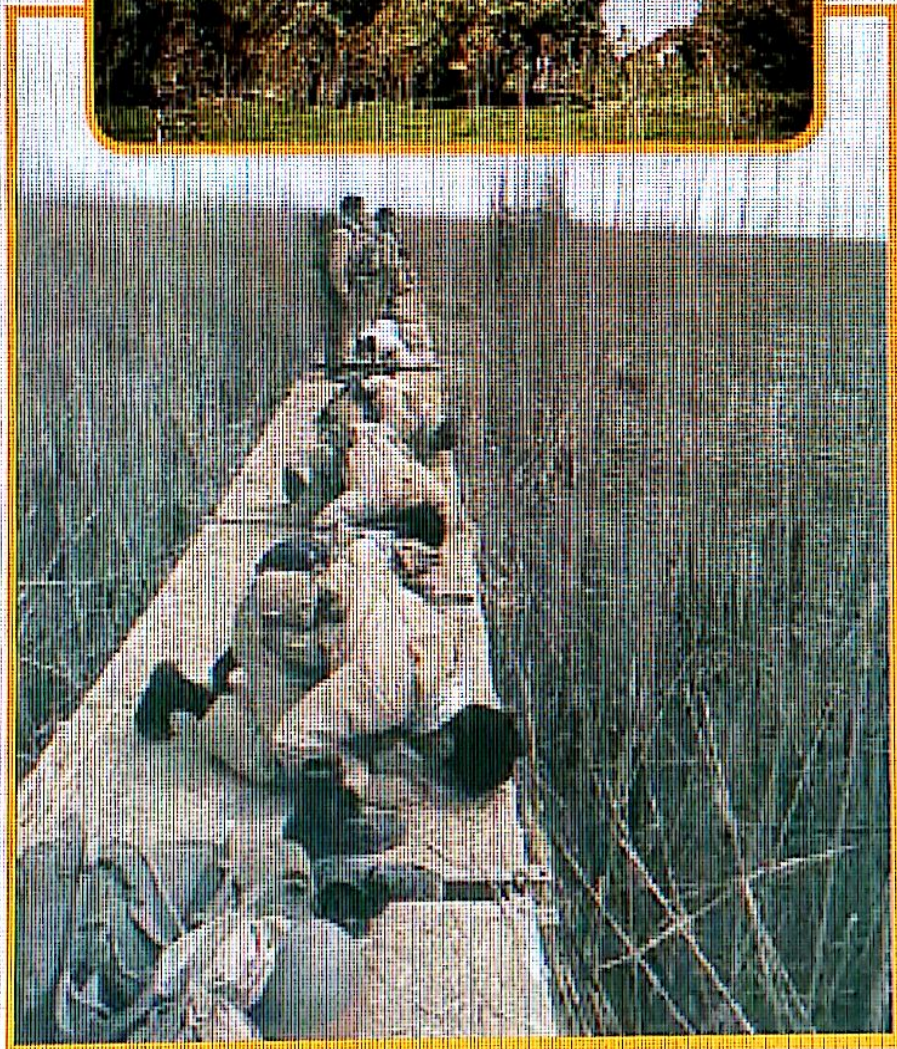
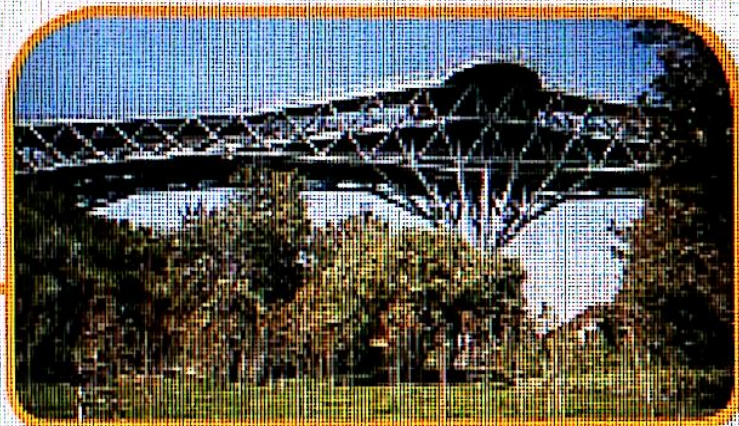




عبارت های گویا



پل ها نقش اساسی در زندگی انسان دارند. انواع مختلفی از پل ها وجود دارند و در موارد زیادی نیروهای وارد بر آنها از فرمول هایی به دست می آید که باریک عبارت گویا بیان می شوند. مثلاً در مورد پل های عابر پیاده بار محاسباتی از دستور
$$2 + \frac{150}{L + 150}$$
 به دست می آید که در آن L طول بار گذاری شده بر حسب متر است.

مسئله

طول مستطیلی ۴ سانتیمتر از عرض آن بیشتر است. اگر نسبت عرض به طول این مستطیل $\frac{2}{3}$ باشد، طول و عرض آن را به دست آورید.

اگر x را عرض مستطیل در نظر بگیریم، طول آن $x+4$ است و نسبت عرض به طول را می‌توان با $\frac{x}{x+4}$ نمایش داد؛ بنابراین:

$$\frac{x}{x+4} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow 3x = 2x + 8 \Rightarrow x = 8 \quad \text{عرض} \quad \text{طول} = 12$$

عبارت $\frac{x}{x+4}$ را، که نسبت دو چندجمله‌ای است، عبارت گویا می‌نامیم.

به‌طور کلی هر عبارت گویا، کسری است که صورت و مخرج آن چند جمله‌ای باشند.

عبارت‌های گویا در ریاضیات، علوم، پزشکی، مهندسی، اقتصاد و بسیاری از زمینه‌های دیگر مورد استفاده قرار می‌گیرند؛ به‌طور مثال سرعت متوسط اتومبیلی که مسیری را با سرعت v_1 طی کرده و سپس از همان مسیر با سرعت v_2 بازگشته است از رابطه $\frac{2v_1v_2}{v_1+v_2}$ به دست می‌آید که عبارت گویای جبری است. برخی از مثال‌های دیگر از این قرار است:

$\bar{x} = \frac{a+b}{2}$	میانگین حسابی دو عدد a و b	$\frac{v^2}{2k} = 12$	محاسبه جرم یک جسم با سرعت v و انرژی جنبشی k
---------------------------	--------------------------------	-----------------------	---

با توجه به تعریف بالا عبارت‌های زیر گویا هستند:

$$\frac{2x-5}{5x^2-2x^2+1} \quad \text{و} \quad \frac{x+5}{x-1} \quad \text{و} \quad \frac{-a}{4} \quad \text{و} \quad \frac{2}{5} \quad \text{و} \quad \frac{x-3}{4} \quad \text{و} \quad \frac{x}{y} \quad \text{و} \quad \frac{x^2-\sqrt{3}x+1}{9xy}$$

$$\frac{1}{x} \quad \text{و} \quad \frac{10}{x+2} \quad \text{و} \quad \frac{3x+\sqrt{7}}{x^2} \quad \text{و} \quad \frac{xy^2}{(x-y)^2} \quad \text{و} \quad \frac{x^2}{1} \quad \text{و} \quad \frac{-a}{b} \quad \text{و} \quad x^2+2x-7$$

