دفترچهٔ پاسخ

آزمون ۲ آبان ماه ۹۹

اختصاصی دوازدهم ریاضی (نظام جدید)

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	حسابان ۲	کاظم اجلالی- شاهین پروازی- طاهر دادستانی- یاسین سپهر- علی سلامت- علی شهرابی- عرفان صادقی- سعید علم‌پور حمید مام قادری- حمیدرضا نوش‌کاران- وحید ون‌آبادی
	هندسه	امیرحسین ابومحبوب- سیدمحمدرضا حسینی‌فرد- افشین خاصه‌خان- منوچهر خاصی- حسین خزایی- علیرضا طایفه‌تبریزی فرشاد فرامرزی- محمد گودرزی- زویا محمدعلی پورقهرمانی‌نژاد- مجید محمدی‌نویسی- محمدرضا وکیل‌الرعایا سرژ یقیازاریان تبریزی
	ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب- سید وحید ذوالفقاری- علیرضا طایفه تبریزی- فرشاد فرامرزی- سهام مجیدی‌پور- نیلوفر مهدوی
	فیزیک	خسرو ارغوانی‌فرد- عبدالرضا امینی‌نسب- زهره آقا محمدی- بیتا خورشید- میثم دشتیان- محمدعلی راست‌پیمان- سعید شرق علی قائمی- محسن قندچلر- مصطفی کیانی- علیرضا گونه- غلامرضا محبی- امیر محمودی انزابی- حسین مخدومی محمدحسین معززیان- سیدعلی میرنوری- سعید نصیری- شادمان ویسی
	شیمی	حسن اسماعیل‌زاده- علی جدی- ایمان حسین‌نژاد- حسن رحمتی کوکنده- ساجد شیری- محمدحسن محمدزاده مقدم محمد وزیری

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	کاظم اجلالی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	سیدعلی میرنوری	محمدحسن محمدزاده مقدم
گروه ویراستاری	مرضیه گودرزی علی ارجمند مهدی ملارمضانی علی مرشد	سیدعادل حسینی امیرحسین حقیقت	سیدعادل حسینی امیرحسین حقیقت	امیر محمودی انزابی مهدی نیک‌زاد زهره آقامحمدی سیدعلی میرنوری	یاسر راش آرش رضایی حسن رحمتی‌کوکنده محمدرضا یوسفی متین هوشیار
مسئول درس	سیدعادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	محمدحسن محمدزاده مقدم

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: فاطمه رسولی‌نسب مسئول دفترچه: آتنه اسفندیاری
حروف‌نگار	فاطمه روحی- حسن خرمجو
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

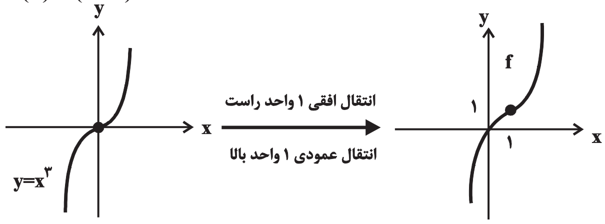
دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – کانون فرهنگی آموزش – تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

حسابان ۲

۸۱- **گزینهٔ «۳»** (عرفان صادقی)

$f(x)\quad x^3-3x^2+3x-1+1$

$f(x)\quad (x-1)^3+1$



(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۸۲- **گزینهٔ «۲»** (وحید ون آبادی)

از آن‌جا که نقطهٔ $(5,f^{-1}(5))$ روی نمودار تابع f^{-1} است، نقطهٔ $(f^{-1}(5),5)$ روی نمودار تابع f خواهد بود، یعنی می توان به جای x مقدار $f^{-1}(5)$ و به جای $f(x)$ عدد ۵ را جایگزین کرد. بنابراین از تساوی صورت سؤال داریم:

$$3f(f^{-1}(5))-f^{-1}(5)-2=f^{-1}(5)$$

$$\Rightarrow 3\times5-2=2f^{-1}(5)\Rightarrow f^{-1}(5)=\frac{13}{2}$$

حال با جای گذاری مقدار بدست آمده برای $f^{-1}(5)$ و $x=-\frac{3}{2}$ در رابطهٔ داده شده، $f(-\frac{3}{2})$ را بدست می‌آوریم:

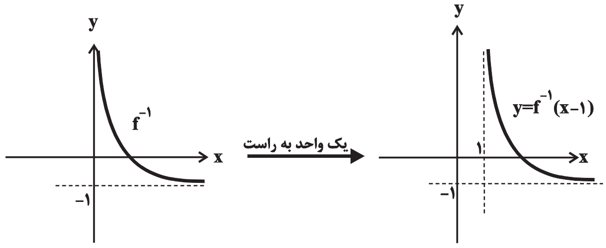
$$3f(-\frac{3}{2})+\frac{3}{2}-2=\frac{13}{2}$$

$$\Rightarrow 3f(-\frac{3}{2})=7\Rightarrow f(-\frac{3}{2})=\frac{7}{3}$$

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۵۴ تا ۶۲)

۸۳- **گزینهٔ «۳»** (کاظم اجلالی)

اگر نمودار تابع f را نسبت به خط $y\quad x$ قرینه کنیم، نمودار تابع f^{-1} به دست می آید و اگر این نمودار را یک واحد به راست منتقل کنیم، نمودار تابع $y\quad f^{-1}(x-1)$ به دست می‌آید.



(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۵۴ تا ۶۲)

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۸۴- **گزینهٔ «۱»** (طاهر دارستانی)

ضابطهٔ تابع را به صورت مربع کامل می‌نویسیم:

$$y=x^2-ax=\left(x-\frac{a}{2}\right)^2-\frac{a^2}{4}$$

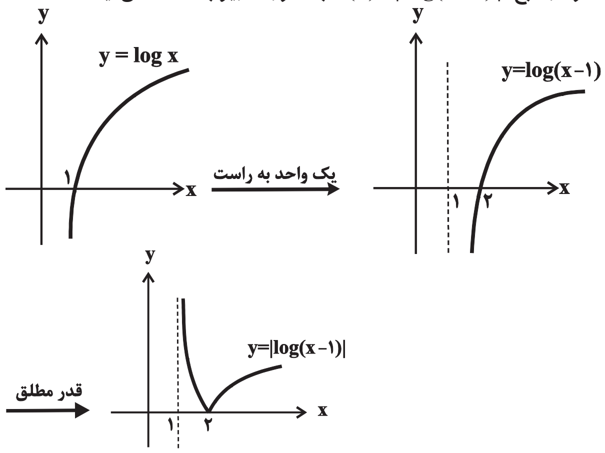
نقطهٔ $\left(\frac{a}{2},\ \frac{a^2}{4}\right)$ رأس سهمی بالاست. این سهمی در بازهٔ $[\frac{a}{2},+\infty)$ اکیداً صعودی و در بازهٔ $(-\infty,\frac{a}{2}]$ اکیداً نزولی است. بنابراین برای اینکه در بازهٔ $[\ \ ,+\infty)$ اکیداً صعودی باشد، لازم است $\frac{a}{2}\le 2$ باشد. (طول رأس سهمی بزرگ‌تر از ۲ نباشد.)

$\Rightarrow a\le 4$

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۸۵- **گزینهٔ «۱»** (حمید مام‌قادری)

نمودار تابع $f(x)\quad |\log(x-1)|$ به صورت زیر به دست می‌آید:

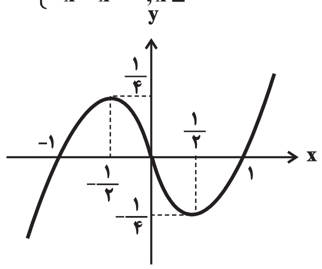


(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۸۶- **گزینهٔ «۱»** (علی سلامت)

ابتدا نمودار تابع $f(x)\quad x|x|-x$ را رسم می‌کنیم.

$$f(x)\quad x|x|-x=\begin{cases}x^2-x & ;x>0\\ -x-x^2 & ;x\le 0\end{cases}$$



ملاحظه می کنید که بازهٔ $[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}]$ بزرگترین بازه ای است که تابع f بر روی آن اکیداً نزولی است، پس بیشترین مقدار $f(a)-f(b)$ برابر است با:

$$f(-\frac{1}{2})-f(\frac{1}{2})=\frac{1}{4}-(-\frac{1}{4})=\frac{1}{2}$$

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۸۷- **گزینهٔ «۱»** (یاسین سپهر)

مراحل ذکر شده را به صورت برعکس از آخر روی تابع g انجام می‌دهیم تا به ضابطهٔ f برسیم.

$$g(x)\quad -|x+5|+2\xrightarrow{\text{۲واحد به بالا}}y=-|x+5|+4$$

$$\xrightarrow[\text{ها x}]{\text{قرینه نسبت به محور}}y=-(-|x+5|+4)=|x+5|-4$$

$$\Rightarrow y=|x+5|-4\xrightarrow{\text{۲واحد به راست}}f(x)=|x+3|-4$$

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۸۸- گزینهٔ «۲» (یاسین سپهر)

موارد ذکر شده در متن سؤال را مرحله به مرحله روی تابع f پیاده می‌کنیم.

$$f(x)\quad ۳|x+۲|-۴ \xrightarrow[x\to x+۳]{\text{۳واحد به طرف چپ}} f(x)=۳|x+۵|-۴$$

$$\xrightarrow{\text{۲واحد به بالا}} f(x)=۳|x+۵|-۲$$

$$\xrightarrow[x\to -x]{\text{قرینه نسبت به محور y ها}} f(x)=۳|-x+۵|-۲$$

حال ضابطهٔ به دست آمده را تعیین علامت می‌کنیم:

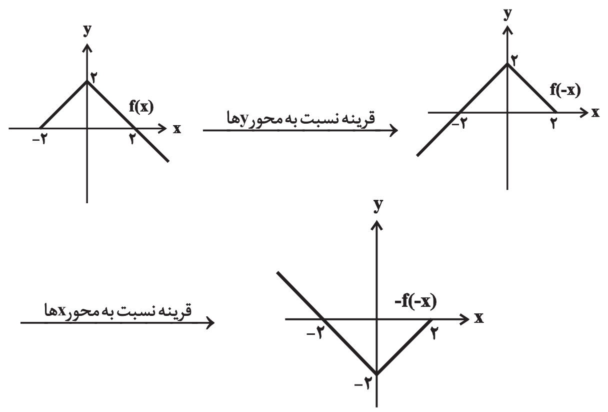
$$f(x)=\begin{cases}-۳x+۱۳ & ;x<۵\\ ۳x-۱۷ & ;x\geq ۵\end{cases}$$

تابع f در بازهٔ $[\ ,+\infty)$ و هر زیر مجموعهٔ آن اکیداً صعودی است.

