

۱- اعداد $۸^{-۲}$ و $\left(\frac{۱}{۲}\right)^۳$ و $۴^{-۳}$ و $۱۶^{-۵}$ را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

« پاسخ »

$$۱۶^{-۵} < ۴^{-۳} = ۸^{-۲} < \left(\frac{۱}{۲}\right)^۳$$

۲- حاصل را به صورت یک عدد توان‌دار (مثبت یا منفی) به دست آورید:

$$\left(\frac{۲}{۵}\right)^{۱۰} \times (۲/۵)^{-۵} =$$

$$\frac{\left(\frac{۲}{۵}\right)^۲ \times \left(\frac{۷}{۳}\right)^{-۲}}{۵^۳ \div ۷^۳} =$$

$$(۲^{-۵} + ۲^{-۵})^{-۱} =$$

« پاسخ »

$$۲/۵ = \frac{۵}{۲} \Rightarrow (۲/۵)^{-۵} = \left(\frac{۵}{۲}\right)^{-۵} = \left(\frac{۲}{۵}\right)^۵ \xrightarrow{\text{پس داریم:}} \left(\frac{۲}{۵}\right)^{۱۰} \times \left(\frac{۲}{۵}\right)^۵ = \left(\frac{۲}{۵}\right)^{۱۵}$$

$$\left(\frac{۵}{۳}\right)^۲ \times \left(\frac{۳}{۷}\right)^۲ = \left(\frac{۵}{۷}\right)^۲ \div \left(\frac{۵}{۷}\right)^۳ = \left(\frac{۵}{۷}\right)^{-۱}$$

$$(۲^{-۵} + ۲^{-۵})^{-۱} = (۲ \times ۲^{-۵}) = (۲^{-۴})^{-۱} = ۲^۴$$

۳- خمس عدد $۲۵^{n-۴}$ را به دست آورید.

« پاسخ »

$$\left(۵^۲\right)^{n-۴} = ۵^{۲n-۸} \div (۵)^۱ = ۵^{۲n-۹}$$

۴- حاصل هر یک را به صورت عدد تواندار بنویسید.

$$\left(\frac{45}{28}\right)^4 \times \left(\frac{15}{14}\right)^{-4} = 3^{10} \times 27^{-2} =$$

« پاسخ »

$$3^{10} \times 27^{-2} = 3^{10} \times (3^3)^{-2} = 3^{10} \times 3^{-6} = 3^4$$

$$\left(\frac{45}{28}\right)^4 \times \left(\frac{15}{14}\right)^{-4} = \left(\frac{45}{28}\right)^4 \times \left(\frac{14}{15}\right)^4 = \left(\frac{3}{2}\right)^4$$

نوشتن پاسخ هر قسمت به صورت تواندار با هر راه حلی ۰/۵ نمره

۵- حاصل عبارت زیر را به صورت یک عبارت با توان مثبت بنویسید.

$$27 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{-4}$$

« پاسخ »

$$27 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{-4} = 3^3 \times 3^4 = 3^7$$

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

۶- اعداد زیر را از کوچک به بزرگ بنویسید.

$$-\left(\frac{-2}{3}\right)^2, -\sqrt{144}, -(-3)^{-2}, (-2)^{-3}$$

« پاسخ »

$$-\left(\frac{-2}{3}\right)^2 = -\frac{4}{9}, -\sqrt{144} = -12, -(-3)^{-2} = -\left(\frac{1}{-3}\right)^2 = -\frac{1}{9}, (-2)^{-3} = \left(\frac{1}{-2}\right)^3 = -\frac{1}{8}$$

$$-12 < -\frac{4}{9} < -\frac{1}{8} < -\frac{1}{9}$$

$$-\sqrt{144} < -\left(\frac{-2}{3}\right)^2 < (-2)^{-3} < -(-3)^{-2}$$

۷- حاصل را به دست آورید.