اما عبارت‌های زیر گویا نیستند. (چرا؟)

$$\sqrt{xy} \quad \text{و} \quad \frac{\sqrt{x}}{x+y} \quad \text{و} \quad |x-y| \quad \text{و} \quad \frac{1}{\sqrt{x-2}}$$

چون چندجمله‌ای نیستند

کدام یک از عبارت های زیر گویا است؟

$$\frac{\sqrt{y}}{x-1} \quad \frac{x+6}{3} \quad \frac{ah}{2} \quad \frac{\sqrt{3+x}}{5} \quad \frac{\sqrt{2x}}{25} \quad \frac{|x|+|y|}{x}$$

$$\frac{x\sqrt{y+1}}{x^2} \quad \frac{x-5}{\sqrt{3}+1} \quad \frac{1}{\sqrt{x}} \quad \frac{mn+n^2}{5-n} \quad 14 \quad \frac{3-a}{2+x}$$

فعالیت

مقدار عددی عبارت $\frac{x+5}{x-3}$ را به ازای عددهای داده شده در جدول زیر به دست آورید :

x	-2	7	$\frac{1}{2}$	0	-1	-5
$\frac{x+5}{x-3}$	$\frac{-2+5}{-2-3} = \frac{3}{-5} = -\frac{3}{5}$	$\frac{7+5}{7-3} = \frac{12}{4} = 3$	$\frac{\frac{1}{2}+5}{\frac{1}{2}-3} = \frac{\frac{11}{2}}{-\frac{5}{2}} = -\frac{11}{5}$	$\frac{0+5}{0-3} = -\frac{5}{3}$	$\frac{-1+5}{-1-3} = \frac{4}{-4} = -1$	$\frac{-5+5}{-5-3} = \frac{0}{-8} = 0$

به ازای $x=3$ مخرج عبارت گویای $\frac{x+5}{x-3}$ مساوی صفر می شود و همان گونه که از قبل می دانید $\frac{0}{0}$ به عنوان عدد تعریف نمی شود.

برای تعیین همه مقادیری که به ازای آنها یک عبارت گویا تعریف می شود، باید مقادیری از متغیر را حذف کنیم که به ازای آنها مخرج کسر صفر می شود؛ به عبارت دیگر این مقادیر را نمی توان به جای متغیر در عبارت جبری قرار داد و حاصل را محاسبه کرد.

مثال : عبارت گویای $\frac{7x^2+1}{(x-1)(x+2)}$ به ازای چه مقادیری از x تعریف نشده است؟

حل : چه مقادیری مخرج کسر را صفر می کند؟

برای یافتن این عددها، مخرج کسر را مساوی صفر قرار می دهیم؛ یعنی :

$$(x-1)(x+2)=0$$

از طرفی وقتی حاصل ضرب چند عبارت برابر صفر شود، حداقل یکی از آنها صفر است؛ لذا :

$$\begin{cases} (x-1)=0 \Rightarrow x=1 \\ \text{یا} \\ (x+2)=0 \Rightarrow x=-2 \end{cases}$$

بنابراین عبارت گویای فوق به ازای $x=1$ و $x=-2$ تعریف نشده است.

کار در کلاس

هر یک از عبارت‌های زیر به ازای چه مقادیری از متغیرها تعریف نشده است؟

الف) $\frac{8x+5}{2}$

ب) $\frac{y+x}{x}$

ج) $\frac{2b+1}{2b-1}$ $2b-1=0 \Rightarrow b=\frac{1}{2}$

د) $\frac{3x}{x^2+4}$

هـ) $\frac{x}{x^2-1} \Rightarrow x^2-1=0$
 $x=1$ یا $x=-1$

و) $\frac{a+5}{a^2-5a+6}$ $a^2-5a+6=0$
 $(a-2)(a-3)=0$
 $a=2$ یا $a=3$

ساده کردن یک عبارت گویا

کسر $\frac{36}{48}$ با کسرهای $\frac{9}{12}$ ، $\frac{6}{8}$ ، $\frac{18}{24}$ و $\frac{3}{4}$ مساوی است. بین این کسرها $\frac{3}{4}$ کسری است که

دیگر قابل ساده شدن نیست؛ در واقع:

$$\frac{36}{48} = \frac{3 \times 12}{4 \times 12} = \frac{3}{4}$$

در ساده کردن هر عدد گویا می‌توان صورت و مخرج را به عددی غیر صفر تقسیم کرد؛ یعنی

$$\frac{ac}{bc} = \frac{a}{b} \quad (b \neq 0, c \neq 0)$$

به همین ترتیب برای عبارت گویای $\frac{AC}{BC}$ داریم:

$$\frac{AC}{BC} = \frac{A}{B} \quad (B \neq 0 \text{ و } C \neq 0 \text{ و } C \text{ چند جمله‌ای هستند})$$

فعالیت

توضیح دهید که هر یک از عبارت‌های گویای زیر چگونه ساده شده است؟ هر جا لازم است حل را کامل کنید (چگونگی استفاده از اتحادها و تجزیه را در هر مورد توضیح دهید).

الف) $\frac{18y^3}{60y^5} = \frac{3}{10y^2}$

ب) $\frac{x^2+6x+9}{x^2+4x+3} = \frac{(x+3)(x+3)}{(x+1)(x+3)} = \frac{x+3}{x+1}$

الف) $\frac{4x^4y^3}{10y^4x^2y^3} = \frac{2x^2}{5y}$

از تجزیه صورت و مخرج استفاده شده

دوین عبارت مشترک به هم ساده شده اند

از ب.م.م صورت و مخرج استفاده شده

توان
داشته باشه

$$ج) \frac{y^2 - 9}{3y + 9} = \frac{(y+3)(y-3)}{3(y+3)} = \frac{y-3}{3}$$

$$د) \frac{18ab^2}{2 \cdot a^2 b^2} = \frac{2b^2 \times 9ab^2}{2a \times 6ab^2} = \frac{2b^2}{2a} \quad ه) \frac{b-5}{5-b} = \frac{b-5}{-(b-5)} = -1$$

فضا کاغذ

کاردر کلاس

۱- عبارت های گویای زیر را ساده کنید :

$$\frac{(m-4)(m+4)}{-(m-4)} = -(m+4) \quad الف) \frac{m^2 - 16}{4-m}$$

$$ب) \frac{6m+18}{7m+21} = \frac{6(m+3)}{7(m+3)} = \frac{6}{7}$$

$$\frac{(a+2)(a-7)}{(a+2)(a-1)} = \frac{a-7}{a-1} \quad ج) \frac{a^2 - 5a - 14}{a^2 + a - 2}$$

$$د) \frac{x^2 - y^2}{y-x} = \frac{(x^2 - y^2)(x+y)}{-(x-y)(x+y)} = \frac{(x-y)(x+y)(x+y)}{-(x-y)(x+y)} = -(x+y)$$