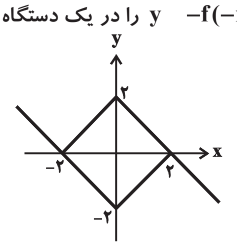
(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۸۹- گزینهٔ «۳» (شاهین پروازی)

نمودار $f(-x)$ قرینهٔ f نسبت به محور y، و نمودار $-f$، قرینهٔ f نسبت به محور x هاست.



نمودار دو تابع f و $y\quad -f(-x)$ را در یک دستگاه رسم می‌کنیم:



سطح محدود بین این دو نمودار، مربعی با قطر ۴ است و مساحت آن برابر است با:

$$S\quad \frac{۴\times ۴}{۲}\quad ۸$$

(حسابان ۲- تابع:صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۹۰- گزینهٔ «۴» (علی شهرابی)

نقطهٔ $B(۱,۷)$ روی تابع $y\quad -f(۲x)+۳$ قرار دارد:

$$-f(\ )+\quad \Rightarrow f(\ )=-$$

برای آن که $x-۱$ مساوی ۲ شود، باید $x=۳$ باشد:

$$y\quad ۲f(x-۱)+۱ \xrightarrow{x\quad ۳} y=۲f(۲)+۱=۲(-۴)+۱=-۷$$

$$\Rightarrow A(۳,-۷)$$

در نتیجه داریم:

$$a+b=۳+(-۷)=-۴$$

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۹۱- گزینهٔ «۲» (شاهین پروازی)

دامنهٔ تابع f برابر است با: $D_f=[-۱,۴)-\left\{\frac{۱}{۳}\right\}$

حال برای دامنهٔ تابع g داریم:

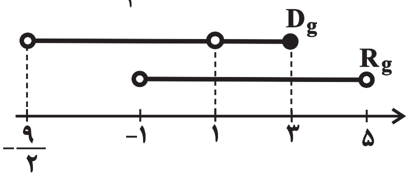
$$D_g:\begin{cases}-۱\leq ۱-\frac{۲}{۳}x<۴\Rightarrow -۲\leq -\frac{۲}{۳}x<۳\Rightarrow ۳\geq x>-\frac{۹}{۲}\\ ۱-\frac{۲}{۳}x\neq \frac{۱}{۳}\Rightarrow x\neq ۱\end{cases}$$

$$\Rightarrow D_g=(-\frac{۹}{۲},۳]-\{۱\}$$

برای برد f و g نیز داریم:

$$R_f\quad (۰,۳):۰<f(x)<۳\Rightarrow ۰<f(۱-\frac{۲}{۳}x)<۳$$

$$\Rightarrow ۰<۲f(۱-\frac{۲}{۳}x)<۶\Rightarrow -۱<g(x)<۵\Rightarrow R_g=(-۱,۵)$$



$$\Rightarrow D_g\cap R_g=(-۱,۳]-\{۱\}$$

این بازه، شامل اعداد صحیح ۳,۲,۰ است.

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

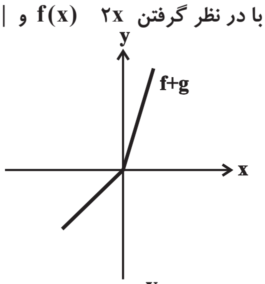
۹۲- گزینهٔ «۴» (علی شهرابی)

نکته: تابع g و $g^۳$ (یا هر توان فردی دیگری) از نظر یکنوایی مثل هم هستند. یعنی چون g غیریکنواست، $g^۳$ هم غیریکنواست.

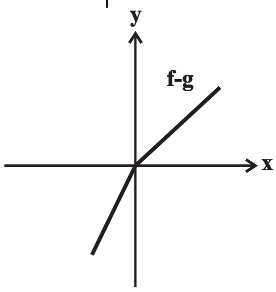
حال برای گزینه‌های دیگر مثال نقض می‌آوریم.

با در نظر گرفتن $۲x\quad f(x)$ و $|x|\quad g(x)$ داریم:

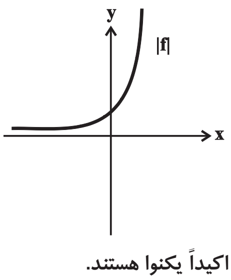
گزینهٔ (۱): $(f+g)(x)=\begin{cases}x & ;x<۰\\ ۳x & ;x\geq ۰\end{cases}$



گزینهٔ (۲): $(f-g)(x)=\begin{cases}۳x & ;x<۰\\ x & ;x\geq ۰\end{cases}$



گزینهٔ (۳): $f(x)=۲^x \xrightarrow{|f|}$



هر سه تابع اکیداً یکنوا هستند.

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۹۳- گزینهٔ «۲» (وحید ون‌آبادی)

y یک تابع رادیکالی با فرجهٔ زوج است، پس باید عبارت زیر رادیکال نامنفی باشد:

$$f(|x-2|)-f(|2x-1|)\geq 0 \Rightarrow f(|x-2|)\geq f(|2x-1|)$$
$$\xrightarrow{\text{تابعی نزولی اکیداست } f} |x-2|\leq|2x-1|$$
$$\xrightarrow{\text{توان}2} x^2-4x+4\leq 4x^2-4x+1 \Rightarrow x^2\geq 1 \Rightarrow x\leq -1 \text{ یا } x\geq 1$$
$$\Rightarrow x\in\mathbb{R}-(-1,1)$$

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۹۴- گزینهٔ «۲» (علی سلامت)

$$f^2(x)+f(x)-2\leq 0 \xrightarrow{f(x)\quad t} t^2+t-2\leq 0$$
$$\Rightarrow -2\leq t\leq 1 \Rightarrow -2\leq f(x)\leq 1$$

تابع $f(x) \quad \log_{0/5} x$ اکیداً نزولی است. بنابراین برای حل نامعادله $-2\leq \log_{/} x\leq 1$ داریم:

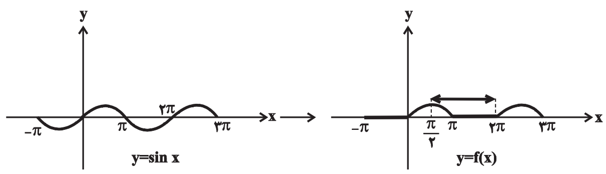
$$\begin{cases}\log_{0/5}x=-2 \Rightarrow x=4\\ \log_{0/5}x=1 \Rightarrow x=0/5\end{cases} \Rightarrow x\in[a,b]=[0/5,4] \Rightarrow a.b=2$$

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۹۵- گزینهٔ «۳» (علی شهرابی)

نمودار تابع f را رسم می‌کنیم:

$$f(x)=\begin{cases}\sin x & ;\sin x\geq 0\\ 0 & ;\sin x<0\end{cases}$$



پس طول بزرگ‌ترین بازه‌ای که f در آن نزولی است، $\pi-\frac{}{}=\frac{3\pi}{}$ است.

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۹۶- گزینهٔ «۱» (علی سلامت)

تابع g در محدوده‌ای تعریف شده است که $\frac{f(x-1)}{f(2\quad x)}\geq 0$ باشد، بنابراین داریم:

$$f(x-1)=0 \xrightarrow{f(4)\quad 0} x-1=4 \Rightarrow x=5$$
$$f(2-x)=0 \xrightarrow{f(4)\quad 0} 2-x=4 \Rightarrow x=-2$$

از طرفی تابع $f(x-1) \quad y$ اکیداً نزولی است، بنابراین برای $x>5$ منفی و برای $x<5$ مثبت است. همچنین تابع $f(2-x) \quad y$ اکیداً صعودی است و برای $x>-2$ مثبت و برای $x<-2$ منفی می‌باشد.

x	$-\infty$	-2		5	$+\infty$
f(x-1)	+		+	0	−
f(2-x)	−	0	+		+
p	−		+	0	−

جواب

$$\Rightarrow D_g=(-2,5]$$

دامنهٔ تابع شامل ۷ عدد صحیح است.

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۹۷- گزینهٔ «۳» (کاظم اجلالی)

چون تابع یک‌به‌یک است، باید زوج مرتب‌های $(1,2)$ و $(m^2,2)$ یکسان باشند. پس داریم:

$$m^2 \quad 1 \Rightarrow m=\pm 1$$

اگر $m=1$ باشد، تابع f به صورت زیر است که یکنواست و قابل قبول نیست.

$$f \quad \{(1,2),(2,3),(3,4),(4,5)\}$$

اگر $m=-1$ باشد، تابع f به صورت زیر است که یکنوا نیست.

$$f \quad \{(-4,-5),(1,2),(2,-3),(3,-4)\}$$

بنابراین فقط $m=-1$ قابل قبول است و در نتیجه داریم:

$$f^{-1}(3m-1)=f^{-1}(-4)=3$$

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۵۴ تا ۶۲)

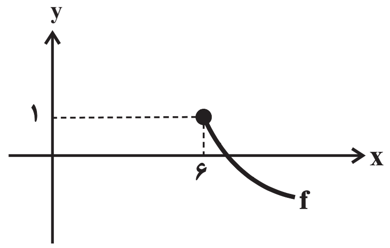
۹۸- گزینهٔ «۳» (سعید علم‌پور)

$$D_f \quad [\ ,+\infty)$$
$$x\geq 6 \Rightarrow x-2\geq 4 \Rightarrow \sqrt{x-2}\geq 2$$
$$\Rightarrow -\sqrt{x-2}\leq -2 \Rightarrow f(x)=3-\sqrt{x-2}\leq 1$$
$$\Rightarrow R_f=(-\infty,1]$$

حال تابع وارون تابع f را به دست می‌آوریم:

$$y \quad -\sqrt{x-\ } \Rightarrow \sqrt{x-\ }=\ -y \Rightarrow x-\ =(\ -y)^2$$
$$\Rightarrow x=(3-y)^2+2 \Rightarrow f^{-1}(x)=x^2-6x+11;D_{f^{-1}}=(-\infty,1]$$

دامنهٔ f^{-1} همان برد f است.



(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۵۴ تا ۶۲)

۹۹- گزینهٔ «۳» (حمیدرضا نوش‌کاران)

ابتدا ضابطهٔ وارون تابع را به دست می‌آوریم:

$$y \quad 4-(x-4)^3 \Rightarrow y-4=-(x-4)^3 \Rightarrow x-4=-\sqrt[3]{y-4}$$
$$\Rightarrow x=4-\sqrt[3]{y-4} \Rightarrow y=4-\sqrt[3]{x-4}$$

دو تابع را با هم تلاقی می‌دهیم:

$$4-\sqrt[3]{x-4}=4-(x-4)^3$$
$$\Rightarrow \sqrt[3]{x-4}=(x-4)^3$$
$$x-4=t \Rightarrow \sqrt[3]{t}=t^3 \xrightarrow{\text{توان}3} t=t^9$$
$$\Rightarrow t^9-t=t(t^8-1)=0 \Rightarrow \begin{cases}t \quad 0 \Rightarrow x=4\\ t=1 \Rightarrow x=5\\ t=-1 \Rightarrow x=3\end{cases}$$

پس در سه نقطه همدیگر را قطع می‌کنند.