$$۱) \left(\frac{1}{3}\right)^{-۸} \times ۸۱^{-۵}$$

$$۲) (۰/۲)^{-۷} \times ۲۵^{-۳} =$$

« پاسخ »

$$۱) \left(\frac{1}{3}\right)^{-۸} \times ۸۱^{-۵} = ۳^۸ \times (۳^۴)^{-۵} = ۳^۸ \times ۳^{-۲۰} = ۳^{-۱۲} = \left(\frac{1}{3}\right)^{۱۲}$$

$$۲) (۰/۲)^{-۷} \times ۲۵^{-۳} = \left(\frac{۱۰}{۲}\right)^۷ \times (۵^{\cancel{۳}^{-۶}}) = ۵^۷ \times \frac{۱}{۵^۶} = ۵^۱$$

۸- حاصل عبارت زیر را به صورت یک عدد توان دار بنویسید. $(۰/۷۵)$

$$\frac{۳^۷ \times ۵^{-۸}}{۵^۳ \times ۳^{-۴}} =$$

« پاسخ »

$$\frac{۳^۷ \times ۳^۴}{۵^۳ \times ۵^۱} = \left(\frac{۳}{۵}\right)^{۱۱} \quad \text{ی} \quad \left(\frac{۵}{۳}\right)^{-۱۱}$$

۹- جرم یک اتمی حدود $۱۰^{-۱۶}$ گرم است جرم یک وزنه ۱۰۰ کیلوگرمی چند برابر جرم این اتم است؟

« پاسخ »

$$۱۰۰ \times ۱۰۰۰ = ۱۰۰۰۰۰ = ۱۰^۵$$

$$۱۰^۵ \div ۱۰^{-۱۶} = ۱۰^۵ - (-۱۶) = ۱۰^{۲۱}$$

ابتدا کیلوگرم را به گرم تبدیل می کنیم.

۱۰- عددهای زیر را از کوچک به بزرگ بنویسید.

۱) $۳^۱, ۹^۵, ۲۷^۳$

۲) $-۲^۳, ۲^{-۳}, \left(-\frac{۱}{۲}\right)^۳$

« پاسخ »

۱) $۳^۱, ۹^۵ = (۳^۲)^۵ = ۳^{۱۰}, ۲۷^۳ = (۳^۳)^۳ = ۳^۹$

$۳^۱ < ۳^۹ < ۳^{۱۰} \Rightarrow ۳^۱ < ۲۷^۳ < ۹^۵$

۲) $-۲^۳, ۲^{-۳}, \left(-\frac{۱}{۲}\right)^۳ \quad ۲^{-۳} = \left(\frac{۱}{۲}\right)^۳$

$-۲^۳ < \left(-\frac{۱}{۲}\right)^۳ < \left(\frac{۱}{۲}\right)^۳$

۱۱- حاصل را توان دار بنویسید.

۱) $(۸^{-۴} + ۸^{-۴}) \div (۲^۳)^{-۳} =$

۲) $۲۵^{-۳} \times ۸^{-۲} =$

۳) $\frac{\left(\frac{۳}{۴}\right)^{-۴} \times \left(\frac{۹}{۴}\right)^۴}{۳^۴ \times ۳^{-۷}} =$

« پاسخ »

۱) $(۸^{-۴} + ۸^{-۴}) \div (۲^۳)^{-۳} = (۲ \times ۸^{-۴}) \div ۲^{-۹} = (۲ \times (۲^۳)^{-۴}) \div ۲^{-۹} = (۲ \times ۲^{-۱۲}) \div ۲^{-۹}$
 $= ۲^{-۱۱} \div ۲^{-۹} = ۲^{-۲} = \left(\frac{۱}{۲}\right)^۲$

۲) $۲۵^{-۳} \times ۸^{-۲} = (۵^۲)^{-۳} \times (۲^۳)^{-۲} = ۵^{-۶} \times ۲^{-۶} = ۱۰^{-۶} = \left(\frac{۱}{۱۰}\right)^۶$

