

جبر و معادله

یک جمله ای جبری: عبارت جبری که از دو قسمت عدد (ضریب) و متغیر تشکیل شده باشد.

مانند: $5xy$ $\frac{a}{3}$

چند جمله ای جبری: اگر بین عبارت های جبری علامت جمع و تفریق باشد تشکیل چند جمله ای می دهد.

مانند: $a - b + 7$ (دارای سه جمله) $x + 2y$ (دارای دو جمله)

عبارت جبری متشابه: عبارتی که متغیر های آن (حروف انگلیسی) و توان متغیرها کاملا مثل هم باشند.

مانند: $(5xy, -4yx)$, $(3a^3b^2, \frac{2}{3}a^3b^2)$

عبارت جبری نا متشابه: عبارتی که متغیرهای آن یا توان متغیرها شبیه هم نباشند.

مانند: $(3bc, 2b)$, $(-4x^2y, 5xy^2)$

ساده کردن عبارت های جبری: جملات متشابه را جدا کرده سپس مانند جمع و تفریق اعداد صحیح آن ها را جواب داده با این تفاوت که حروف کنار اعداد نوشته می شود.

مثال: عبارت های جبری زیر را ساده کنید.

$-4x + 2y + 10x = 6x + 2y$ $a^2b - 4ab + 5ab + 2a^2b - 4ab = 3a^2b - 3ab$

ضرب دو جمله ای: در ضرب دو جمله ای ضریب ها در هم و متغیرها در هم ضرب می شوند.

مانند: $5x(-2x) = -10x^2$ $6ab(\frac{2}{3}c) = 4abc$

ضرب یک جمله ای در چند جمله ای: یک جمله ای در تمام جملات چند جمله ای ضرب می شود.

مانند: $-6a(3a + b) = -18a^2 - 6ab$

ضرب چند جمله ای در چند جمله ای: جملات پیرانتز اول در تمام جملات پیرانتز دوم ضرب می شود. سپس عبارت را ساده می کنیم.

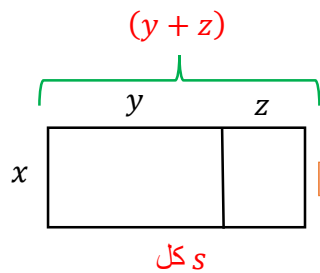
مانند: $(2x - y)(x + 3y) = 2x^2 + 6xy - xy - 3y^2 = 2x^2 + 5xy - 3y^2$

نکته: اگر یک چند جمله ای داخل پیرانتز و به توان 2 باشد آن عبارت را به صورت ضرب دو پیرانتز می نویسیم.

مانند: $(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$

جبر و معادله

نکته: با توجه به مساوی بودن مساحت در دو شکل می توان برای یک شکل تساوی جبری نوشت.



مثال: با توجه به شکل یک تساوی جبری بنویسید.

$$s = s_1 + s_2 \Rightarrow x(y + z) = xy + xz$$

نکته: یک عدد دو رقمی را به صورت \overline{ab} و یک عدد سه رقمی را به صورت \overline{abc} نشان می دهیم.

نکته: مقلوب عدد \overline{ab} را به صورت \overline{ba} نشان می دهیم. مثلاً مقلوب عدد ۳۷ برابر با ۷۳ می شود.

نکته: مجموع هر عدد دو رقمی با مقلوب آن همواره مضرب ۱۱ می باشد:

$$\overline{ab} + \overline{ba} = 10a + b + 10b + a = 11a + 11b = 11(a + b)$$

نکته: اختلاف هر عدد دو رقمی با مقلوب آن همواره مضرب ۹ می باشد:

$$\overline{ab} - \overline{ba} = 10a + b - 10b - a = 9a - 9b = 9(a - b)$$

مقدار عددی عبارت جبری: به جای متغیرها اعداد داده شده را قرار می دهیم سپس با توجه به ترتیب انجام عملیات (اولویت) عبارت را جواب می دهیم.

مثال: مقدار عددی عبارت های جبری زیر را به ازای مقادیر داده شده به دست آورید.