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۵۴ تا ۶۲)

۱۰۰- گزینهٔ «۱» (کاظم اجلالی)

فرض کنیم نمودار تابع g در نقطهٔ $(a,-a)$ که $a<0$ است، نیمساز ربع دوم را قطع کند.

پس داریم:

$$g(a) \quad -f^{-1}(a+1)=-a \Rightarrow f^{-1}(a+1)=a$$
$$\xrightarrow{\text{وارون}} f(a)=a+1 \Rightarrow 2a+\sqrt{a+2}=a+1$$
$$\Rightarrow \sqrt{a+2}=1-a;-2\leq a<0 \xrightarrow{\text{توان}2} a+2=a^2-2a+1$$
$$\Rightarrow a^2-3a-1=0 \xrightarrow{-2\leq a<0} a=\frac{3-\sqrt{13}}{2}$$

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۵۴ تا ۶۲)

هندسه ۳

۱۰۱- گزینهٔ «۳» (زویا محمدعلی‌پور قهرمانی‌نژاد)

$$A^{۲}\quad \begin{bmatrix} x & y \\ ۱ & -۱ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x & y \\ ۱ & -۱ \end{bmatrix}\quad \begin{bmatrix} x^{۲}+y & xy-y \\ x-۱ & y+۱ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۲ & ۰ \\ ۰ & ۲ \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} x-۱=۰ \Rightarrow x=۱ \\ y+۱=۲ \Rightarrow y=۱ \end{cases} \Rightarrow x=y=۱$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۱۰۲- گزینهٔ «۴» (علیرضا طایفه تبریزی)

روش اول:

$$|A| \quad -\tan\alpha$$

$$A^{-۱}=\frac{۱}{-\tan\alpha}\begin{bmatrix} -۱ & ۰ \\ ۰ & \tan\alpha \end{bmatrix}\quad \begin{bmatrix} \frac{۱}{\tan\alpha} & ۰ \\ ۰ & -۱ \end{bmatrix}\quad \begin{bmatrix} \cot\alpha & ۰ \\ ۰ & -۱ \end{bmatrix}$$

روش دوم: وارون ماتریس قطری $(a,b\neq ۰)\ A=\begin{bmatrix} a & ۰ \\ ۰ & b \end{bmatrix}$ به صورت $A^{-۱}=\begin{bmatrix} \frac{۱}{a} & ۰ \\ ۰ & \frac{۱}{b} \end{bmatrix}$ است، پس داریم:

$$A \quad \begin{bmatrix} \tan\alpha & ۰ \\ ۰ & -۱ \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-۱}=\begin{bmatrix} \frac{۱}{\tan\alpha} & ۰ \\ ۰ & \frac{۱}{-۱} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \cot\alpha & ۰ \\ ۰ & -۱ \end{bmatrix}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۱۰۳- گزینهٔ «۱» (امیرحسین ابومحبوب)

$$\begin{bmatrix} x & ۲ & ۱ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۱ & -۱ & ۰ \\ ۲ & ۳ & ۱ \\ -۱ & -۲ & ۱ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ ۲ \\ -x \end{bmatrix}\quad ۰$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x+۳ & -x+۴ & ۳ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ -۲ \\ x \end{bmatrix}=۰$$

$$\Rightarrow x(x+۳)-۲(-x+۴)+۳(-x)=۰$$

$$\Rightarrow x^{۲}+۳x+۲x-۸-۳x=۰ \Rightarrow x^{۲}+۲x-۸=۰$$

مجموع ریشه‌ها $\quad -\frac{b}{a}=-۲$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۱۰۴- گزینهٔ «۲» (سید محمدرضا حسینی‌فرد)

$$AB+BA=\begin{bmatrix} a & ۱ \\ ۱ & b \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۰ & a \\ b & ۰ \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} ۰ & a \\ b & ۰ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a & ۱ \\ ۱ & b \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} b & a^{۲} \\ b^{۲} & a \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} a & ab \\ ab & b \end{bmatrix}=\bar{O}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} a+b & a^{۲}+ab \\ b^{۲}+ab & a+b \end{bmatrix}\quad \bar{O} \Rightarrow (a+b)\begin{bmatrix} ۱ & a \\ b & ۱ \end{bmatrix}=\bar{O} \Rightarrow a+b=۰$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۳ تا ۲۱)

۱۰۵- گزینهٔ «۳» (مجید محمدی نویسی)

دو ماتریس A و I تعویض‌پذیر هستند، بنابراین داریم:

$$B \quad ۲A-I \Rightarrow B^{۲}=(۲A-I)^{۲} \Rightarrow B^{۲}=۴A^{۲}-۴A+I \xrightarrow{A^{۲}=A}$$

$$B^{۲} \quad ۴A-۴A+I \Rightarrow B^{۲}=I \xrightarrow{\text{به توان ۵۰}} B^{۱۰۰}=I$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۱۰۶- گزینهٔ «۱» (منوچهر خاصی)

$$A^{۲}=A\times A=\begin{bmatrix} ۰ & -۲ \\ ۵ & ۰ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۰ & -۲ \\ ۵ & ۰ \end{bmatrix}\quad \begin{bmatrix} -۱۰ & ۰ \\ ۰ & -۱۰ \end{bmatrix}\quad -۱۰I$$

$$A^{۳} \quad A^{۲}\times A=(-۱۰I)\times A=-۱۰A \Rightarrow k=-۱۰$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۱۰۷- گزینهٔ «۲» (محمد گودرزی)

$$A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = A \times A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad -I$$

$$\Rightarrow A^6 = (A^3)^2 = (-I)^2 = I \qquad (1)$$

$$A^{-1} = \frac{1}{0-(-1)}\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow (A^{-1})^2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow (A^{-1})^3 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad -I \quad (2)$$

$$(1),(2) \Rightarrow A^6 + (A^{-1})^3 = I + (-I) = \bar{O}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۳)

۱۰۸- گزینهٔ «۴» (افشین خاصه خان)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A \times B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a-1 & -b \\ c+1 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} a+c & -b+1 \\ -a+2c+3 & b+2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} -b+1=0 \Rightarrow b=1 \\ -a+2c+3=0 \Rightarrow -a+2c=-3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b+2=m \xrightarrow{b\ 1} m=3 \\ a+c=m=3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a+2c=-3 \\ a+c=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c=0 \\ a=3 \end{cases} \Rightarrow a+b+c=4$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۱، ۱۲ و ۱۷)

۱۰۹- گزینهٔ «۳» (فرشاد فرامرزی)

ابتدا وارون ماتریس A را به دست می‌آوریم:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & m \\ -m & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{m^2}\begin{bmatrix} 0 & -m \\ m & 2 \end{bmatrix}$$

$$A + A^{-1} = 2I \Rightarrow \begin{bmatrix} 2 & m \\ -m & 0 \end{bmatrix} + \frac{1}{m^2}\begin{bmatrix} 0 & -m \\ m & 2 \end{bmatrix} \quad 2I$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 2 & m \quad \frac{1}{m} \\ -(m-\frac{1}{m}) & \frac{2}{m^2} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

باید داشته باشیم:

$$m - \frac{1}{m} = 0 \Rightarrow m = \frac{1}{m} \Rightarrow m^2 = 1 \Rightarrow m = \pm 1$$

$$\frac{2}{m^2} \quad 2 \Rightarrow m^2 = 1 \Rightarrow m = \pm 1$$

بنابراین به ازای دو مقدار ۱ و ۱- برای m، تساوی داده شده برقرار است.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۱۱۰- گزینهٔ «۱» (محمد گودرزی)

$$A = \begin{bmatrix} x & 1 \\ y & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & x \\ -1 & y \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} x-1 & x^2+y \\ y+1 & xy-y \end{bmatrix}$$

ماتریس A وارون‌پذیر نیست، بنابراین داریم:

$$|A| \quad 0 \Rightarrow (x-1)(xy-y) - (x^2+y)(y+1) = 0$$

$$\Rightarrow x^2y - xy - xy + y - x^2y - x^2 - y^2 - y = 0$$

$$\Rightarrow -(x^2+y^2+2xy) = 0 \Rightarrow -(x+y)^2 = 0 \Rightarrow x+y=0 \Rightarrow y=-x$$

$$B = \begin{bmatrix} x & -2y \\ -3y & 4x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & 2x \\ 3x & 4x \end{bmatrix} \Rightarrow |B| = -2x^2$$

$$B^{-1} = \frac{1}{-2x^2}\begin{bmatrix} 4x & -2x \\ -3x & x \end{bmatrix} \quad \frac{1}{2x}\begin{bmatrix} -4 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow 2xB^{-1} = \begin{bmatrix} -4 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۴ تا ۲۳)

ریاضیات گسسته

۱۱۱- گزینهٔ «۴» *(سهام مجیدی‌پور)*

حاصل‌ضرب ۳ عدد ۲، ۳ و ۴، برابر ۲۴ و بخش‌پذیر بر ۱۲ است، پس این ۳ عدد مثال نقضی برای گزینه‌های «۱» و «۳» هستند. همچنین حاصل ضرب ۳ عدد ۳، ۴ و ۵ برابر ۶۰ و بخش‌پذیر بر ۱۲ است، پس این ۳ عدد مثال نقضی برای گزینهٔ «۲» هستند.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۲ و ۳)

۱۱۲- گزینهٔ «۳» *(سید وحید ذوالفقاری)*

اگر $p>۳$ عددی اول باشد، آنگاه به یکی از دو صورت $k+$ p یا $k+$ p نوشته می‌شود، یعنی باقی‌ماندهٔ تقسیم آن بر عدد ۶، یکی از دو عدد ۱ یا ۵ است. از طرفی باقی ماندهٔ تقسیم دو عدد اول ۲ و ۳ بر ۶، برابر خود این اعداد است. پس در مجموع، ۴ باقیماندهٔ متفاوت می‌توان یافت.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحهٔ ۱۵)

۱۱۳- گزینهٔ «۱» *(علیرضا طایفه تبریزی)*

$$a \quad ۴q+۳ \xrightarrow{\times ۲} ۲a=۸q+۶$$
$$\xrightarrow{+۳} ۲a+۳=۸q+۶+۳=۸q+۸+۱$$
$$\Rightarrow ۲a+۳=۸(q+۱)+۱=۸q'+۱ \Rightarrow r=۱$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۱۱۴- گزینهٔ «۳» *(سید وحید ذوالفقاری)*

اگر $b=۰$ باشد، آنگاه به ازای هر عدد صحیح a رابطهٔ $a\,|\,b$ برقرار است در حالی که به ازای هر $a\neq ۰$، رابطهٔ $|a|\leq|b|$ نادرست است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۹ تا ۱۴)

۱۱۵- گزینهٔ «۴» *(سید وحید ذوالفقاری)*

گزینهٔ «۱»: دو عدد اول p و q عامل مشترکی به جز ۱ ندارند، پس $(p,q)=۱$

گزینهٔ «۲»: اگر $(p,p+q)=d$ باشد، آنگاه داریم:

$$\left.\begin{matrix} d\,|\,p+q \\ d\,|\,p \end{matrix}\right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}} d\,|\,q \xrightarrow{d|p} d\,|\,(p,q) \Rightarrow d\,|\,۱ \Rightarrow d=۱$$

گزینهٔ «۳»: دو عدد اول p و q هر دو فرد هستند، پس pq نیز فرد بوده و نسبت به عدد ۲ اول است.