۳) $\frac{\left(\frac{۳}{۴}\right)^{-۴} \times \left(\frac{۹}{۴}\right)^۴}{۳^۴ \times ۳^{-۷}} = \frac{\left(\frac{۳}{۴}\right)^۴ \times \left(\frac{۳}{۴}\right)^۴}{۳^{-۳}} = \frac{۳^۴}{۳^{-۳}} = ۳^۴ \div ۳^{-۳} = ۳^۷$

۱۲- کسر مقابل را ساده کنید.

$$\frac{6^0 \times (22)^7 \times 11^{-6}}{2^6}$$

« پاسخ »

$$\frac{6^0 \times (22)^7 \times 11^{-6}}{2^6} = \frac{1 \times 11^7 \times 2^7}{2^6 \times 11^6} = 11 \times 2$$

۱۳- حاصل را توان دار بنویسید.

۱) $[(5^{-2})^3]^{-4} =$

۲) $\frac{7^{-6} \times 7^{-3}}{21^6 \div 3^6} =$

۳) $2^{-5} + 2^{-5} + 2^{-5} + 2^{-5} =$

« پاسخ »

۱) $[(5^{-2})^3]^{-4} = 5^{+24}$

۲) $\frac{7^{-6} \times 7^{-3}}{21^6 \div 3^6} = \frac{7^{-9}}{7^6} = 7^{-9} \div 7^6 = 7^{-15} = \left(\frac{1}{7}\right)^{15}$

۳) $2^{-5} + 2^{-5} + 2^{-5} + 2^{-5} = 4 \times 2^{-5} = 2^2 \times 2^{-5} = 2^{-3}$
تعداد

۱۴- در جاهای خالی علامت مناسب $<=>$ بگذارید.

$$\begin{array}{ccc} ۶^{-۵} \bigcirc ۶^{-۲} & ۳/۵^۲ \bigcirc ۳/۵^۶ & ۰/۲^۷ \bigcirc ۰/۲^۳ \\ (-۵)^۳ \bigcirc (-۵)^۲ & (-۱)^۷ \bigcirc -۱^۶ & ۴^{-۳} \bigcirc ۲^{-۶} \end{array}$$

« پاسخ »

$$۶^{-۵} \bigcirc ۶^{-۲} \quad \left(\frac{1}{۶}\right)^۵ \bigcirc \left(\frac{1}{۶}\right)^۲$$

$$۳/۵^۲ \bigcirc ۳/۵^۶$$

$$۰/۲^۷ \bigcirc ۰/۲^۳$$

$$(-۵)^۳ \bigcirc (-۵)^۲$$

$$(-۱)^۷ \bigcirc -۱^۶$$

$$۴^{-۳} \bigcirc ۲^{-۶} \quad ۴^{-۳} = \left(\frac{1}{۴}\right)^۳ = \left(\frac{1}{۲^۲}\right)^۳ = \left(\frac{1}{۲}\right)^۶ \quad \text{و} \quad ۲^{-۶} = \left(\frac{1}{۲}\right)^۶ \Rightarrow ۴^{-۳} \bigcirc ۲^{-۶}$$

۱۵- حاصل را به ساده‌ترین صورت بنویسید.

$$۱) \left(\frac{۳}{۷}\right)^{-۱} + \left(\frac{۷}{۳}\right)^۲ =$$

$$۲) \left(\frac{۲}{۵}\right)^{-۱} + \left(\frac{۳}{۷}\right)^{-۱} =$$

« پاسخ »

$$۱) \left(\frac{۳}{۷}\right)^{-۱} + \left(\frac{۷}{۳}\right)^۲ = \left(\frac{۷ \times ۳}{۳ \times ۳}\right)^۱ + \frac{۴۹}{۹} = \frac{۲۱ + ۴۹}{۹} = \frac{۷۰}{۹}$$

$$۲) \left(\frac{۲}{۵}\right)^{-۱} + \left(\frac{۳}{۷}\right)^{-۱} = \frac{۵ \times ۳}{۲ \times ۳} + \frac{۷ \times ۲}{۳ \times ۲} = \frac{۱۵ + ۱۴}{۶} = \frac{۲۹}{۶}$$

۱۶- حاصل را به ساده‌ترین صورت بنویسید.