۲- عبارت $\frac{a+ax}{a}$ به دو شکل ساده شده ؛ کدام درست و کدام نادرست است ؟

$$الف) \frac{a+ax}{a} = a+x$$

$$ب) \frac{a+ax}{a} = \frac{a(1+x)}{a} = 1+x$$

تمرین

۱- برای هر عبارت گویا، مقادیری را به دست آورید که عبارت به ازای آنها تعریف نشده است.

$$3ab^2 = 0 \begin{cases} a=0 \\ b=0 \end{cases} \quad الف) \frac{5x}{3ab^2}$$

$$د) \frac{2x+5}{x} \quad x=0$$

$$ب) \frac{2y}{y(2y-6)} \begin{cases} y=0 \\ 2y-6=0 \\ y=3 \end{cases}$$

$$ه) \frac{x^2-1}{x+5} \quad \begin{cases} x+5=0 \\ x=-5 \end{cases}$$

$$و) \frac{a+3}{2a+1}$$

$$پ) \frac{p^2 - p - 12}{p^2 - p - 12} = 0 \quad (p-4)(p+3) = 0 \quad p=4 \quad p=-3$$

$$2a+1=0 \rightarrow a=-\frac{1}{2}$$

۲- حاصل هر عبارت را به ساده ترین صورت بنویسید :

$$\frac{-(n-3)}{(n-2)(n-2)} = \frac{-1}{n-2} \quad الف) \frac{3-x}{x^2-5x+6}$$

$$ب) \frac{4x^2+8x}{12x+24}$$

$$ج) \frac{24x^2}{12x^2-6x}$$

$$د) \frac{y^2-2y^2-3y}{y^2+y}$$

$$ه) \frac{1-t^2}{t^2+1}$$

$$و) \frac{16x^2-9y^2}{8x-6y}$$

$$ب) \frac{4x(x+2)}{12(x+2)} = \frac{x}{3}$$

$$ج) \frac{24x^2}{4x(2x-1)} = \frac{6x}{2x-1}$$

$$د) \frac{y(y^2-2y-3)}{y(y+1)} = \frac{y^2-2y-3}{y+1} = \frac{(y+1)(y-3)}{y+1} = y-3$$

$$ه) \frac{(1-t^2)(1+t^2)}{(1+t^2)} = 1-t^2$$

$$و) \frac{(4x-3y)(4x+3y)}{2(4x-3y)} = \frac{4x+3y}{2}$$

$$ز) \frac{6a^2b^2}{2ab^4} = \frac{3a^3}{2b^2} \quad ح) \frac{-2a-8}{a^2+2a-8} = \frac{-2(a+4)}{(a+4)(a-2)} = \frac{-2}{a-2}$$

۲- عبارت‌هایی را که حاصل آنها ۱ و یا -۱ است، معلوم کنید.

$$الف) \frac{2y+3}{2y-3}$$

$$ب) \frac{2y-3}{3-2y} = \frac{-(3-2y)}{3-2y} = -1$$

$$ج) \frac{2y+3}{3+2y} = \frac{3+2y}{3+2y} = 1$$

$$د) \frac{2y+3}{-2y-3} = \frac{2y+3}{-(2y+3)} = -1$$

سؤال خنجر خنجر - هر یک از عبارت‌های داده شده در سطر اول را به عبارت مساوی آن در سطر دوم وصل کنید.

$$1 \rightarrow 9$$

$$2 \rightarrow 7$$

$$3 \rightarrow 10$$

$$4 \rightarrow 6$$

$$5 \rightarrow 8$$

۱) $\frac{a-2}{a+5}$	۲) $\frac{a+2}{a-5}$	۳) $\frac{a-2}{a-5}$	۴) $\frac{a+2}{a+5}$	۵) $\frac{2-a}{a+5}$
۶) $\frac{-a-2}{-a-5}$	۷) $\frac{-a-2}{5-a}$	۸) $\frac{a-2}{-a-5}$	۹) $\frac{2-a}{-a-5}$	۱۰) $\frac{-a+2}{-a+5}$

۵- در جای خالی چه عبارتی باید نوشت؟

$$ب) \frac{3x}{x-3} = \frac{\boxed{}}{x^2-x-6} = \frac{3x(x+2)}{(x-3)(x+2)}$$

الف صورت و مخرج در $z+1$ ضرب
۵

$$\frac{1-z}{z} = \frac{\boxed{(1-z)(z+1)}}{z^2+z}$$

$$ج) \frac{3y+2}{5} = \frac{1}{5} (\boxed{3y+2})$$

$$د) \frac{(x-5)(\boxed{(x-2)(x+1)})}{(x-2)(x-5)} = x+1$$

۶- از عبارت‌های زیر، هر کدام را که با عبارت $\frac{z(x+y)}{t}$ برابر است، مشخص کنید.

$$الف) \frac{z}{t}(x+y)$$

$$ب) \frac{zx+y}{t}$$

$$ج) \frac{1}{t} \times z(x+y) \checkmark$$

$$د) z \times \frac{x+y}{t}$$

$$ه) \frac{zx}{t} + \frac{zy}{t}$$

$$و) \frac{zx}{t} + y$$

ضرب و تقسیم عبارت‌های گویا

عبارت‌های گویا را همانند عددهای گویا می‌توان در هم ضرب یا بر هم تقسیم کرد. در مورد عددهای گویا قوانین زیر را داریم:

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd} \quad \text{و} \quad \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

(b, d ≠ 0) (b, c, d ≠ 0)

در ضمن در مورد عبارات گویا هم هر جا که امکان داشته باشد، می‌توان عبارت را ساده کرد.

فعالیت

توضیح دهید که هر یک از ضرب‌ها و یا تقسیم‌های زیر چگونه انجام شده است. هر جا لازم است حل را کامل و حاصل عبارت را ساده کنید.

الف) $\frac{1}{18}xy^3 \times \frac{1}{16}z^3 = \frac{2yz}{3x}$

ب) $\frac{x+3}{x} \times \frac{x^2}{x^2-2x-15} = \frac{x+3}{x} \times \frac{x^2}{(x+3)(x-5)} = \frac{x^2}{x-5}$

ج) $\frac{x-6}{x^2-12x+36} \times \frac{x^2-3x-18}{x^2+7x+12} = \frac{x-6}{(x-4)(x-4)} \times \frac{(x+3)(x-4)}{(x+3)(x+4)} = \frac{1}{x+4}$

د) $\frac{4x^2}{3xy} \div \frac{8x}{y^2} = \frac{4x^2}{3xy} \times \frac{y^2}{8x} = \frac{y^2}{6}$

ه) $\frac{a^2-4a-5}{a^2-4a} \div \frac{a^2+3a+2}{a-4} = \frac{a^2-4a-5}{a^2-4a} \times \frac{a-4}{a^2+3a+2} = \frac{(a-5)(a+1)}{a(a-4)} \times \frac{a-4}{(a+1)(a+2)} = \frac{a-5}{a(a+2)}$