گزینهٔ «۴»: با توجه به فرد بودن دو عدد اول p و q ، هر دو عدد $p+q$ و $p-q$ زوج هستند و در نتیجه دارای عامل مشترک ۲ می‌باشند، پس رابطهٔ $(p+q,p-q)=۱$ قطعاً نادرست است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۱۳، ۱۴ و ۱۶)

۱۱۶- گزینهٔ «۳» *(امیرحسین ابومحبوب)*

طبق قضیهٔ تقسیم داریم:

$$a \quad ۸k+۳=۴(۲k)+۳=۴q+۳$$
$$a \quad ۹k'+۷=۳(۳k')+۶+۱=۳(۳k'+۲)=۳q'+۱$$
$$\left.\begin{matrix} a \quad ۳q'+۱ \xrightarrow{\times ۴} ۴a=۱۲q'+۴ \\ a \quad ۴q+۳ \xrightarrow{\times ۳} ۳a=۱۲q+۹ \end{matrix}\right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}}$$
$$a \quad ۱۲(q'-q)-۵=۱۲(q'-q)-۱۲+۱۲-۵$$
$$\Rightarrow a=۱۲(q'-q-۱)+۷=۱۲q''+۷ \qquad (q''\in\mathbb{Z})$$

بنابراین باقی‌ماندهٔ تقسیم عدد a بر ۱۲، برابر ۷ است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

۱۱۷- گزینهٔ «۴» *(سهام مجیدی‌پور)*

با فرض $x=-۲$ و $y=-۸$ درستی گزینهٔ «۱» رد می‌شود. (نامساوی فقط برای اعداد نامنفی برقرار است.)

با فرض $x=-۳$ و $y=۱$ درستی گزینهٔ «۲» رد می‌شود.

با فرض x ۱ و $y=-۲$ درستی گزینهٔ «۳» رد می شود. (نامساوی فقط برای اعداد هم علامت درست است.)

گزینهٔ «۴» صحیح است زیرا:

$$x^۲y^۲+x^۲+y^۲+۱\geq x^۲y^۲+۲xy+۱$$
$$\Leftrightarrow x^۲+y^۲\geq ۲xy \Leftrightarrow x^۲+y^۲-۲xy\geq ۰ \Leftrightarrow (x-y)^۲\geq ۰$$

که نامساوی آخر بدیهی است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۲ تا ۸)

۱۱۸- گزینهٔ «۲» *(نیلوفر مهدوی)*

$$y \quad \frac{۸+۵|x|}{|x|}=\frac{۸}{|x|}+۵$$

۵ عددی صحیح است، پس برای آن که $\frac{۸+۵|x|}{|x|}$ صحیح باشد، لازم است $\frac{۸}{|x|}$ هم صحیح باشد یعنی $|x|$ عدد ۸ را عاد کند. در این صورت داریم:

$$|x| \quad ۱,۲,۴,۸$$
$$\begin{cases} |x| \quad ۱ \Rightarrow x=\pm ۱ \Rightarrow (۱,۱۳),(-۱,۱۳) \\ |x|=۲ \Rightarrow x=\pm ۲ \Rightarrow (۲,۹),(-۲,۹) \\ |x|=۴ \Rightarrow x=\pm ۴ \Rightarrow (۴,۷),(-۴,۷) \\ |x|=۸ \Rightarrow x=\pm ۸ \Rightarrow (۸,۶),(-۸,۶) \end{cases}$$

در بین نقاط به دست آمده تنها در نقطهٔ $(۸,۶)$، $x\geq y$ است و در نتیجه ۷ نقطه با مشخصات موردنظر بر روی این نمودار وجود دارد.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۱۱۹- گزینهٔ «۱» *(فرشاد فرامرزی)*

مجموع اعداد ۱، ۲، ... و n برابر است با:

$$A \quad ۱+۲+۳+...+n=\frac{n(n+۱)}{۲}$$

اگر A زوج باشد، داریم:

$$A \quad \frac{n(n+۱)}{۲}=۲k \Rightarrow n(n+۱)=۴k$$

از آنجا که n و $n+۱$ دو عدد متوالی هستند، هر دو نمی‌توانند مضرب ۲ باشند، بنابراین n یا $n+۱$ مضرب ۴ خواهد بود:

$$\begin{cases} n=۴q \Rightarrow ۱\leq ۴q\leq ۹۰ \xrightarrow{q\in Z} ۱\leq q\leq ۲۲ \\ n=۴q-۱ \Rightarrow ۱\leq ۴q-۱\leq ۹۰ \xrightarrow{q\in Z} ۱\leq q\leq ۲۲ \end{cases}$$

هر یک از مجموعه های فوق ۲۲ عضو دارند؛ بنابراین به ازای ۴۴ مقدار مختلف n، عدد A زوج می‌باشد.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: مشابه کار در کلاس- صفحهٔ ۵)

۱۲۰- گزینهٔ «۱» *(امیرحسین ابومحبوب)*

$$\left.\begin{matrix} ۲a+۳b\,|\,۲a+۳b \xrightarrow{\times ۵} ۲a+۳b\,|\,۱۰a+۱۵b \\ ۲a+۳b\,|\,۵a+۷b \xrightarrow{\times ۲} ۲a+۳b\,|\,۱۰a+۱۴b \end{matrix}\right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}} ۲a+۳b\,|\,b \quad (۱)$$

$$\left.\begin{matrix} ۲a+۳b\,|\,۵a+۷b \xrightarrow{\times ۳} ۲a+۳b\,|\,۱۵a+۲۱b \\ ۲a+۳b\,|\,۲a+۳b \xrightarrow{\times ۷} ۲a+۳b\,|\,۱۴a+۲۱b \end{matrix}\right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}} ۲a+۳b\,|\,a \quad (۲)$$

$$(۱),(۲) \Rightarrow \min(m+n)=۱+۱=۲$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

هندسه ۱

۱۲۱- گزینهٔ «۱» (منوچهر خاصی)

اگر دو مثلث در یک رأس مشترک بوده و قاعدهٔ مقابل به این رأس آن‌ها روی یک خط راست باشد، نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر با نسبت اندازهٔ قاعده‌های آن‌ها است. اگر $EC \quad x$ باشد، آن‌گاه داریم:

$$\frac{S_{AEC}}{S_{ABE}} \quad \frac{EC}{BE} \quad \frac{EC}{BD+DE}=\frac{x}{\frac{x}{۲}+\frac{x}{۳}}=\frac{۶}{۵}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۱ و ۳۲)

۱۲۲- گزینهٔ «۲» (حسین خزایی)

برای طول اضلاع این دو مثلث داریم: $\frac{۳}{\sqrt{۳}} \quad \frac{\frac{۳\sqrt{۶}}{۲}}{\frac{۳\sqrt{۲}}{۲}} \quad \frac{\sqrt{۶}}{\sqrt{۲}} \quad \sqrt{۳}$

یعنی طول اضلاع مثلث اول، $\sqrt{۳}$ برابر طول اضلاع نظیر آن ها در مثلث دوم است،

بنابراین دو مثلث متشابه هستند و نسبت تشابه آن‌ها $k=\sqrt{۳}$ است و در نتیجه داریم:

$$\frac{S_۱}{S_۲}=(\sqrt{۳})^۲=۳$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱ و ۴۵ تا ۴۷)

۱۲۳- گزینهٔ «۴» (فرشاد فرامرزی)

از آن جا که رابطهٔ $(۲\sqrt{۶})^۲+(۲\sqrt{۳})^۲ \quad ۶^۲$ بین اضلاع مثلث اول برقرار است، طبق عکس قضیهٔ فیثاغورس، مثلث قائم‌الزاویه می‌باشد و داریم:

$$S=\frac{ }{۲}\times\sqrt{ }\times\sqrt{ }=\sqrt{ }$$

از طرفی داریم: $\frac{S_۲}{S_۱}=k^۲\Rightarrow\frac{۳\sqrt{۲}}{۶\sqrt{۲}}=k^۲\Rightarrow k^۲=\frac{۱}{۲}\Rightarrow k=\frac{۱}{\sqrt{۲}}$

اگر اضلاع مثلث دوم را x و y و z بنامیم، داریم:

$$\frac{x}{۲\sqrt{۳}} \quad \frac{y}{۲\sqrt{۶}} \quad \frac{z}{۶} \quad \frac{۱}{\sqrt{۲}}\Rightarrow x=\sqrt{۶},y=۲\sqrt{۳},z=۳\sqrt{۲}$$

بنابراین اندازهٔ هیچ یک از اضلاع مثلث دوم، $۲\sqrt{۶}$ نیست.

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

۱۲۴- گزینهٔ «۳» (منوچهر خاصی)

$$BC \parallel DE \xrightarrow{\text{قضیهٔ تالس}} \frac{AC}{AE}=\frac{AB}{AD} \qquad (۱)$$

$$BE \parallel DF \xrightarrow{\text{قضیهٔ تالس}} \frac{AE}{AF}=\frac{AB}{AD} \qquad (۲)$$

$$(۱),(۲)\Rightarrow\frac{AC}{AE}=\frac{AE}{AF}\Rightarrow\frac{۵}{۹}=\frac{۹}{AF}\Rightarrow AF=\frac{۸۱}{۵}\Rightarrow AF=۱۶/۲$$

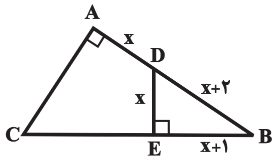
(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

۱۲۵- گزینهٔ «۲» (سرژ یقیازاریان تبریزی)

در مثلث DEB، با استفاده از فیثاغورس داریم:

$$x^۲+(x+۱)^۲=(x+۲)^۲$$

به دلیل اینکه اضلاع مثلث قائم‌الزاویه تشکیل دنبالهٔ حسابی داده اند و اینکه تنها سه عدد صحیح متوالی که در رابطهٔ فیثاغورس صدق می‌کنند ۳، ۴ و ۵ می‌باشند، بنابراین $x=۳$ است (نیازی به حل معادلهٔ درجه دوم نداریم.)