$$۱) \left(-\frac{۱}{۵}\right)^{-۲} =$$

$$۲) \left(\frac{۳}{۷}\right)^{-۱} =$$

« پاسخ »

$$۱) \left(-\frac{۱}{۵}\right)^{-۲} = (-۵)^۲ = +۲۵$$

$$۲) \left(\frac{۳}{۷}\right)^{-۱} = \left(\frac{۷}{۳}\right)^۱ = \frac{۷}{۳}$$

۱۷- حاصل هر عبارت را به ساده‌ترین صورت ممکن بنویسید.

$$۱) ۳^{-۴} =$$

$$۲) (-۲)^{-۳} =$$

« پاسخ »

$$۱) \frac{۳^{-۴}}{۱} = \left(\frac{۱}{۳}\right)^۴ = \frac{۱}{۸۱}$$

$$۲) (-۲)^{-۳} = \left(\frac{۱}{-۲}\right)^۳ = \frac{۱}{-۸}$$

$$۰/۰۰۰۱۲۵$$

۱۸- عدد مقابل را به صورت توان منفی بنویسید:

« پاسخ »

$$۰/۰۰۰۱۲۵ = \frac{۱۲۵}{۱۰۰۰۰۰۰} = \frac{۱۲۵}{۱۲۵ \times ۸۰۰۰} = \frac{۱}{۸۰۰۰} = ۸۰۰۰^{-۱}$$

۱۹- حاصل عبارت $A = \frac{۲^{-۳} \times (۳^{-۱})^۲}{(۱۲ \times ۶)^{-۱}}$ به دست آورید.

« پاسخ »

$$A = \frac{۲^{-۳} \times ۳^{-۱ \times ۲}}{(۱۲ \times ۶)^{-۱}} = \frac{۲^{-۳} \times ۳^{-۲}}{(۱۲ \times ۶)^{-۱}} = \frac{(۱۲ \times ۶)^{+۱}}{۲^۳ \times ۳^۲} = \frac{(۳ \times ۲^۲) \times (۲ \times ۳)}{۲^۳ \times ۳^۲} = \frac{۳^۲ \times ۲^۳}{۲^۳ \times ۳^۲} = ۱$$

۲۰- حاصل عبارت روبه‌رو را به ساده‌ترین صورت بنویسید

$$\frac{55^4 \times 11^{-4} \times 3^4 \times 7^0}{5^2 \times 9}$$

« پاسخ »

$$= \frac{(5 \times 11)^4 \times 11^{-4} \times 3^4 \times 1}{5^2 \times 3^2} = \frac{5^4 \times 11^4 \times 11^{-4} \times 3^{4-2}}{5^2} = 5^{4-2} \times 11^{4-4} \times 3^2 = 5^2 \times 3^2 = 225$$

۲۱- اگر $2^a = \sqrt{3}$ باشد، حاصل عبارت $(0/25)^{-a+1}$ را به دست آورید.

« پاسخ »

$$(0/25)^{-a+1} = \left(\frac{1}{4}\right)^{-a+1} = 4^{a-1} = (2^2)^{a-1} = 2^{2a-2} = 2^{2a} \div 2^2 = (2^a)^2 \div 4$$

$$= (\sqrt{3})^2 \div 4 = 3 \div 4 = \frac{3}{4}$$

به جای عبارت 2^a عدد $\sqrt{3}$ قرار می‌دهیم:

$$a^2 b^{-5}$$

۲۲- عدد روبه‌رو را به صورت توان مثبت بنویسید.

« پاسخ »

$$a^2 b^{-5} = a^2 \times \frac{1}{b^5} = \frac{a^2}{b^5}$$

$$\frac{a^2 b^{-3} x^3 y^{-2}}{a^{-3} b x^{-2} y}$$

۲۳- عدد روبه‌رو را به صورت توان مثبت بنویسید.

