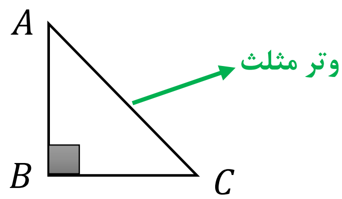
درسنامه و نکات کلیدی **(فصل ششم)** **سال هشتم**

مثلث

مثلث قائم الزاویه : مثلثی است که دو ضلع آن بر هم عمود باشند. ضلع روبه رو به زاویه ۹۰ درجه وتر نام دارد.

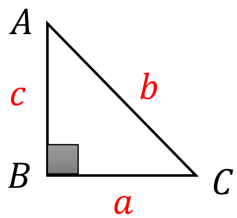
نکته : وتر مثلث قائم الزاویه بزرگترین ضلع مثلث است.



رابطه فیثاغورس : این رابطه فقط در مثلث قائم الزاویه نوشته می شود :

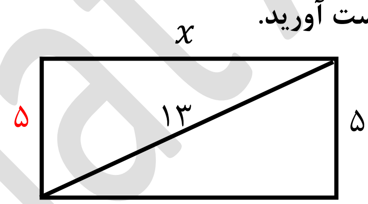
کلامی : $(\text{وتر})^۲ = (\text{یک ضلع})^۲ + (\text{ضلع دیگر})^۲$

جبری : $b^۲ = a^۲ + c^۲$



نکته : اگر در مثلثی مجذور یک ضلع با مجموع مجذورهای دو ضلع دیگر برابر باشد. آن مثلث قائم الزاویه است. (عکس رابطه فیثاغورس)

مثال : در هر شکل مقدار x را به دست آورید.

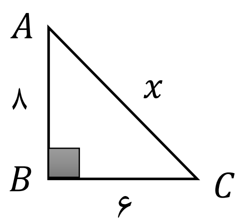


$۱۳^۲ = x^۲ + ۵^۲$

$۱۶۹ = x^۲ + ۲۵$

$x^۲ = ۱۶۹ - ۲۵ = ۱۴۴$

$x = \sqrt{۱۴۴} = ۱۲$



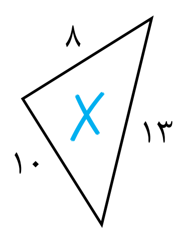
$b^۲ = a^۲ + c^۲$

$x^۲ = ۶^۲ + ۸^۲$

$x^۲ = ۳۶ + ۶۴ = ۱۰۰$

$x = \sqrt{۱۰۰} = ۱۰$

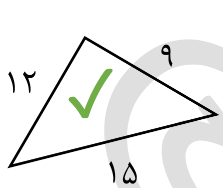
مثال : کدام یک از مثلث های زیر قائم الزاویه است؟ چرا؟



$۱۳^۲ = ۱۰^۲ + ۸^۲$

$۱۶۹ = ۱۰۰ + ۶۴$

$۱۶۹ \neq ۱۶۴$



$۱۵^۲ = ۱۲^۲ + ۹^۲$

$۲۲۵ = ۱۴۴ + ۸۱$

$۲۲۵ = ۲۲۵$

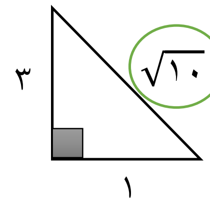
اعداد فیثاغورسی : اعدادی هستند که مربع ضلع بزرگتر با مجموع مربعات دو ضلع دیگر برابر باشند.

نکته : بعضی از اعداد فیثاغورسی پرکاربرد عبارتند از : (۱۵ , ۲۰ , ۲۵) , (۹ , ۱۲ , ۱۵) , (۵ , ۱۲ , ۱۳) , (۶ , ۸ , ۱۰) , (۳ , ۴ , ۵)

رسم پاره خط به طول $\sqrt{a}$: ابتدا دو عدد مشخص کرده که مجموع مربعات آن دو عدد زیر رادیکال شود. سپس مثلث قائم الزاویه با این اضلاع رسم کرده وتر مثلث به اندازه ی همان عدد خواسته شده است.

مثلث

مثال : پاره خطی به طول $\sqrt{۱۰}$ رسم کنید. ابتدا دو عدد پیدا کرده که مجموع مربعات آن دو عدد ۱۰ شود :

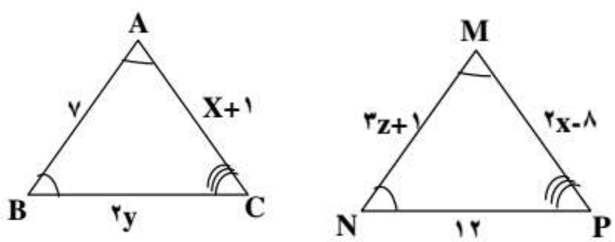


$$۳^۲ + ۱^۲ = ۹ + ۱ = ۱۰$$

شکل های همنهشت : اگر دو شکل را با یک یا چند تبدیل (انتقال و تقارن و دوران) بر یکدیگر منطبق کنیم. به طوری که کاملا یکدیگر بپوشانند آن دو شکل همنهشت هستند.