$= \frac{(a+1)(a-5)}{a(a-4)} \times \frac{a-4}{(a+1)(a+2)} = \frac{a-5}{a(a+2)}$

کار در کلاس

فصل کاغذ
حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$\begin{aligned} \text{الف)} \quad & \frac{(a+2)(a-2)x(a+3)}{(a+3)(a-2)(a+2)} = \frac{a^2 - a - 6}{a+3} \times \frac{a+3}{a^2 - 4} = \frac{a-3}{a-2} \\ \text{ب)} \quad & \frac{a^2b + ab^2}{a} \times \frac{3ab}{(a+b)^2} = \frac{ab(a+b)}{a} \times \frac{3ab}{(a+b)(a+b)} = \frac{3ab^2}{(a+b)} \\ \text{ج)} \quad & \frac{(x+1)(x+2)}{x+2} \times \frac{x+5}{x+1} = \frac{x^2 + 3x + 2}{x+2} \div \frac{x+1}{x+5} = \frac{x+5}{1} \\ \text{د)} \quad & \frac{4x^2}{3xy} \div \frac{8x}{y^2} = \frac{4x^2}{3xy} \times \frac{y^2}{8x} = \frac{y^2}{2 \times 3} = \frac{y^2}{6} \end{aligned}$$

جمع و تفریق عبارت‌های گویا

جمع و تفریق عبارت‌های گویا مشابه جمع و تفریق عددهای گویا است؛ در مورد عددهای گویا داریم:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b} \quad \text{و} \quad \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$$

$(b \neq 0) \qquad (b, d \neq 0)$

به طریق مشابه می‌توان دو عبارت گویا را جمع یا تفریق کرد.

فعالیت

توضیح دهید که هر یک از محاسبات زیر چگونه انجام شده است. هر جا لازم است حل را کامل، و مانند نمونه یک جمع و تفریق عددی مشابه آن ارائه کنید.

$$\begin{aligned} \text{الف)} \quad & \frac{3x+7}{x+2} + \frac{2x-3}{x+2} = \frac{3x+7+2x-3}{x+2} = \frac{5x+4}{x+2} \\ \text{ب)} \quad & \frac{3x+7}{x+2} - \frac{2x-3}{x+2} = \frac{3x+7-(2x-3)}{x+2} = \frac{3x+7-2x+3}{x+2} = \frac{x+10}{x+2} \\ \text{ج)} \quad & \frac{a^2-20}{a^2-4} + \frac{a-2}{a+2} = \frac{a^2-20+(a-2)^2}{a^2-4} = \\ & = \frac{a^2-20+a^2-4a+4}{a^2-4} = \frac{2a^2-4a-16}{a^2-4} = \frac{2(a^2-2a-8)}{a^2-4} \\ & = \frac{2(a-4)(a+2)}{(a+2)(a-2)} = \frac{2(a-4)}{a-2} \\ \text{د)} \quad & \frac{a+1}{a} - \frac{3a+2}{a(a+2)} = \frac{(a+1)(a+2)-(3a+2)}{a(a+2)} = \frac{a^2+3a+2-3a-2}{a(a+2)} \\ & = \frac{a^2}{a(a+2)} = \frac{a}{a+2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{3}{5} + \frac{4}{5} &= \frac{7}{5} \\ \frac{7}{4} - \frac{5}{4} &= \frac{2}{4} \\ \frac{7}{10} - \frac{9 \times 2}{5 \times 2 \times 10} &= \frac{7}{10} - \frac{18}{10} = -\frac{11}{10} \\ \frac{2 \times 4}{3 \times 4 \times 12} - \frac{1}{12} &= \frac{8-1}{12} = \frac{7}{12} \end{aligned}$$

$$\text{الف)} \frac{x^2}{x-y} - \frac{y^2}{x-y} = \frac{x^2 - y^2}{x-y} = \frac{(x-y)(x+y)}{x-y} = x+y$$

$$\text{ج)} \frac{2x^2 - 14 - (x+4)(x-2)}{(x-2)(x+2)} = \frac{2x^2 - 14 - x^2 - 2x + 8}{(x-2)(x+2)} = \frac{x^2 - 2x - 6}{(x-2)(x+2)} = \frac{(x-4)(x+2)}{(x-2)(x+2)} = \frac{x-4}{x-2}$$

$$\text{د)} \frac{\sqrt{x+21} + x^2 - 2x}{(x-2)(x+1)(x+3)} = \frac{x^2 + 5x + 21}{(x-2)(x+1)(x+3)} \quad *$$

کاردر کلاس

حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید. اصلاً فضای کافی برای پاسخ‌دهی ندارد.

$$\text{الف)} \frac{x^2}{x-y} + \frac{y^2}{y-x}$$

$$\text{ب)} \frac{6}{x} + \frac{4}{-x} = \frac{6}{x} - \frac{4}{x} = \frac{2}{x}$$

$$\text{ج)} \frac{2x^2 - 16}{x^2 - 4} - \frac{(x+4)(x-2)}{(x+2)(x-2)} = \frac{2x^2 - 16}{x^2 - 4} - \frac{x}{x+2} = \frac{2x^2 - 16 - x(x+2)}{(x-2)(x+2)} = \frac{2x^2 - 16 - x^2 - 2x}{(x-2)(x+2)} = \frac{x^2 - 2x - 16}{(x-2)(x+2)}$$

$$\text{د)} \frac{2}{3y(x-y)} + \frac{x+1}{x(x-y)^2} = \frac{2x(x-y) + 3y(x+1)}{3xy(x-y)^2} = \frac{2x^2 - 2xy + 3xy + 3y}{3xy(x-y)^2} = \frac{2x^2 + xy + 3y}{3xy(x-y)^2}$$

ساده کردن عبارت‌های مرکب

هنگام ساده کردن هر عبارت گویای مرکب، همانند کسرهای مرکب می‌توان صورت و مخرج را جداگانه ساده و سپس آنها را برهم تقسیم کرد و یا از همان ابتدا صورت و مخرج را در عبارتی مناسب (و غیر صفر) ضرب کرد.

فعالیت

توضیح دهید که هر یک از روش‌های ارائه شده برای ساده کردن کسر مرکب با روش دیگر چه تفاوتی دارد؛ هر جا لازم است حل را کامل کنید. ($x \neq 0$)

صورت و مخرج در عبارتی مناسب و غیر صفر ضرب شود

ابتدا صورت و مخرج را مخرج مشترک گرفته سپس ساده شود

$$\text{الف)} \frac{1 - \frac{1}{x} - \frac{6}{x^2}}{1 - \frac{4}{x} + \frac{3}{x^2}} = \frac{x^2(1 - \frac{1}{x} - \frac{6}{x^2})}{x^2(1 - \frac{4}{x} + \frac{3}{x^2})} = \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 4x + 3} = \frac{(x+2)(x-3)}{(x-1)(x-3)} = \frac{x+2}{x-1}$$

$$\text{ب)} \frac{1 - \frac{1}{x} - \frac{6}{x^2}}{1 - \frac{4}{x} + \frac{3}{x^2}} = \frac{\frac{x^2 - x - 6}{x^2}}{\frac{x^2 - 4x + 3}{x^2}} = \frac{x^2 - x - 6}{x^2} \div \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2} = \frac{x^2 - x - 6}{x^2} \times \frac{x^2}{x^2 - 4x + 3} = \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 4x + 3} = \frac{(x+2)(x-3)}{(x-1)(x-3)} = \frac{x+2}{x-1}$$

$$\text{ب) } \frac{-x^2 - y^2}{(x+y)(x-y)} \times \frac{(x+y)(x-y)}{x^2 + y^2} = \frac{-(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2} = -1$$