« پاسخ »

$$= \frac{a^2 \cdot a^3 \cdot x^3 \cdot x^2}{b^3 \cdot b \cdot y^2 \cdot y} = \frac{a^5 \cdot x^5}{b^4 \cdot y^3}$$

۲۴- عدد روبه‌رو را به صورت توان مثبت بنویسید.

$$\frac{1}{b^{-4}}$$

« پاسخ »

$$\frac{1}{b^{-4}} = b^4$$

۲۵- عدد روبه‌رو را به صورت توان مثبت بنویسید.

$$\frac{1}{(ab)^{-1}}$$

« پاسخ »

$$\frac{1}{(ab)^{-1}} = (ab)^{+1} = ab$$

۲۶- عدد روبه‌رو را به صورت توان مثبت بنویسید.

$$\left(\frac{3}{5}\right)^{-2}$$

« پاسخ »

$$\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{3}\right)^2$$

۲۷- حاصل عبارت روبه‌رو را به دست آورید.

$$\frac{-2 \times (2^{-1})^2 \times \left(- (2^{-1})^3\right)^2}{2^3 \times 2^2 \times (-2)^0}$$

« پاسخ »

$$= \frac{-2 \times 2^{-2} \times (-2^{-3})^2}{2^{3+2} \times 1} = \frac{-2 \times 2^{-2} \times 2^{-6}}{2^5} = \frac{-2^{1-2-6}}{2^5} = -\frac{2^{-7}}{2^5} = -2^{-7-(5)} = -2^{-12}$$

$$\frac{5^3 \times 3^5}{(5^{-6}) \times (15)^3}$$

« پاسخ »

$$\frac{5^3 \times 3^5}{(5^{-6}) \times (15)^3} = \frac{5^3 \times 3^5}{1 \times 3^3 \times 5^3} = 3^2$$

۲۹- حاصل عبارات زیر را به دست آورده و در صورت امکان به صورت عددی توان دار بنویسید.

$$A = 16 \left[\left(2 \times \frac{3}{4} \right)^2 \right]^3 \quad \text{و} \quad B = \frac{4^5 + 4^5 + 4^5 + 4^5}{2^3 + 2^3 + 2^3 + 2^3} \quad \text{و} \quad C = (5^4)^6 \times \frac{7^4 \times 125^3}{5^7 \times 11^4 \times 7}$$

« پاسخ »

$$A = 16 \left[\left(2 \times \frac{3}{4} \right)^2 \right]^3 = 16 \left[\left(\frac{3}{2} \right)^2 \right]^3 = 16 \times \left(\frac{3}{2} \right)^{2 \times 3} = 16 \times \left(\frac{3}{2} \right)^6 =$$

$$16 \times \frac{3^6}{2^6} = \cancel{16} \times \frac{3^6}{\cancel{2^6}} = \frac{3^6}{2^2}$$

$$B = \frac{4 \times 4^5}{4 \times 2^3} = \frac{4^6}{2^2 \times 2^3} = \frac{(2^2)^6}{2^{2+3}} = \frac{2^{12}}{2^5} = 2^7$$

$$C = 1 \times \frac{(7 \times 11)^4 \times (5^3)^6}{5^7 \times 11^4 \times 7} = \frac{\cancel{7^4} \times \cancel{11^4} \times \cancel{5^{18}}}{\cancel{5^7} \times \cancel{11^4} \times \cancel{7}} = 7^3 \times 5^2$$

هر عدد مخالف، به توان صفر برابر صفر است. ($a^0 = 1$ و $a \neq 0$)

۳۰- اگر $1 = (25)^{-2n} \times (5^{3n-1})^2$ ، n را به دست آورید.