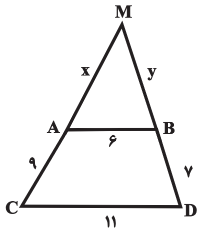
از طرفی دو مثلث EBD و ABC به حالت تساوی دو زاویه متشابه هستند.

$$\overset{\Delta}{ABC} \quad \overset{\Delta}{EBD}\Rightarrow\frac{DE}{AC}=\frac{EB}{AB}$$

$$\frac{x}{AC} \quad \frac{x+۱}{۲x \quad ۲}\xrightarrow{x \quad ۳}\frac{۳}{AC}=\frac{۴}{۸}\Rightarrow AC=۶$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

۱۲۶- گزینهٔ «۴» (منوچهر خاصی)



$$AB \parallel CD\xrightarrow{\text{تعمیم قضیهٔ تالس}}\frac{MA}{MC}=\frac{MB}{MD}=\frac{AB}{CD}\Rightarrow\frac{x}{x+۹}=\frac{y}{y+۷}=\frac{۶}{۱۱}$$

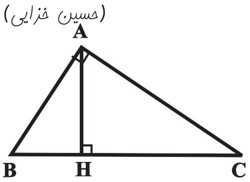
$$\begin{cases}\frac{x}{x+۹}=\frac{۶}{۱۱}\Rightarrow ۱۱x=۶x+۵۴\Rightarrow ۵x=۵۴\Rightarrow x=۱۰/۸\\ \frac{y}{y+۷}=\frac{۶}{۱۱}\Rightarrow ۱۱y=۶y+۴۲\Rightarrow ۵y=۴۲\Rightarrow y=۸/۴\end{cases}$$

بنابراین داریم: محیط مثلث MDC $\quad ۱۰/۸+۹+۱۱+۷+۸/۴=۴۶/۲$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

۱۲۷- گزینهٔ «۴» (حسین خزایی)

فرض کنید BH $\quad ۳k$ و CH $\quad ۴k$ باشد.



طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC داریم:

$$AH^۲ \quad BH\times CH\Rightarrow ۱۲^۲=۳k\times ۴k$$

$$\Rightarrow ۱۲k^۲=۱۲\times ۱۲\Rightarrow k^۲=۱۲\Rightarrow k=۲\sqrt{۳}$$

$$BC=۷\times ۲\sqrt{۳}=۱۴\sqrt{۳}$$

$$S_{ABC} \quad \frac{۱}{۲}AH\times BC=\frac{۱}{۲}\times ۱۲\times ۱۴\sqrt{۳}=۸۴\sqrt{۳}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

۱۲۸- گزینهٔ «۳» (محمدرضا وکیل الرعایا)

$$FD \parallel AB\xrightarrow{\text{قضیهٔ تالس}}\frac{DB}{CB}=\frac{AF}{AC}=\frac{۲}{۷}\Rightarrow\frac{CD}{CB}=\frac{۵}{۷}$$

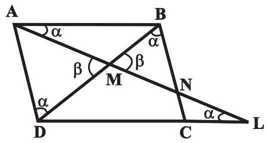
$$\overset{\Delta}{CFD}\sim\overset{\Delta}{ABC}\Rightarrow\frac{S_{CFD}}{S_{ABC}}=\left(\frac{CD}{CB}\right)^۲=\frac{۲۵}{۴۹}$$

$$\overset{\Delta}{DEB}\sim\overset{\Delta}{ABC}\Rightarrow\frac{S_{DEB}}{S_{ABC}}=\left(\frac{DB}{CB}\right)^۲=\frac{۴}{۴۹}$$

$$\frac{S_{AEDF}}{S_{ABC}}=\frac{S_{ABC}-(S_{CFD}+S_{DEB})}{S_{ABC}} \quad ۱-\left(\frac{۲۵}{۴۹}+\frac{۴}{۴۹}\right)=\frac{۲۰}{۴۹}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

۱۲۹- **گزینهٔ «۱»** *(سرژ یقیازاریان تبریزی)*



مثلث‌های DAM و BNM و مثلث‌های MAB و MLD به دلیل موازی بودن AD و BC متشابه‌اند و داریم:

$$\overset{\Delta}{DAM}\ \ \overset{\Delta}{BNM} \Rightarrow \frac{AM}{MN} = \frac{DM}{BM} \qquad (۱)$$

$$\overset{\Delta}{MLD} \sim \overset{\Delta}{MAB} \Rightarrow \frac{ML}{AM} = \frac{DM}{BM} \qquad (۲)$$

$$(۱),(۲) \Rightarrow \frac{AM}{MN} = \frac{ML}{AM} \Rightarrow AM^۲ = ML \times MN$$

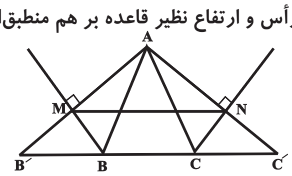
$$\Rightarrow ۸^۲ = MN(MN+۱۲) \Rightarrow MN^۲ + ۱۲MN - ۶۴ = ۰$$

$$\Rightarrow (MN+۱۶)(MN-۴) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} MN \ \ -۱۶ \text{ غ.ق.} \\ MN \ \ ۴ \end{cases}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

۱۳۰- **گزینهٔ «۳»** *(حسین خزایی)*

دو مثلث ABB' و ACC' متساوی‌الساقین هستند، چون در هر کدام از آن‌ها، نیمساز زاویهٔ رأس و ارتفاع نظیر قاعده بر هم منطبق‌اند. بنابراین داریم:



$$\left.\begin{matrix} AB \ \ BB' \\ AC \ \ CC' \end{matrix}\right\} \Rightarrow \overset{\Delta}{ABC}\text{ محیط} = AB+BC+AC$$

$$BB' + BC + CC' = B'C' \qquad (۱)$$

با توجه به متساوی‌الساقین بودن مثلث‌های ABB' و ACC'، BM و CN میانهٔ نظیر قاعده هستند، یعنی M وسط AB' و N وسط AC' است و در نتیجه داریم:

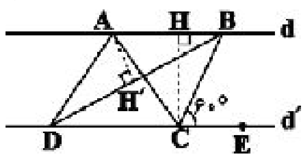
$$\frac{AM}{MB'}\ \ \frac{AN}{NC'}\ \ ۱ \xrightarrow{\text{عکس قضیهٔ تالس}} MN \parallel B'C'$$

$$\xrightarrow{\text{تعمیم قضیهٔ تالس}} \frac{MN}{B'C'} = \frac{AM}{AB'} = \frac{۱}{۲} \overset{(۱)}{\Rightarrow} \frac{MN}{\overset{\Delta}{ABC}\text{ محیط}} = \frac{۱}{۲}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

هندسه ۱- (گواه)

۱۳۱- **گزینهٔ «۳»** *(کتاب آبی هندسه پایه)*



$d \parallel d'$ و BC مورب است پس $BCE = ۶۰°$، از طرفی بنا به فرض در مثلث ABC داریم: $A \ \ C$. در نتیجه $A = ۶۰°$ و C و مثلث ABC متساوی‌الاضلاع است. طبق قضیهٔ فیثاغورس می‌دانیم که طول ارتفاع (h) در مثلث متساوی‌الاضلاعی به ضلع a برابر با $\frac{\sqrt{۳}}{۲}a$ است. پس:

$$CH \ \ \frac{\sqrt{۳}}{۲} \times BC = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \times \frac{۳}{۲} = \frac{۳\sqrt{۳}}{۴}$$

بنابر نتیجهٔ (۳) صفحهٔ ۳۲ کتاب درسی داریم:

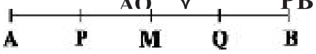
$$S_{ABC} = S_{ABD} \Rightarrow \frac{CH \times AB}{۲} = \frac{AH' \times DB}{۲} \xrightarrow{DB \ \ ۲AB} CH = ۲AH'$$

$$\Rightarrow \frac{۳\sqrt{۳}}{۴} = ۲AH' \Rightarrow AH' = \frac{۳\sqrt{۳}}{۸}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن: مشابه تمرین ۴ صفحهٔ ۳۳)

۱۳۲- **گزینهٔ «۱»** *(کتاب آبی هندسه پایه)*

باتوجه به آن که P و Q در دو طرف نقطهٔ M قرار دارند، پس در صورتی که $\frac{AP}{PB} = \frac{۱}{۴}$، آن‌گاه $\frac{BQ}{AQ} = \frac{۳}{۷}$ است.



$$\frac{AP}{PB}\ \ \frac{۱}{۴} \Rightarrow \frac{AP}{AP+PB} = \frac{۱}{۱+۴} = \frac{۱}{۵} \Rightarrow AP = \frac{۱}{۵}AB$$

$$\frac{BQ}{AQ}\ \ \frac{۳}{۷} \Rightarrow \frac{AQ+BQ}{AQ} = \frac{۷+۳}{۷} = \frac{۱۰}{۷} \Rightarrow AQ = \frac{۷}{۱۰}AB$$

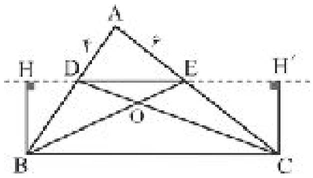
$$PQ \ \ AQ - AP = \frac{۷}{۱۰}AB - \frac{۱}{۵}AB = \frac{۱}{۲}AB$$

چون M وسط AB است، داریم:

$$\frac{PQ}{AM}\ \ \frac{\frac{۱}{۲}AB}{\frac{۱}{۲}AB}\ \ ۱$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۲ و ۳۳)

۱۳۳- **گزینهٔ «۴»** *(کتاب آبی هندسه پایه)*



چون $\frac{۴}{۵}\ \ \frac{AE}{EC}\ \ \frac{AD}{DB}$، پس طبق عکس قضیهٔ تالس، $DE \parallel BC$. از B و C به ترتیب عمودهای BH و CH' را بر امتدادهای DE وارد می‌کنیم، از آنجا که $DE \parallel BC$، پس $CH'\ \ BH$، بنابراین داریم:

$$\frac{S(\overset{\Delta}{BDE})}{S(\overset{\Delta}{CDE})}\ \ \frac{\frac{۱}{۲}BH \times DE}{\frac{۱}{۲}CH' \times DE}\ \ ۱ \Rightarrow S(\overset{\Delta}{BDE})\ \ S(\overset{\Delta}{CDE})$$