به خارج کنند کسرهای ضرب شده

۱) الف) $\frac{\frac{2}{a} - \frac{3}{a+1}}{\frac{2}{a+1} - \frac{3}{a}} = \frac{a(a+1) \left(\frac{2}{a} - \frac{3}{a+1} \right)}{a(a+1) \left(\frac{2}{a+1} - \frac{3}{a} \right)} = \frac{2(a+1) - 3a}{2a - 3(a+1)} = \frac{2a+2-3a}{2a-3a-3} = \frac{2-a}{-a-3} = \frac{a-2}{a+3}$

۲) ب) $\frac{\frac{2}{a} - \frac{3}{a+1}}{\frac{2}{a+1} - \frac{3}{a}} = \frac{2(a+1) - 3a}{a(a+1)} \div \frac{2a - 3(a+1)}{a(a+1)} = \frac{2a+2-3a}{a(a+1)} \times \frac{a(a+1)}{2a-3a-3} = \frac{-a+2}{-a-3}$

۳) ابتدا خارج کنند کسری هر دو را از صورت و مخرج پس تبدیل به ضرب و ساده شدن

$a \neq 0$ و $a \neq -1$

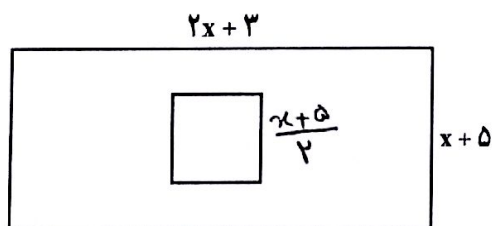
کاردر کلاس

حاصل هر عبارت را به ساده ترین صورت بنویسید.

الف) $\frac{\frac{n}{1} - \frac{n^2}{n-m}}{1 + \frac{m^2}{n^2 - m^2}} = \frac{\frac{n(n-m) - n^2}{n-m}}{\frac{n^2 - m^2 + m^2}{n^2 - m^2}} = \frac{n^2 - mn - n^2}{n-m} \div \frac{n^2}{n^2 - m^2} = \frac{-mn}{n-m} \times \frac{(n-m)(n+m)}{n^2} = \frac{-m(n+m)}{n}$

ب) الف) $\frac{\frac{y}{x+y} - \frac{x}{x-y}}{\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x-y}} = \frac{\frac{y(x-y) - x(x+y)}{(x+y)(x-y)}}{\frac{x(x-y) + y(x+y)}{(x+y)(x-y)}} = \frac{xy - y^2 - x^2 - xy}{(x+y)(x-y)} \div \frac{x^2 - xy + xy + y^2}{(x+y)(x-y)} = \frac{-x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$

فعالیت



طول ضلع مربع در داخل مستطیل،
نصف عرض مستطیل است. اگر نسبت
مساحت مربع به مساحت مستطیل $\frac{5}{26}$
باشد، طول و عرض مستطیل را به دست
آورید.

حل را کامل کنید و توضیح دهید که چگونه به کمک ساده کردن عبارت گویای به دست آمده و حل معادله، پاسخ به دست می آید.

طول ضلع مربع $= \frac{x+5}{2}$ مساحت مربع $= \left(\frac{x+5}{2} \right)^2$

۱۲۲

* علامت پرانتز باید شامل خارج هم باشد.

$$\text{مساحت مربع} = \frac{(n+5)^2}{2^2} = \frac{5}{2^6}$$

$$\text{مساحت مستطیل} = (2n+3)(n+5)$$

$$\Rightarrow \frac{(x+5)^2}{4(x+5)(2x+3)} = \frac{5}{2^6} \Rightarrow \frac{x+5}{4x+6} = \frac{5}{12} \Rightarrow 12x+45 = 20x+30 \rightarrow 45-30 = 20x-12x$$

$$\Rightarrow 7x = 15 \Rightarrow x = 5$$

$$\text{طول} = 2 \times 5 + 3 = 13$$

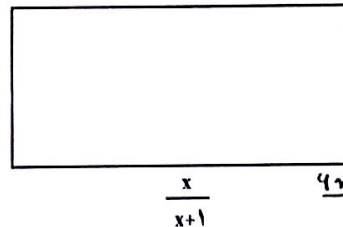
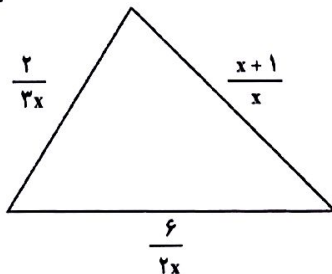
$$\text{عرض} = 5 + 5 - 10$$

$$\frac{2(n^2+5n+3)}{(n+2)(n+1)}$$

کاردر کلاس

$$\frac{x+1}{n} + \frac{2}{3n} + \frac{4}{xn} =$$

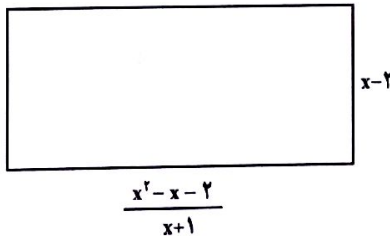
$$\frac{3x+3+2+4}{3n} = \frac{3n+14}{3n}$$



$$\frac{2x}{n+1} + 2x \times \frac{x}{n+1} =$$

$$\frac{2}{x+1} \times \frac{4}{3} \times \frac{x+1}{2} = \frac{4}{3} \times \frac{x+1}{2} = \frac{2x^2+10x+4}{(x+2)(n+1)} = \frac{2x^2+10x+4}{(x+2)(n+1)}$$

۲- مساحت مستطیل مقابل را بر حسب x به دست آورید.



$$(n-2) \left(\frac{x^2-x-2}{n+1} \right) = \frac{(n-2)(x+1)(x-2)}{n+1} = (n-2)^2$$

تمرین

$$-(m+v)(m-1)$$

۱- ضرب و تقسیم های زیر را انجام دهید.