« پاسخ »

$$\begin{aligned} (5^{3n-1})^2 \times (25)^{-2n} &= 1 \rightarrow \\ 5^{2(3n-1)} \times (5^2)^{-2n} &= 1 \rightarrow 5^{6n-2} \times 5^{-4n} = 1 \\ \rightarrow 5^{6n-2+(-4n)} &= 1 \rightarrow 5^{6n-2-4n} = 1 \rightarrow 5^{2n-2} = 1 (=5^0) \\ \rightarrow 5^{2n-2} &= 5^0 \rightarrow 2n-2=0 \rightarrow 2n=2 \rightarrow n=1 \end{aligned}$$

۳۱- عبارت زیر را تا حد امکان ساده کنید.

$$\frac{11^3 \times 2^6 \times 12^{-3}}{27^1 \times 3^{-5} \times 2^{-3}}$$

« پاسخ »

$$\begin{aligned} \frac{11^3 \times 2^6 \times 12^{-3}}{27^1 \times 3^{-5} \times 2^{-3}} &= \frac{(3^4)^3 \times 2^6 \times (2^2 \times 3)^{-3}}{(3^3)^1 \times 3^{-5} \times 2^{-3}} = \frac{3^{12} \times 2^6 \times (2^2)^{-3} \times 3^{-3}}{3^{24} \times 3^{-5} \times 2^{-3}} = \\ &= \frac{(3^{12} \times 3^{-3}) \times (2^6 \times 2^{-6})}{(3^{24} \times 3^{-5}) \times (2^{-3})} = \frac{\cancel{3^{12}} \times \cancel{2^6} \times 1}{\cancel{3^{12}} \times 2^{-3} \times 3^{10}} = \frac{1}{3^{10} \times 2^{-3}} = \frac{2^3}{3^{10}} \end{aligned}$$

۳۲- کسر مقابل را ساده کنید و حاصل را به صورت توان منفی بنویسید.

$$\frac{(x^5 y^{-3} z^4)^{-1}}{(x^{-1} y^{-2} z^{-5})^{-1}}$$

« پاسخ »

راه اول:
$$\frac{(x^5 y^{-3} z^4)^{-1}}{(x^{-1} y^{-2} z^{-5})^{-1}} = \frac{1}{(x^{-1})^{-1} (y^{-2})^{-1} (z^{-5})^{-1}} = \frac{1}{xy^2 z^5} = x^{-1} y^{-2} z^{-5}$$

راه دوم:
$$\frac{(x^5 y^{-3} z^4)^{-1}}{(x^{-1} y^{-2} z^{-5})^{-1}} = \frac{1}{(x^{-1} y^{-2} z^{-5})^{-1}} = (x^{-1} y^{-2} z^{-5})^{+1} = x^{-1} y^{-2} z^{-5}$$

(۱) هر عدد مخالف با صفر، به توان صفر برابر یک است ($a \neq 0$ و $a^0 = 1$)
 (۲) هر عدد توانداری که صورت کسر به مخرج آن و یا از مخرج کسری به صورت آن برود، توان آن قرینه خواهد بود.

۳۳- اعداد زیر را به صورت توان مثبت بنویسید.

$$\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} \quad \frac{1}{(ab)^{-1}} \quad \frac{1}{b^{-4}} \quad a^2 b^{-5} \quad \frac{a^2 b^{-3} x^3 y^{-2}}{a^{-3} b x^{-2} y}$$

« پاسخ »

$$\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{1}{\frac{3^2}{5^2}} = \frac{5^2}{3^2} = \left(\frac{5}{3}\right)^2$$

$$\frac{1}{(ab)^{-1}} = (ab)^1$$

$$\frac{1}{b^{-4}} = b^4$$

$$a^2 b^{-5} = a^2 \left(\frac{1}{b^5}\right) = \frac{a^2}{b^5}$$

$$\frac{a^2 b^{-3} x^3 y^{-2}}{a^{-3} b x^{-2} y} = \frac{a^{2+3} \cdot x^{3+2}}{b^{1+3} \cdot y^{1+2}} = \frac{a^5 \cdot x^5}{b^4 \cdot y^3}$$

۳۴- عدد مقابل را به صورت توان منفی بنویسید:

« پاسخ »

$$0.00007$$

$$0.00007 = \frac{7}{100000} = \left(\frac{100000}{7}\right)^{-1}$$

۳۵- عدد مقابل را به صورت توان منفی بنویسید:

« پاسخ »

$$0.00000001$$

$$0.00000001 = \frac{1}{100000000} = \frac{1}{10^8} = 10^{-8}$$