطرها بر هم عمودند. اما هر چهار ضلعی که دارای دو قطر عمود بر هم باشد همیشه لوزی نیست. مثل

برای اینکه لوزی شود حتما باید قطرها عمود منصف باشند. کایت با شبه لوزی



۱۱) آیا هر شکل که دو قطر عمود و برابر داشته باشد مربع است؟ خیر باید منصف نیز باشند.



۱۲) مربع نیست اما  $\Rightarrow$  قطرها برابر و عمودند.

## تمرين چهار ضلعی ها

۱) جملات صحیح غلط را مشخص کنید.

مربع نوعی لوزی است  ص  غ

لوزی نوعی مربع است  ص  غ

لوزی نوعی متوازی الاضلاع است  ص  غ

مربع نوعی مستطیل است  ص  غ

مستطیل نوعی متوازی الاضلاع است  ص  غ

در لوزی قطرها عمود منصف هم و برابرند  ص  غ

در هر متوازی الاضلاع قطرها برابرند  ص  غ

۲) کامل کنید.

مربع لوزی است که ..... .

مستطیل متوازی الاضلاعی است که ..... .

مربع مستطیلی است که ..... .

چهار ضلعی که فقط دو ضلع موازی دارد ..... نامیده می شود.

دو ذوزنقه دو زاویه مجاور به ساق ..... .

متوازی الاضلاع که قطرهایش عمود و برابر شوند ..... می شود.

متوازی الاضلاعی که دو ضلع مجاورش برابر باشند ..... است.

لوزی که یک زاویه  $90^\circ$  داشته باشد ..... .

اگر اوساط یک مستطیل را متواالیاً وصل کنیم ..... تولید می شود.

اگر اوساط اضلاع یک لوزی را متواالیاً وصل کنیم ..... درست می شود.

در چهار ضلعی های ..... و ..... قطرها نیمساز هستند.

در متوازی الاضلاع زاویه های مقابل ..... و زاویه های مجاور ..... هستند.

(۳) برای هر شکل زیر ۴ خاصیت بنویس.

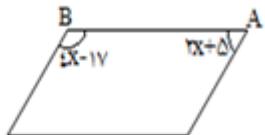
متوازی الاضلاع

مربع

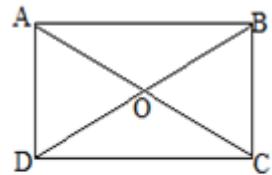
مستطیل

لوزی

(۴) در هر شکل زیر مقادیر مجهول را به دست آورید.



$$\hat{A} = \dots \quad , \quad 0$$

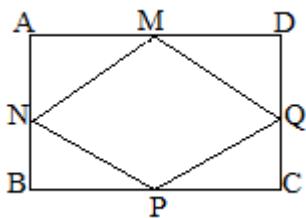


$$AC = 1 \\ OD = x - 2 \\ X = \dots$$

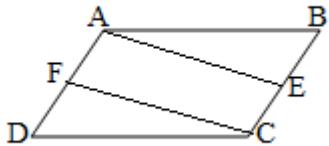


$$a = \dots \\ AD = \dots$$

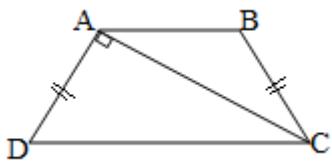
(۵) اوساط اضلاع مستطیل مقابل را متواالیاً وصل کرده ایم ثابت کنید ۴ ضلعی وسط لوزی است.



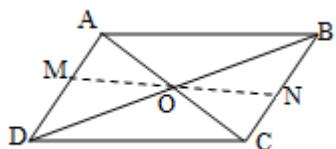
۶) در شکل  $ABCD$  متوازی الاضلاع است.  $E$  و  $F$  وسط دو ضلع هستند ثابت کنید  $AEFC$  متوازی الاضلاع است.



۷) ذوزنقه مقابل متساوی الساقین است.  $AC$  نیمساز  $B$  است. اندازه  $B$  را به دست آورید.



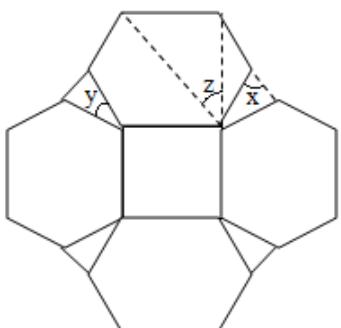
۸) در شکل  $ABCD$  متوازی الاضلاع است.



پاره خط  $MN$  را از  $O$  عبور می دهیم . ثابت کنید  $MO=ON$

۹) کاشی کاری مقابل از مربع و ۶ ضلعی منتظم و مثلث تشکیل شده است.