ب) $\frac{m^2-49}{m+1} \div \frac{v-m}{m^2-1} = \frac{(m-7)(m+7)}{(m+1)} \times \frac{(m-1)(m+1)}{-(m-7)} =$

د) $\frac{1-c^2}{b^2} \times \frac{b^2}{1-2c+c^2} = \frac{(1-c)(1+c)}{b(1-c)(1-c)} = \frac{1+c}{b(1-c)}$

الف) $\frac{a^2-16}{a+4} \times \frac{a+2}{a^2-8a+16}$

ج) $\frac{x^2-4x+4}{4x^2y-8xy} \div \frac{x^2+x-6}{6x^2+18}$

ع) $\frac{(n-2)(n-1)}{2ny(n-1)} \times \frac{4(n^2+3)}{(n-2)(n+3)} = \frac{4(n^2+3)}{2ny(n+3)}$

$$\begin{aligned} \text{الف)} \frac{x(x^2-y^2)-y(x-y)^2}{(x^2+y^2)(x^2-y^2)} &= \frac{x(m-y)(m+y)-y(m-y)^2}{(x^2+y^2)(m-y)(m+y)} = \frac{(x-y)[x(m+y)-y(m-y)]}{(x^2+y^2)(m-y)(m+y)} = \frac{x^2+xy-xy+y^2}{(x^2+y^2)(m+y)} \\ &= \frac{1}{m+y} \quad \text{ع)} \frac{(a^2-b^2)(a+b)-(a^2-b^2)}{a^2-b^2} = \frac{a^2+a^2b-b^2a-b^2-a^2+b^2}{a^2-b^2} = \frac{a^2b-b^2a}{a^2-b^2} = \frac{ab(a-b)}{(a-b)(a+b)} = \frac{ab}{a+b} \end{aligned}$$

۲- جمع و تفریق‌های زیر را انجام دهید.

$$\frac{xy-9m}{xy(a-b)} \quad \text{الف)} \frac{x}{x^2+y^2} - \frac{y(x-y)^2}{x^2-y^2} \quad \text{ب)} \frac{x+y}{ax-bx} + \frac{y+9}{by-ay} = \frac{x+y}{x(a-b)} - \frac{y+9}{y(a-b)} = \frac{xy+vy-xy-9x}{xy(a-b)}$$

$$\text{ج)} \frac{a^2-b^2}{a-b} - \frac{a^2-b^2}{a^2-b^2} \quad \text{د)} \frac{2+x^2-2x}{2+x} - 2-x = \frac{x^2-2m+2-2-2m-2m-a^2}{2+m} = \frac{-2m}{2+m}$$

۳- فقط یکی از عبارت‌های گویای زیر قابل ساده شدن است؛ آن را مشخص و ساده کنید.

$$\frac{a^2+5}{a^2} \quad \text{و} \quad \frac{a^2+3}{3} \quad \text{و} \quad \frac{a^2+b^2}{a^2} \quad \text{و} \quad \sqrt{\frac{a^2-5a}{a}} = \frac{a(a-5)}{a} = a-5$$

۴- از میان عبارت‌های زیر، هر کدام را که مساوی عبارت $\frac{x}{y}$ است، معلوم کنید.

$$\text{الف)} \frac{x+3}{y+3} \quad \text{ب)} \frac{3-x}{3-y} \quad \text{ج)} \frac{3x}{3y} \quad \text{د)} \frac{x^2}{y^2} \quad \text{ه)} \frac{a^2x}{a^2y}$$

۵- عبارت $\frac{-x+3}{x+5}$ با کدام یک از عبارت‌های زیر برابر است؟

$$\text{الف)} -\frac{x+3}{x+5} \quad \text{ب)} \sqrt{\frac{x-3}{x+5}} \quad \text{ج)} \frac{x-3}{x+5} \quad \text{د)} -\frac{3-x}{x+5}$$

۶- کدام یک از عبارت‌های زیر به درستی ساده شده است؟

$$\text{الف)} \frac{a+5}{a^2-25} = \frac{a+5}{(a+5)(a-5)} = a-5 \quad \text{ب)} \frac{a+5}{a^2-25} = \frac{a+5}{(a+5)(a-5)} = \frac{1}{a-5}$$

۷- اگر $A=a^2-b^2$ و $B=a^2+b^2$ و $C=2ab$ ، حاصل عبارت $\frac{A^2-B^2}{C^2}$ را به دست آورید.

$$\frac{A^2-B^2}{C^2} = \frac{(A-B)(A+B)}{C^2} = \frac{(a^2-b^2-a^2-b^2)(a^2-b^2+a^2+b^2)}{(2ab)^2} = \frac{-2b^2 \times 2a^2}{4a^2b^2} = -1$$

عرض = x
طول = $2x-1$

$$\frac{\text{محیط}}{\text{مساحت}} = \frac{2(x+2x-1)}{x(2x-1)} = \frac{2(3x-1)}{x(2x-1)}$$

سوال 9 ←

۸- کدام یک از تساوی های زیر، درست و کدام یک نادرست است. موارد نادرست را اصلاح

کنید. (همه عبارت های جبری تعریف شده فرض می شود.)

الف) $\frac{a}{b} - \frac{b}{a} = \frac{a-b}{ab} \rightarrow \frac{a^2-b^2}{ab}$ ب) $\frac{x^{12}}{x^{10}} = x^2 \rightarrow x^2 \cdot \frac{1}{x^2}$

ج) $\frac{a}{5} - \frac{5-b}{5} = \frac{a-5-b}{5} \rightarrow \frac{a-5+b}{5}$ د) $\frac{a-b}{b-a} = 1 \rightarrow \frac{a-b}{-(a-b)} = -1$

ه) $\frac{1}{a-b} = \frac{-1}{a-b} \rightarrow \frac{-1}{b-a}$ و) $\frac{a^2-b^2}{a-b} = a+b$

ز) $\frac{ca+cb}{c+cd} = \frac{a+b}{1+d} \rightarrow \frac{a+b}{1+d}$ ح) $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{a}{c}} = \frac{c}{b}$

الف ۱۵

۹- طول مستطیلی از دو برابر عرض آن یک واحد کمتر است. نسبت محیط به مساحت این

مستطیل را به صورت یک کسر گویا (عبارت گویا) بنویسید. با

۱۰- حاصل عبارت های زیر را به دست آورید و نتیجه را ساده کنید.

$$\frac{-a(a-1)}{(a-1)(a+1)} \div \frac{a-a(a+1)}{(a+1)}$$

$$\frac{-a}{a+1} \times \frac{a+1}{a-a^2-a} = \frac{-a}{-a^2} = \frac{a-a^2}{-a^2} \text{ الف) } \frac{\frac{a-a^2}{a+1}-a}{\frac{a}{a+1}-a}$$

ب) $\frac{\frac{1}{x-y} - \frac{2}{x+y}}{\frac{x^2-9y^2}{(x-y)^2}} = \frac{x+y-2x+2y}{(x-y)(x+y)} \times \frac{(x-y)^2}{x^2-9y^2} = \frac{(x-y)^2}{(x+y)(x-3y)(x+3y)} = \frac{-(x-y)}{(x+y)(x+3y)}$

۱۱- دو عبارت گویا بنویسید که :

ج) $\frac{2x}{x^2+2x+1} + \frac{1}{x^2-1} - \frac{2}{x+1}$

$$= \frac{2x^2-2x+x+1-2x^2+2}{(x+1)^2(x-1)} = \frac{-x+3}{(x+1)^2(x-1)}$$

الف) حاصل ضرب آنها $\frac{a-2}{a+7}$ شود. $\frac{x-2}{x+7} \times \frac{1}{a+7}$
ب) حاصل جمع آنها $\frac{a-2}{a+7}$ شود. $\frac{a}{a+7} + \frac{-2}{a+7}$

۱۲- طول مستطیل مقابل را بر حسب x به دست آورید.

$$\Lambda = x^2 - 9$$

مساحت مستطیل x^2-9 است.
 $\frac{x^2-x-12}{x-4} = \frac{(x-4)(x+3)}{-(x-4)} = x+3$

طول مستطیل = $\frac{\text{مساحت}}{\text{عرض}} = \frac{(x-3)(x+3)}{x+3} = x-3$

۱۲۵

۱- تقسیم یک جمله‌ای بر یک جمله‌ای

- برای تقسیم دو یک جمله‌ای بر یکدیگر از قوانین ساده کردن کسرها و نیز قوانین مربوط به ساده کردن توان‌ها استفاده می‌کنیم.