نکته : در دو شکل همنهشت اجزای متناظر دو مثلث (ظلع ها و زاویه ها) برابرند.

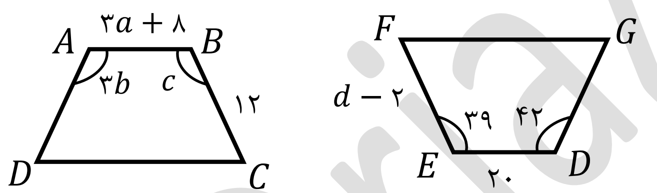
مثال : دو مثلث زیر همنهشت هستند. نوع تبدیل و مقدار x و y و z را به دست آورید. نوع تبدیل : انتقال



$\overline{AB} = \overline{MN}$	$\overline{AC} = \overline{MP}$	$\overline{BC} = \overline{NP}$
$۳z + ۱ = ۷$	$x + ۱ = ۲x - ۸$	$۲y = ۱۲$
$z = ۲$	$x = ۹$	$y = ۶$

مثال : دو شکل زیر همنهشت هستند. الف) نوع تبدیل را بنویسید. (دوران)

ب) مقادیر مجهول را به دست آورید.



$\hat{B} = \hat{E}$	$\hat{A} = \hat{D}$	$\overline{BC} = \overline{EF}$	$\overline{AB} = \overline{ED}$
$C = ۳۹$	$۳b = ۴۲$	$d - ۲ = ۱۲$	$۳a + ۸ = ۲۰$
	$b = ۱۴$	$d = ۱۴$	$a = ۴$

حالت های همنهشتی دو مثلث : دو مثلث دلخواه در سه حالت با یکدیگر همنهشت هستند :

۱) دو ضلع و زاویه بین برابر (ض زض) ۲) دو زاویه و ضلع بین برابر (زض ز) ۳) سه ضلع برابر (ض ض ض)

حالت های همنهشتی دو مثلث قائم الزاویه : دو مثلث قائم الزاویه در دو حالت با یکدیگر همنهشت هستند :

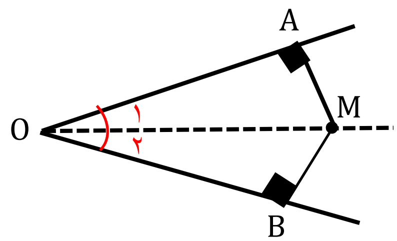
۱) وتر و یک ضلع (وض) ۲) وتر و یک زاویه تند (وز)

درسنامه و نکات کلیدی (فصل ششم) سال هشتم

مثلث

نکته : دو مثلث با سه زاویه برابر (ززز) همنهشت نیستند.

نکته : هر نقطه روی نیمساز زاویه از دو ضلع زاویه به یک فاصله است.



$\hat{O}_1 = \hat{O}_2$ (نیمساز OM)

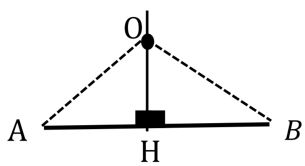
$\hat{A} = \hat{B} =$ ۹۰ درجه

$OM = OM =$ ضلع مشترک

$\Rightarrow \triangle OAM \cong \triangle OBM \Rightarrow MA = MB$

(وز) (اجزای متناظر)

نکته : هر نقطه روی عمود منصف یک پاره خط از دو سر پاره خط به یک اندازه است.



$AH = HB$ (عمود منصف OH)

$\hat{H}_1 = \hat{H}_2 =$ ۹۰ درجه

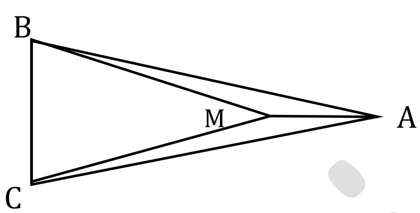
$OH = OH =$ ضلع مشترک

$\Rightarrow \triangle AHO \cong \triangle BHO \Rightarrow OA = OB$

(ض ز ض) (اجزای متناظر)

مثال : در شکل زیر دو مثلث ABC و MBC متساوی الساقین هستند. دلیل هم نهشتی دو مثلث AMC و AMB را بنویسید.

(جاهای خالی را کامل کنید)



$AB = AC$

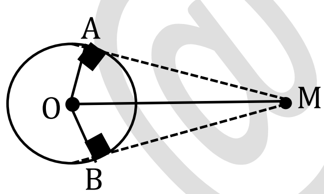
$MB = MC$

$AM = AM$

$\Rightarrow \triangle AMB \cong \triangle AMC$

(ض ض ض)

مثال : نشان دهید طول دو مماس رسم شده از نقطه خارج دایره با هم برابر هستند.



$OA = OB$ شعاع دایره

$\hat{A} = \hat{B} =$ ۹۰ درجه

$OM = OM =$ ضلع مشترک

$\Rightarrow \triangle MAO \cong \triangle MBO \Rightarrow MA = MB$

(و ض) (اجزای متناظر)