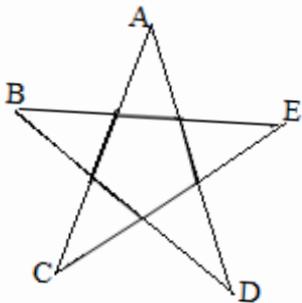
زاویه های خواسته شده را به دست آورید.



$\hat{x}$

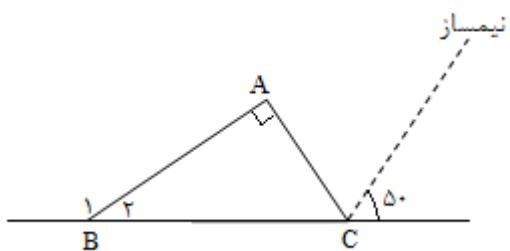
$\hat{y}$

$\hat{z}$

سوالات ترکیبی فصل ۳۱) ثابت کنید  $A+B+C+D+E=180$ ۲) مجموع زوایای داخلی یک چند ضلعی به جز یکی از آنها  $1392^\circ$  است. آن زاویه چند درجه است؟

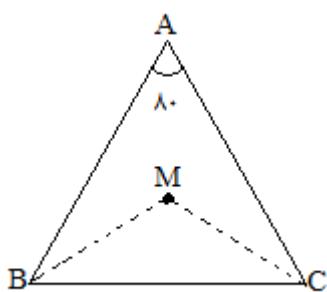
۳) در شکل زوایه های خواسته شده را به دست آورید.

$$\hat{B}_\gamma = \dots$$

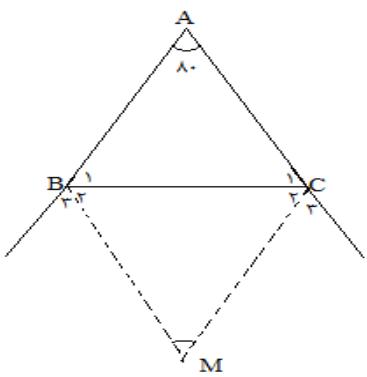
۴)  $\hat{B}M$  و  $\hat{MC}$  نیمسازهای  $\hat{A}$  و  $\hat{C}$  هستند.

$$\hat{M} = \dots$$

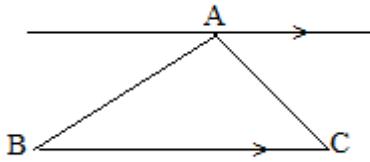
نکته: .....

۵)  $\hat{MB}$  و  $\hat{MC}$  نیمسازهای دو زاویه خارجی هستند.

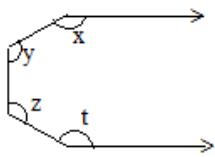
$$\hat{M} = \dots$$



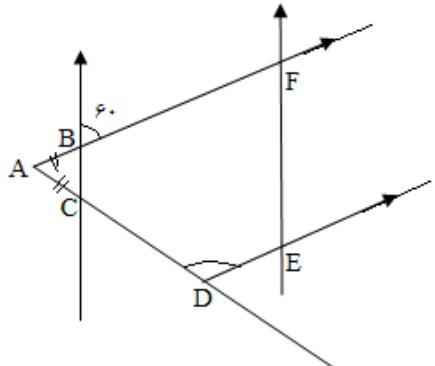
۶) با توجه به شکل ثابت کنید مجموع زوایای مثلث  $180^\circ$  درجه می شود.



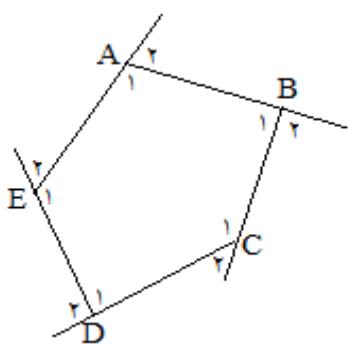
۷) مجموع زوایه های  $x$  و  $y$  و  $z$  و  $t$  (۷)



$\hat{A}$  و  $\hat{D}$  چند درجه اند.

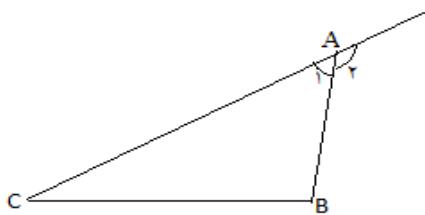


۸)  $|x| + |y| + |z| + |t|$  می باشد. چند نقطه می توان یافت که از هر ۴ خط به یک فاصله باشد.



۹) ثابت کنید مجموع زوایه های خارجی ۵ ضلعی  $360^\circ$  درجه است.

(۱۱) ثابت کنید زاویه خارجی برابر است با مجموع دو زاویه داخلی غیر مجاور (در مثلث)



(۱۲) مقدار  $x$  ؟