مثال

$$\frac{14x^5y}{2x^2y^2} = \frac{7x^3}{y} \quad \text{و} \quad \frac{-18a^2xz^4}{27x^6z} = \frac{-2a^2z^3}{3x^5}$$

۲- تقسیم چند جمله‌ای بر یک جمله‌ای

اگر a و b و c اعدادی صحیح و d عددی صحیح و غیر صفر باشد، داریم:

$$\frac{a+b+c}{d} = \frac{a}{d} + \frac{b}{d} + \frac{c}{d}$$

به طور مشابه برای تقسیم چند جمله‌ای $12x^3 - 18x + 2$ بر 6 به روش زیر عمل می‌کنیم:

$$\frac{12x^3 - 18x + 2}{6} = \frac{12x^3}{6} - \frac{18x}{6} + \frac{2}{6} = 2x^3 - 3x + \frac{1}{3}$$

فعالیت

توضیح دهید که هر یک از تقسیم‌های زیر چگونه انجام شده است؛ جاهای خالی را پر و حل

را کامل کنید.

الف) $\frac{2a^4 + 5a^3 - 8a}{4a^2} = \frac{2a^4}{4a^2} + \frac{5a^3}{4a^2} - \frac{8a}{4a^2} = \frac{1}{2}a^2 + \frac{5}{4}a - \frac{2}{a}$

ب) $\frac{14x^3yz - 6xy + 3x^2y^2z^2}{2x^2y^2z} = \frac{14x^3yz}{2x^2y^2z} - \frac{6xy}{2x^2y^2z} + \frac{3x^2y^2z^2}{2x^2y^2z}$
 $= \frac{7x}{y} - \frac{3}{xy^2z} + \frac{3z}{2}$

ج) $(8y^3 - 4y^2 + 12y) \div (-4y^2) = \frac{8y^3 - 4y^2 + 12y}{-4y^2} =$
 $= \frac{8y^3}{-4y^2} - \frac{4y^2}{-4y^2} + \frac{12y}{-4y^2} = -2y + 1 - \frac{3}{y}$

تقسیم‌های زیر را انجام دهید.

الف) $\frac{-21a^4b^2c}{28ab^6} = -\frac{3a^3c}{4b^4}$

ب) $\frac{24x^6y - 2z + 3xyz}{x^2z} = \frac{24x^4y}{z} - \frac{2}{x^2} + \frac{3y}{x}$

۳- تقسیم چند جمله‌ای بر چند جمله‌ای
اگر تقسیم مقابل را در نظر بگیریم: $26 \overline{) 8}$ ← مقسوم
← مقسوم علیه
 $\frac{-24}{2} = -12$ ← خارج قسمت
← باقیمانده
؟؟?

عدد ۲۶ را مقسوم، ۸ را مقسوم علیه، ۳ را خارج قسمت و ۲ را باقی مانده می‌نامیم. رابطه‌های تقسیم بالا به صورت زیر است:

$$\begin{cases} 3 \times 8 + 2 = 26 \\ 2 < 8 \end{cases}$$

مثال: چند جمله‌ای $2x^2 - 7x - 15$ را بر چند جمله‌ای $x - 5$ تقسیم کنید.

چند جمله‌ای $2x^2 - 7x - 15$ را مقسوم و $x - 5$ را مقسوم علیه می‌نامیم. در اولین گام باید مقسوم و مقسوم علیه را بر حسب توان‌های نزولی متغیر موجود (در اینجا x) مرتب کرد. در مثال ما چند جمله‌ای‌های مورد نظر مرتب شده هستند.

اکنون اولین جمله مقسوم را بر اولین جمله مقسوم علیه تقسیم می‌کنیم؛ یعنی: $\frac{2x^2}{x} = 2x$

$$\begin{array}{r} 2x^2 - 7x - 15 \quad | \quad x - 5 \\ + 2x^2 - 10x \quad \quad 2x \\ \hline \end{array}$$

حاصل ضرب $2x$ در $x - 5$ را به دست می‌آوریم و آن را از عبارت مقسوم کم می‌کنیم:

$$2x^2 - 7x - 15 - (2x^2 - 10x) = 2x^2 - 7x - 15 - 2x^2 + 10x = +3x - 15$$

برای آسان‌تر شدن، می‌توانیم پس از محاسبه حاصل ضرب $2x$ در $x - 5$ ، در کادر بالا علامت عبارت حاصل را قرینه کنیم و محاسبه را انجام دهیم؛ یعنی:

داخل کادر

$$\begin{array}{r|l} 2x^2 - 7x - 15 & x - 5 \\ + 2x^2 - 10x & 2x \\ \hline & 3x - 15 \end{array}$$

اکنون دوباره $3x - 15$ را بر $x - 5$ تقسیم و مراحل قبل را تکرار می‌کنیم؛ یعنی اولین جمله عبارت $3x - 15$ را بر اولین جمله $x - 5$ تقسیم می‌کنیم. توجه داریم که این چند جمله‌ای‌ها نیز باید بر حسب توان‌های نزولی مرتب شده باشند؛ داریم: $\frac{3x}{x} = 3$. این تقسیم‌ها را تا زمانی ادامه می‌دهیم که یا باقیمانده صفر شود یا درجه چند جمله‌ای باقیمانده از درجه مقسوم علیه کمتر شود.

$$\begin{array}{r|l} 2x^2 - 7x - 15 & x - 5 \\ \pm 2x^2 \pm 10x & 2x + 3 \\ \hline & 3x - 15 \\ & \pm 3x \pm 15 \\ \hline & 0 \end{array}$$

وقتی باقیمانده صفر باشد، می‌گوییم مقسوم بر مقسوم علیه بخش پذیر است.

فعالیت

۱- تقسیم‌های زیر را انجام دهید و مراحل کار را توضیح دهید. جاهای خالی را پر و حل را کامل کنید.