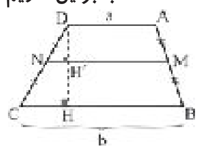
$$\Rightarrow S(\overset{\Delta}{BDE}) - S(\overset{\Delta}{ODE})\ \ S(\overset{\Delta}{CDE}) - S(\overset{\Delta}{ODE})$$

$$\Rightarrow S(\overset{\Delta}{OBD})\ \ S(\overset{\Delta}{OCE}) \Rightarrow \frac{S(\overset{\Delta}{OBD})}{S(\overset{\Delta}{OCE})}\ \ ۱$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۷)

۱۳۴- **گزینهٔ «۴»** *(کتاب آبی هندسه پایه)*

نقاط M و N وسطهای دو ساق AB و DC هستند، بنابراین داریم:



$$MN \ \ \frac{a+b}{۲}$$

$$MN \parallel AD \parallel BC \text{ و } MN \ \ \frac{a+b}{۲}$$

از موازی بودن MN با AD و BC، می توان نتیجه گرفت که دو چهار ضلعی $AMND$ و $MBCN$ ذوزنقه هستند، مطابق شکل از D، عمود DH را بر BC وارد می‌کنیم و نقطهٔ تقاطع DH با MN را H' می‌نامیم، داریم: طبق فرض $S_{MBCN}\ \ ۲S_{AMND}$:

$$\Rightarrow \frac{(MN+BC)\times HH'}{۲}\ \ ۲\times\frac{(AD+MN)\times DH'}{۲} \quad (*)$$

با به‌کار بردن قضیهٔ تالس در مثلث CDH، داریم: $\frac{DH'}{H'H}\ \ \frac{DN}{NC}\ \ ۱ \Rightarrow DH'\ \ H'H$

پس: $\xrightarrow{(*)} \frac{MN+BC}{۲}\ \ AD+MN$

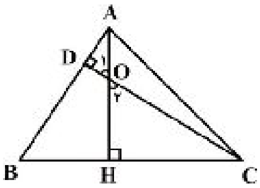
$$\Rightarrow \frac{\frac{a+b}{۲}+b}{۲}\ \ a+\frac{a+b}{۲} \Rightarrow \frac{a+b}{۲}+b\ \ ۲\left(a+\frac{a+b}{۲}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{(a+b)+۲b}{۲}\ \ ۲a+(a+b) \Rightarrow a+۳b = ۶a+۲b \Rightarrow b = ۵a \Rightarrow \frac{BC}{AD} = ۵$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

۱۳۵- گزینهٔ «۴» (کتاب آبی هندسه پایه)

$$12 \quad \frac{1}{}OH = AD \quad 5OD$$



$$\Rightarrow \begin{cases} OH \quad ۳۶ \\ AD = ۱۲ \\ OD = \frac{۱۲}{۵} \end{cases}$$

مثلث‌های HOC و AOD را در نظر بگیرید، داریم:

$$\begin{cases} O_1 \quad O_2 \\ D \quad H \quad ۰ \end{cases} \xrightarrow{\text{تساوی زاویه‌ها}} \overset{\Delta}{ADO} \sim \overset{\Delta}{CHO}$$

$$\Rightarrow \frac{OD}{OH} \quad \frac{AD}{CH} \Rightarrow \frac{\frac{۱۲}{۵}}{۳۶} \quad \frac{۱۲}{HC} \Rightarrow HC \quad ۳۶\times۵ \quad ۱۸۰$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

۱۳۶- گزینهٔ «۳» (کتاب آبی هندسه پایه)

می‌دانیم در هر مثلث $\frac{۱}{۲}a.h$ S، پس $h \quad \frac{۲S}{a}$، یعنی در هر مثلث طول هر ارتفاع، متناسب با معکوس طول ضلعی است که ارتفاع بر آن وارد می‌شود.

با توجه به توضیح بالا اگر طول اضلاع یک مثلث ۴، ۴ و ۵ باشد، ارتفاع‌های آن مثلث متناسب با $\frac{۱}{۴}$، $\frac{۱}{۴}$ و $\frac{۱}{۵}$ هستند.

با این توضیحات، گزینه‌ها را امتحان می‌کنیم:

گزینهٔ ۱ : $\frac{۲}{\frac{۱}{۴}}, \frac{۲}{\frac{۱}{۴}}, \frac{۳}{\frac{۱}{۵}} \Rightarrow ۸ = ۸ \neq ۱۵$ نادرست

گزینهٔ ۲ : $\frac{۱۶}{\frac{۱}{۴}}, \frac{۱۶}{\frac{۱}{۴}}, \frac{۲۰}{\frac{۱}{۵}} \Rightarrow ۶۴ = ۶۴ \neq ۱۰۰$ نادرست

گزینهٔ ۳ : $\frac{۲۰}{\frac{۱}{۴}}, \frac{۲۰}{\frac{۱}{۴}}, \frac{۱۶}{\frac{۱}{۵}} \Rightarrow ۸۰ = ۸۰ = ۸۰$ درست

گزینهٔ ۴ : $\frac{۵}{\frac{۱}{۴}}, \frac{۵}{\frac{۱}{۴}}, \frac{۶}{\frac{۱}{۵}} \Rightarrow ۲۰ = ۲۰ \neq ۳۰$ نادرست

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

۱۳۷- گزینهٔ «۳» (کتاب آبی هندسه پایه)

چون x $x+۸ > x+۷ > x$، پس $(x+۸)$ طول بزرگ‌ترین ضلع این مثلث (وتر) است.

رابطهٔ فیثاغورس: $(x+۸)^۲ \quad x^۲ + (x+۷)^۲$

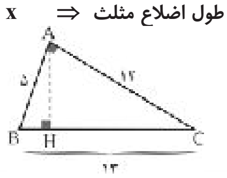
$$\Rightarrow x^۲ + ۱۶x + ۶۴ \quad x^۲ + (x^۲ + ۱۴x + ۴۹)$$

$$\Rightarrow x^۲ - ۲x - ۱۵ \quad ۰ \Rightarrow (x+۳)(x-۵) \quad ۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \quad -۳ \quad \text{غیرقابل قبول} \\ x \quad ۵ \end{cases}$$

$x \Rightarrow$ طول اضلاع مثلث : $۵, ۵+۷ \quad ۱۲, ۵+۸ \quad ۱۳$

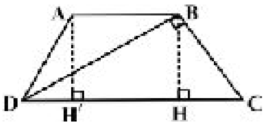
با توجه به شکل داریم:



$$AH \quad \frac{AB \times AC}{BC} \quad \frac{۵\times۱۲}{۱۳} = \frac{۶۰}{۱۳}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

۱۳۸- گزینهٔ «۱» (کتاب آبی هندسه پایه)



در مثلث قائم‌الزاویهٔ BCD داریم:

$$BC^۲ \quad DC^۲ - BD^۲ \quad ۱۰۰ - ۶۴ \quad ۳۶$$

در مثلث قائم‌الزاویهٔ BCD می‌توان نوشت:

$$BC^۲ \quad CH.CD \Rightarrow ۳۶ \quad CH \times ۱۰ \Rightarrow CH \quad ۳/۶$$

با توجه بـه همنهشتی مثلـث‌های BCH و ADH'، داریـم $DH' = ۳/۶$.

بنابراین: $AB \quad HH' \quad CD - (CH + DH') \quad ۱۰ - ۷/۲ \quad ۲/۸$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

۱۳۹- گزینهٔ «۳» (کتاب آبی هندسه پایه)

نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه، برابر مجذور نسبت تشابه آن‌هاست، پس:

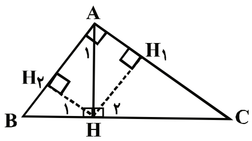
$$k^۲ \quad \frac{۴۹}{۱۲۸} \quad \frac{۴۹}{۶۴\times۲} \Rightarrow k = \frac{۷}{۸\sqrt{۲}}$$

نسبت دو ضلع متناظر، همان نسبت تشابه است، پس:

$$k \quad \frac{a}{a'} \Rightarrow \frac{۷}{۸\sqrt{۲}} \quad \frac{۲۱}{a'} \Rightarrow a' = ۲۴\sqrt{۲}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

۱۴۰- گزینهٔ «۲» (کتاب آبی هندسه پایه)



طبق فرض: $\frac{S(\overset{\Delta}{ABC})}{S(\overset{\Delta}{HBA})} = \frac{۶/۷۶}{۱}$

$$\Rightarrow \frac{S(\overset{\Delta}{ABC}) - S(\overset{\Delta}{HBA})}{S(\overset{\Delta}{HBA})} \quad \frac{۶/۷۶ - ۱}{۱}$$

$$\Rightarrow \frac{S(\overset{\Delta}{HAC})}{S(\overset{\Delta}{HBA})} \quad \frac{۵/۷۶}{۱} \qquad (*)$$

می‌دانیم که نسبت مساحت های دو مثلث متشابه، برابر با مجذور نسبت تشابه آن ها است. از آنجا که $\overset{\Delta}{HBA} \sim \overset{\Delta}{HAC}$ اگر نسبت تشابه این دو مثلث k را بنامیم از تساوی $(*)$، نتیجه می‌شود:

$$k^۲ \quad ۵/۷۶ \Rightarrow k^۲ = (۲/۴)^۲ \Rightarrow k = ۲/۴$$

هم چنین در دو مثلث متشابه HBA و HAC، HH_1 و HH_2 ارتفاع‌های وارد بر وتر هستند و می دانیم که نسبت ارتفاع های نظیر در دو مثلث متشابه، برابر با نسبت تشابه است، داریم:

$$\frac{HH_1}{HH_2} \quad k \Rightarrow \frac{HH_1}{HH_2} \quad ۲/۴ \Rightarrow \frac{HH_1}{HH_2} \quad \frac{۱۲}{۵} \Rightarrow \frac{HH_2}{HH_1} \quad \frac{۵}{۱۲}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

فیزیک ۳

۱۴۱- گزینهٔ «۱» (غلامرضا محبی)