الف) $5x - 2xy + 7$ ($x = 1, y = -2$) $5(1) - 2(1)(-2) + 7 = 5 + 4 + 7 = 16$

ب) $a^2 + b^2 - 4ab$ ($a = -2, b = 2$) $(-2)^2 + 2^2 - 4(-2)(2) = 4 + 4 + 16 = 24$

تجزیه عبارت جبری: (تبدیل به ضرب یا فاکتورگیری) مراحل زیر را به ترتیب انجام می دهیم:

۱- ابتدا (ب.م.م) ضرایب را به دست می آوریم.

۲- حروف مشترک با توان کمتر را کنار (ب.م.م) ضرایب می نویسیم.

۳- تمام جملات عبارت را بر جمله ی مشترک تقسیم کرده و داخل پرانتز می نویسیم.

مثال: عبارت های زیر را به ضرب تبدیل کنید.

$$10ab + 15a = 5a(2b + 3)$$

عامل مشترک

$$xyz - xz = xz(y - 1)$$

$$\frac{x^2y + xy^2}{x^2y^2 + x^2y^2} = \frac{\cancel{xy}(x + y)}{\cancel{x^2y^2}(x + y)} = \frac{1}{xy}$$

جبر و معادله

معادله: معادله یک تساوی جبری است که به ازای بعضی از اعداد به یک تساوی درست تبدیل می شود.

نکته: برای حل معادله مراحل زیر را به ترتیب انجام می دهیم:

(۱) مجهول ها را به طرف چپ و عددهای معلوم را به طرف راست انتقال می دهیم. (عددی که انتقال داده شود علامت آن عوض می شود)

(۲) عددهای مجهول با هم و عددهای معلوم را با هم جواب می دهیم.

(۳) حاصل عددهای معلوم را بر حاصل عددهای مجهول تقسیم می کنیم.

مثال: معادله های زیر را جواب دهید.

$$\begin{aligned} 2x + 3 &= -7 \\ 2x &= -7 - 3 \\ 2x &= -10 \\ x &= \frac{-10}{2} = -5 \\ x &= -5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -6 + x &= 2x + 5 \\ x - 2x &= 5 + 6 \\ -x &= 11 \\ x &= \frac{11}{-1} = -11 \\ x &= -11 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4(x - 2) &= 2x \\ 4x - 8 &= 2x \\ 4x - 2x &= 8 \\ 2x &= 8 \\ x &= \frac{8}{2} = 4 \Rightarrow x = 4 \end{aligned}$$

نکته: در معادلات کسری دو طرف معادله را در (ک.م.م) مخرج ها ضرب کرده تا تبدیل به معادله معمولی شود.

$$-\frac{1}{2}x + \frac{3}{4} = \frac{5}{6} \Rightarrow 12 \times \left(-\frac{1}{2}x + \frac{3}{4}\right) = \left(\frac{5}{6}\right) \times 12 \Rightarrow -6x + 9 = 10 \Rightarrow -6x = 1 \Rightarrow x = -\frac{1}{6}$$

(ک.م.م) مخرج ها $[2, 4, 6] = 12$

نکته: سه عدد متوالی را به صورت $(x, x + 1, x + 2)$ و سه عدد فرد یا زوج متوالی را به صورت $(x, x + 2, x + 4)$ نمایش

می دهیم.

مثال: مجموع سه عدد زوج متوالی ۶۰ شده است. عدد بزرگتر چند است؟

$$x + (x + 2) + (x + 4) = 60 \Rightarrow 3x + 6 = 60 \Rightarrow 3x = 54 \Rightarrow x = 18 \Rightarrow \{18, 20, 22\}$$

مثال: به پنج برابر عددی هشت واحد اضافه کرده ایم حاصل از قرینه دو برابر آن عدد شش واحد کمتر است آن عدد چند است؟

$$5x + 8 = -2x - 6 \Rightarrow 5x + 2x = -6 - 8 \Rightarrow 7x = -14 \Rightarrow x = -2 \quad \text{آن عدد}$$