الف)
$$\begin{array}{r|l} 4x^3 - 3x^2 + x + 7 & x^2 - 2 \\ \pm 4x^3 & \boxed{4x} - 3 \\ \hline & -3x^2 + 9x + 7 \\ & \pm 3x^2 \pm \boxed{6} \\ \hline & \boxed{9x} + 1 \end{array}$$

$$\frac{4x^3}{x^2} = 4x$$

درجه چند جمله‌ای باقی‌مانده از درجه مقسوم علیه کمتر شده

باقیمانده این تقسیم چیست؟

$$9x + 1$$

ب)
$$\begin{array}{r|l} x^2 - 5x - 24 & x - 8 \\ + x^2 - 8x & \boxed{x} + \boxed{3} \\ \hline & 3x - 24 \\ & + 3x - 24 \\ \hline & 0 \end{array}$$

$$\frac{x^2}{x} = x$$

$$\frac{3x - 24}{x} = 3$$

باقیمانده صفر است

۵

$$\begin{array}{r}
 2m^5 + 5m^4 - 2m^3 + 2m^2 - 2m + 1 \mid m+3 \\
 \underline{2m^5 + 4m^4} \\
 -m^4 - 2m^3 + 2m^2 - 2m + 1 \\
 \underline{+ m^4 + 3m^3} \\
 m^3 - 2m^2 - 2m + 1 \\
 \underline{- m^3 + 3m^2} \\
 -m^2 - 2m + 1 \\
 \underline{+ m^2 + 3m} \\
 m - 2m + 1 \\
 \underline{- m + 3} \\
 4
 \end{array}$$

۸۰

$$\begin{array}{r}
 x^5 - 2x^4 \mid x-2 \\
 \underline{-x^5 + 2x^4} \\
 2x^4 - 2x^4 \\
 \underline{2x^4 - 4x^3} \\
 4x^3 - 2x^4 \\
 \underline{-4x^3 + 8x^2} \\
 8x^2 - 2x^4 \\
 \underline{-8x^2 + 16x} \\
 16x - 2x^4 \\
 \underline{-16x + 32} \\
 32
 \end{array}$$

۷

$$\begin{array}{r}
 3y^2 - 10y - 2 \mid y-2 \\
 \underline{3y^2 - 6y} \\
 -4y - 2 \\
 \underline{+ 4y - 8} \\
 -10
 \end{array}$$

سوال ۲

$$\begin{array}{r}
 5m^4 - 3m^3 + m^2 + 5 \mid m+1 \\
 \underline{-5m^4 - 5m^3} \\
 8m^3 + m^2 + 5 \\
 \underline{-8m^3 - 8m^2} \\
 9m^2 + m^2 + 5 \\
 \underline{-9m^2 - 9m} \\
 10m + 5 \\
 \underline{-10m - 10} \\
 -5
 \end{array}$$

$$(-m+1)(-5m^4 - 3m^3 - m^2 - 2m - 2) + 7$$

سوال ۳ $x(m+1) = x^2 + 6m$

عرف = $\frac{مقسوم}{مقسوم علیه}$

$$\begin{array}{r}
 2x^3 + 15x^2 + 28x \mid x^2 + 6x \\
 \underline{2x^3 + 12x^2} \\
 3x^2 + 28x \\
 \underline{-3x^2 - 18x} \\
 46x
 \end{array}$$

عرف $2m+7$

سوال ۴ شرط بخشیدنی باقیانده باید برابر صفر باشد

$$\begin{array}{r}
 20x^3 + 23x^2 - 10x + a \mid 5x^2 + 2x - 5 \\
 \underline{20x^3 + 10x^2} \\
 13x^2 - 10x + a \\
 \underline{-13x^2 - 26x} \\
 23x + a \\
 \underline{-23x - 115} \\
 a - 115
 \end{array}$$

۰ $a+115=0$ خواهد بود $a = -115$

الف
$$\begin{array}{r} 4x^3 - 19x^2 + 14x - 4 \mid -x + 2 \\ -4x^3 + 12x^2 \\ \hline -7x^2 + 14x - 4 \\ +7x^2 - 14x \\ \hline -4 \end{array}$$

ب
$$\begin{array}{r} -x^2 + 8x - 12 \mid x + 4 \\ -x^2 + 4x - 21 \\ \hline 4x^2 + 8x - 12 \\ -4x^2 + 34x \\ \hline -28x - 12 \\ +28x + 148 \\ \hline 136 \end{array}$$

۲- تقسیم زیر را انجام دهید و رابطه تقسیم را بنویسید. حل را کامل کنید.

الف
$$\begin{array}{r} 10x^2 - 3x^2 + 2x - 19 \mid -3 + 2x^2 \\ 10x^2 - 3x^2 + 2x - 19 \mid 2x^2 - 3 \\ +10x^2 - 15x^2 \\ \hline 12x^2 + 2x - 19 \\ +12x^2 - 18 \\ \hline 2x - 1 \end{array}$$

رابطه های تقسیم:

$$(5x^2 + 9)(2x^2 - 3) + 2x - 1$$

$$= 10x^2 - 3x^2 + 2x - 19$$

 و درجه چند جمله ای $2x - 1$ از $2x^2 - 3$ کمتر است.

کاردرکلاس

تقسیم های زیر را انجام دهید.

الف
$$6x^2 - 19x^2 + 16x - 4 \mid 2 - x$$
 ب
$$-x^2 - 12 + 8x \mid x + 6$$

تمرین

۱- تقسیم های زیر را انجام دهید.

الف
$$\frac{-2x^2y^2z^2}{18xz^5} = \frac{-x^2yz^2}{9}$$

ب
$$\frac{2a^2x^2 - a^2y^2 + 15xy}{-5y^2} = -\frac{2a^2}{5y} + \frac{a^2}{5} - \frac{3x}{y}$$

د
$$(3y^2 - 10y - 24) \div (3y - 4)$$

ج
$$(x^2 - 27) \div (x - 2)$$

ه
$$2x^5 + 5x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 3 \mid x + 3$$

۲- خارج قسمت و باقیمانده تقسیم زیر را مشخص کنید و درستی عمل تقسیم را با نوشتن روابط

تقسیم نشان دهید.
$$-3x^4 + 4x^6 + x^2 + 5 \mid 1 - x$$

۳- حجم یک جعبه به شکل مکعب مستطیل برابر با $2x^2 + 15x^2 + 28x$ است. اگر ارتفاع این

جعبه x و طول آن $x + 4$ باشد، عرض آن را به دست آورید.

۴- اگر چند جمله ای $20x^2 + 23x^2 - 10x + a$ بر $4x + 3$ بخش پذیر باشد، a را به دست آورید.

۵- خارج قسمت و باقیمانده تقسیم عبارت $2x^2 - 9x + 9$ را بر هر یک از عبارت های زیر به دست آورید.

$2x + 3$ و $2x - 3$ و $x - 3$ و $x + 3$

$$\begin{array}{r} 2x^2 - 9x + 9 \mid x + 3 \\ -2x^2 + 4x \\ \hline -15x + 9 \\ +15x - 45 \\ \hline 54 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2x^2 - 9x + 9 \mid x - 3 \\ -2x^2 + 4x \\ \hline -3x + 9 \\ +3x - 9 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2x^2 - 9x + 9 \mid x - 3 \\ -2x^2 + 3x \\ \hline -4x + 9 \\ +4x - 12 \\ \hline -3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2x^2 - 9x + 9 \mid x - 4 \\ -2x^2 + 4x \\ \hline -12x + 9 \\ +12x - 48 \\ \hline -39 \end{array}$$