به کمک رابطهٔ $s_{av} \quad \frac{\ell}{\Delta t}$، داریم:

$$\ell \quad s_{av}\Delta t \xrightarrow[\Delta t=۱/۵s]{s_{av} \quad s \quad ۶۰\frac{km}{h} \quad \frac{۶۰}{۳/۶}\frac{m}{s} \quad \frac{۵۰}{۳}\frac{m}{s}}$$

$$\ell \quad \frac{۵۰}{۳}\times ۱/۵ = ۲۵m$$

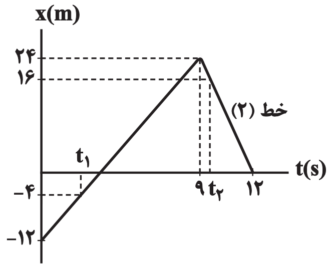
(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۳ و ۴)

۱۴۲- گزینهٔ «۳» (میثم رشتیان)

مکان اولیهٔ این متحرک (در $t=۰$) برابر با $x_۰ \quad -۱۲m$ است. پس زمانی که متحرک در فاصلهٔ ۸ متری از مکان اولیهٔ خود قرار دارد، در واقع در مکان $x_۱ \quad -۴m$ قرار خواهد داشت. با توجه به تشابه مثلث‌ها داریم:

$$\frac{۲۴-(-۱۲)}{۹} \quad \frac{-۴-(-۱۲)}{t_۱}$$

$$\Rightarrow t_۱ = ۲s$$



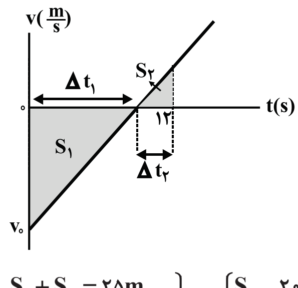
از طرفی طبق نمودار، بیشترین فاصلهٔ متحرک از مبدأ مکان برابر ۲۴m است که در $t \quad ۹s$ رخ داده است. هم در زمان‌های قبل از $t \quad ۹s$ و هم در زمان‌های بعد از $t \quad ۹s$، متحرک می‌تواند در ۸ متری از این نقطه قرار گیرد، اما با توجه به اینکه طبق اطلاعات سؤال در لحظهٔ $t_۲$ متحرک در حال حرکت در خلاف جهت محور x بوده است، پس لحظهٔ $t_۲$ پس از $t \quad ۹s$ و مکان متحرک در این لحظه $x \quad ۲۴-۸=۱۶m$ بوده است. در این حالت نیز با توجه به تشابه مثلث‌ها داریم:

$$\frac{۲۴-۰}{۱۲ \quad ۹} \quad \frac{۱۶-۰}{۱۲ \quad t_۲} \Rightarrow t \quad = ۱۰s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحهٔ ۶)

۱۴۳- گزینهٔ «۲» (حسین مخدومی)

متحرک در مبدأ زمان به سمت چپ محور x ها حرکت می‌کند. ضمناً با توجه به متفاوت بودن مسافت طی شده و اندازهٔ جابه‌جایی، در مسیر خود تغییر جهت داده است. پس اگر نمودار سرعت- زمان را رسم کنیم، داریم:



$$\left.\begin{matrix} S_۱+S_۲=۲۵m \\ -S_۱+S_۲=-۱۵m \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{matrix} S_۱ \quad ۲۰m \\ S_۲=۵m \end{matrix}\right.$$

از تشابه دو مثلث، داریم:

$$\frac{S_۱}{S_۲}=\frac{\Delta t_۱^۲}{\Delta t_۲^۲} \Rightarrow \frac{۲۰}{۵}=\frac{\Delta t_۱^۲}{\Delta t_۲^۲} \Rightarrow \Delta t_۱ = ۲\Delta t_۲$$

از طرفی می‌دانیم:

$$\Delta t = \Delta t_۱ + \Delta t_۲ = ۱۲s \Rightarrow \left\{\begin{matrix} \Delta t_۱ = ۸s \\ \Delta t_۲ = ۴s \end{matrix}\right.$$

$$S_۱ \text{ مساحت مثلث } = \frac{|v_۰|\Delta t_۱}{۲} \Rightarrow ۲۰ = \frac{|v_۰|\times ۸}{۲}$$

$$\Rightarrow |v_۰| = ۵\frac{m}{s} \Rightarrow v_۰ = -۵\frac{m}{s}$$

شتاب حرکت متحرک ثابت است، پس آن‌را از بازهٔ زمانی صفر تا ۸s محاسبه می‌کنیم:

$$a_{av} \quad \frac{v_۸ - v_۰}{\Delta t_۱} = \frac{۰-(-۵)}{۸-۰} \Rightarrow a = \frac{۵}{۸}\frac{m}{s^۲}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۹ تا ۲۱)

۱۴۴- گزینهٔ «۳» (محسن قندچلر)

چون در ۵ ثانیهٔ اول حرکت، تندی متوسط بزرگ‌تر از اندازهٔ سرعت متوسط است، در نتیجه حتماً متحرک در ۵ ثانیهٔ اول حرکت، تغییر جهت حرکت داده است.

بنابراین بعد از لحظهٔ $t \quad ۵s$ حرکت متحرک الزاماً تندشونده است ولی برای زمان‌های قبل از آن، اظهارنظر قطعی نمی‌توان کرد.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۵ و ۱۵ تا ۲۱)

۱۴۵- گزینهٔ «۱» (زهره آقامحمدی)

با توجه به شکل، $x_۰ \quad ۱۲m$ است. از طرف دیگر، چون نمودار مکان- زمان سهمی است، پس حرکت با شتاب ثابت است. با استفاده از معادلهٔ مکان- زمان در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$x \quad \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰$$

$$\Rightarrow ۰ = \frac{۱}{۲}a\times ۳۶ + ۶v_۰ + ۱۲ \Rightarrow ۳a + v_۰ = -۲ \; (۱)$$

از طرفی با توجه به نمودار، چون در لحظهٔ $t \quad ۲s$، شیب خط مماس بر نمودار که همان سرعت لحظه‌ای است، برابر صفر است، پس متحرک در لحظهٔ $t \quad ۲s$ تغییر جهت می‌دهد. داریم:

$$v \quad at + v_۰ \Rightarrow ۰ = ۲a + v_۰ \quad (۲)$$

از حل دستگاه معادلات (۱) و (۲)، $v_۰$ و a را به‌دست می‌آوریم:

$$a \quad -۲\frac{m}{s^۲} \text{ و } v_۰ \quad ۴\frac{m}{s}$$

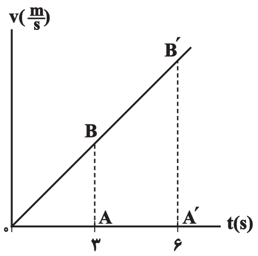
با جایگذاری مقادیر محاسبه شده در معادلهٔ سرعت – زمان، سرعت در لحظهٔ $t \quad ۸s$ به‌دست می‌آید.

$$v \quad at + v_۰ \Rightarrow v = -۲t + ۴ \xrightarrow{t \quad ۸s} v = -۲\times ۸ + ۴ = -۱۲\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۱۴۶- گزینهٔ «۳» (حسین مخدومی)

مساحت محصور بین نمودار سرعت – زمان و محور زمان، نشان‌دهندهٔ جابه‌جایی است. با توجه به تشابه مثلث‌های $\overset{\Delta}{OAB}$ و $\overset{\Delta}{OA'B'}$، خواهیم داشت:



$$\frac{S_{OA'B'}}{S_{OAB}} = \left(\frac{OA'}{OA}\right)^۲$$

$$\Rightarrow \frac{S_۲}{۹} = \left(\frac{۶}{۳}\right)^۲ \Rightarrow S_۲ = ۳۶m$$

بنابراین جابه‌جایی متحرک در ۳s دوم حرکت برابر است با:

$$\Delta x_{۳\to۶} = S_۲ - S_۱ = ۳۶-۹ = ۲۷m$$

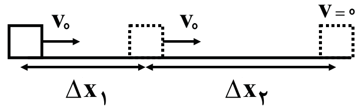
و در نتیجه سرعت متوسط آن در ۳s دوم حرکت برابر است با:

$$(v_{av})_{۳\to۶} \quad \frac{\Delta x_{۳\to۶}}{\Delta t} \quad \frac{۲۷}{۶-۳} \quad ۹\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۵، ۱۷ و ۱۸)

۱۴۷- گزینهٔ «۲» *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

مطابق شکل زیر، ابتدا باید مسافت طی شده توسط خودرو را تعیین کنیم. این مسافت شامل دو بخش، یکی بخش حرکت یکنواخت و دیگری حرکت شتابدار می‌باشد.



$v_0 \quad ۷۲\frac{km}{h} \quad ۲۰\frac{m}{s}$

مسافتی که خودرو با سرعت ثابت طی می‌کند:

$\Delta x_1 = v_0 t = ۲۰\times ۰/۵ = ۱۰m$

اکنون خط ترمز اتومبیل را محاسبه می‌کنیم، داریم:

$v^2 \quad v_0^2 + ۲a.\Delta x_2$

$\Rightarrow ۰ = ۴۰۰ + ۲(-۵)\Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_2 = ۴۰m$

بنابراین کل جابه‌جایی اتومبیل از لحظهٔ دیده شدن مانع تا توقف کامل برابر است با:

$\Delta x_T = \Delta x_1 + \Delta x_2 = ۱۰ + ۴۰ = ۵۰m$

چون $\Delta x_T > ۴۵m$ می‌باشد، بنابراین اتومبیل به مانع برخورد می‌کند.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۲۱)

۱۴۸- گزینهٔ «۲» *(محمدحسین معززیان)*

ابتدا جابه‌جایی هر کدام از اتومبیل‌ها در مدت ۱ ثانیه را بررسی می‌کنیم:

$$\left.\begin{matrix} A: v_A \quad ۲۱۶\frac{km}{h} \quad ۶۰\frac{m}{s} \\ B: v_B \quad ۱۸\frac{km}{h} \quad ۵\frac{m}{s}\end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{cases}\Delta x_A = v_A \times ۱ = ۶۰m \\ \Delta x_B = v_B \times ۱ = ۵m\end{cases}$$

در نتیجه، بعد از گذشت ۱ ثانیه، دو اتومبیل به اندازهٔ ۵۵ متر به یکدیگر نزدیک می‌شوند.

فاصلهٔ دو اتومبیل در لحظهٔ ترمز گرفتن $۱۷۶ - ۵۵ = ۱۲۱m$

معادلهٔ حرکت دو اتومبیل را می‌نویسیم:

$x_A \quad \frac{۱}{۲}at^2 + ۶۰t$

$x_B \quad ۵t + ۱۲۱$

برای اینکه دو اتومبیل به یکدیگر برخورد نکنند، معادلهٔ $x_A \quad x_B$ نباید ریشهٔ حقیقی داشته باشد، بنابراین:

$x_A \quad x_B \Rightarrow \frac{۱}{۲}at^2 + ۶۰t = ۵t + ۱۲۱$

$\Rightarrow \frac{۱}{۲}at^2 + ۵۵t - ۱۲۱ = ۰$

$\xrightarrow{\Delta<۰} (۵۵)^2 - ۴\times\frac{۱}{۲}a\times(-۱۲۱) < ۰$

$\Rightarrow - a\times \quad >(\quad)^2$

$\Rightarrow a < -\frac{۳۰۲۵}{۲\times ۱۲۱} \Rightarrow a < -۱۲/۵\frac{m}{s^2} \Rightarrow |a| > ۱۲/۵\frac{m}{s^2}$

حتی به اندازهٔ ε هم بزرگتر باشد، مورد قبول است. در جواب هم همان $۱۲/۵\frac{m}{s^2}$ باید انتخاب گردد.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۲۱)

۱۴۹- گزینهٔ «۲» *(علیرضا گونه)*

هنگامی که دو متحرک به یکدیگر می‌رسند، برای متحرک اول ۱۰ ثانیه و برای متحرک دوم، ۸ ثانیه سپری شده است. با توجه به این که حرکت متحرک اول با سرعت ثابت و حرکت متحرک دوم با شتاب ثابت است، می‌توان نوشت:

$\Delta x_1 = \Delta x_2 \Rightarrow v_1 t_1 = \frac{v_2 + v_0}{۲}t_2$

$\Rightarrow ۴\times ۱۰ = \frac{v_2 + ۰}{۲}\times ۸ \Rightarrow v_2 = ۱۰\frac{m}{s}$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۲۱)

۱۵۰- گزینهٔ «۴» *(سیدعلی میرنوری)*

چون در دو ثانیهٔ دوم حرکت جابه جایی متحرک برابر با صفر است، پس در لحظهٔ $t \quad ۳s$ متحرک تغییر جهت داده است.

با استفاده از معادلهٔ مکان- زمان در حرکت با شتاب ثابت، داریم:

$\Delta x_{2\to 4} = \Delta x_4 - \Delta x_2 = ۰$

$\Rightarrow (\frac{۱}{۲}a\times ۴^2 + v_0\times ۴) - (\frac{۱}{۲}a\times ۲^2 + v_0\times ۲) = ۰$

$\Rightarrow ۶a + ۲v_0 = ۰ \Rightarrow v_0 = -۳a$

$\Delta x_{4\to 6} = \Delta x_6 - \Delta x_4 = (\frac{۱}{۲}a\times ۶^2 + v_0\times ۶) - (\frac{۱}{۲}a\times ۴^2 + v_0\times ۴) = ۱۰a + ۲v_0$

$\xrightarrow{v_0 \quad -۳a} \Delta x_{4\to 6} = ۱۰a + ۲(-۳a) = ۴a$

$\xrightarrow{|a| \quad ۲\frac{m}{s^2}} |\Delta x_{4\to 6}| = ۴\times ۲ = ۸m$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۱۵۱- گزینهٔ «۴» *(خسرو ارغوانی‌فرد)*

در گزینهٔ «۱»، $x \quad \pm ۲t$ ، یعنی به ازای هر t ، دو تا x داریم و متحرک در هر لحظه در دو نقطه قرار دارد که امکان‌ناپذیر می‌باشد.

در گزینهٔ «۲» نیز مثل گزینهٔ «۱»، به ازای هر t ، دو تا x داریم که باز هم امکان‌ناپذیر است.

گزینهٔ «۳» معادلهٔ سرعت متحرک می‌باشد و مکان را مشخص نمی‌کند.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۳)

۱۵۲- گزینهٔ «۲» *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

جابه‌جایی دو متحرک یکسان است، زیرا مکان اولیه و مکان نهایی آنها یکسان می‌باشد. از طرفی متحرک B جابه جایی را در زمان کمتری انجام داده است، بنابراین طبق رابطهٔ $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ ، v_{av} سرعت متوسط متحرک B بزرگتر از سرعت متوسط متحرک A است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۰)

۱۵۳- گزینهٔ «۳» *(خسرو ارغوانی‌فرد)*

برای آنکه علامت x در لحظهٔ $t \quad ۲s$ عوض شود، باید متحرک در $t \quad ۲s$ در مبدأ مکان حضور داشته باشد.

$x \quad ۲m(۲)^2 - (m^2 + ۴)(۲) + ۲ = ۰$

$\Rightarrow ۸m - ۲m^2 - ۸ + ۲ = ۰ \Rightarrow m^2 - ۴m + ۳ = ۰$

$\Rightarrow (m-۱)(m-۳) = ۰ \Rightarrow m = ۱, ۳$

از طرفی متحرک در $t \quad ۱s$ در مکان $x \quad -۵m$ قرار دارد، پس:

$-۵ = ۲m(۱)^2 - (m^2 + ۴)(۱) + ۲$

$\Rightarrow m^2 - ۲m - ۳ = ۰ \Rightarrow (m-۳)(m+۱) = ۰ \Rightarrow m = ۳, -۱$

به ازای $m = ۳$ ، هر دو شرط ذکر شده در صورت سؤال برقرار است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۰)

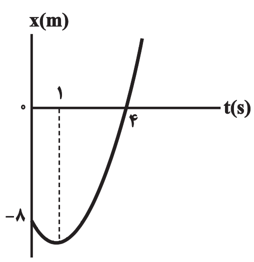
۱۵۴- گزینهٔ «۲» *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

با مقایسهٔ معادلهٔ مکان – زمان با رابطهٔ $x \quad \frac{۱}{۲}at^2 + v_0 t + x_0$ ، داریم:

$$\begin{cases} x = \frac{۱}{۲}at^2 + v_0 t + x_0 \\ x \quad t^2 - ۲t - ۸\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\frac{۱}{۲}a = ۱ \Rightarrow a = ۲\frac{m}{s^2} \\ v_0 = -۲\frac{m}{s} \\ x_0 = -۸m\end{cases}$$

$\Rightarrow v = at + v_0 \Rightarrow v = ۲t - ۲ = ۰ \Rightarrow t = ۱s$

یعنی متحرک در لحظهٔ $t \quad ۱s$ تغییر جهت داده است. علاوه بر این، برای به‌دست آوردن زمان‌هایی که در آن‌ها متحرک مبدأ مکان قرار داده‌ایم با رسم نمودار مکان – زمان مشاهده می‌کنیم که در بازه‌های زمانی $۰/۵s$ تا $۱s$ و $۴s$ تا $۶s$، متحرک در حال دور شدن از مبدأ است.



(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۱۵۵- گزینهٔ «۱» *(محمدعلی راست‌پیمان)*

چون متحرک در پایان ۱۰ ثانیهٔ اول حرکت، به مکانی می‌رسد که شروع کرده، پس جابه‌جایی متحرک در این ۱۰ ثانیه صفر است. فرض کنید که در لحظهٔ $t \quad 10s$ سرعت v است. پس:

$$\Delta x = \frac{v_0+v}{2}\times 10 = 0 \Rightarrow v = -v_0$$

با توجه به نتیجهٔ به‌دست آمده، اندازهٔ جابه‌جایی کل برابر است با:

$$\Delta x = 0 + (-v_0)\times 10 \Rightarrow |\Delta x| = 10v_0$$

از آن جایی که طبق نمودار، سرعت متحرک در ۵ ثانیه از v_0 به صفر می‌رسد، مسافت پیموده شدهٔ کل نیز برابر است با:

$$l \quad \frac{v_0+0}{2}\times 5 + \left|\frac{0+(-v_0)}{2}\times 5 + (-v_0\times 10)\right|$$

$$\Rightarrow l = 2/5v_0 + 2/5v_0 + 10v_0 = 15v_0$$

$$\frac{|\Delta x|}{l} = \frac{10v_0}{15v_0} = \frac{2}{3}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۵، ۱۷ و ۱۸)

۱۵۶- گزینهٔ «۳» *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

هرگاه متحرک دوباره به محل آغاز حرکت باز گردد، یعنی جابه جایی آن صفر است. از طرفی سطح محصور بین نمودار $v-t$ و محور زمان بیانگر جابه‌جایی متحرک است. ابتدا لحظهٔ t_1 را به کمک تشابه مثلثاتی به‌دست می‌آوریم، داریم:

$$\frac{t_1-5}{10} \quad \frac{8-t_1}{20} \Rightarrow 2t_1 - 10 = 8 - t_1 \Rightarrow 3t_1 = 18$$
$$\Rightarrow t_1 = 6s$$

در بازهٔ زمانی صفر تا $6s$ جابه‌جایی متحرک منفی و برابر است با:

$$|\Delta x_1| = S_1 = \frac{1}{2}\times(6+5)\times 10 = 55m$$
$$\Rightarrow \Delta x_1 = -55m$$

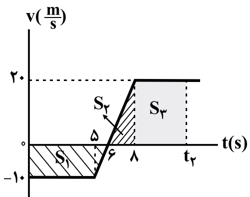
بنابراین متحرک باید بعد از لحظهٔ $t_1 \quad 6s$، $55m$ جابه جایی مثبت داشته باشد تا کل جابه جایی متحرک صفر شود. دقت کنید که در بازهٔ زمانی $6s$ تا $8s$ جابه‌جایی برابر است با:

$$S_2 \quad \frac{1}{2}\times 2\times 20 = 20m$$

در نتیجه، لحظهٔ مورد نظر ما بعد از $t \quad 8s$ قرار دارد. داریم:

$$\Delta x = 0 \Rightarrow -S_1 + S_2 + S_3 = 0 \Rightarrow -55 + 20 + S_3$$
$$\Rightarrow S_3 = 35m$$

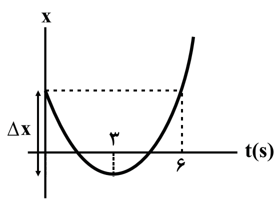
$$S_3 \quad (t_2-8)\times 20 = 35 \Rightarrow t_2 - 8 = \frac{35}{20}$$
$$\Rightarrow t_2 = 9/75s$$



(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۷ و ۱۸)

۱۵۷- گزینهٔ «۲» *(بیتا فورشید)*

با توجه به تقارن سهمی نسبت به خط عمودی عبوری از رأس سهمی، می‌توان نتیجه گرفت:



$$v_{(t \quad 6s)} \quad -v_0$$

$$s_{av}(t \quad 6s \text{ تا } t=0) = \frac{|\Delta x|+|\Delta x|}{6} = \frac{|\Delta x|}{3}$$

$$s_{av}(t \quad 6s \text{ تا } t \quad 3s) \quad \frac{|\Delta x|}{3}$$

در گزینهٔ «۱»، سرعت متوسط در ۳ ثانیهٔ اول حرکت $v_{av} \quad \frac{\Delta x}{3}$ و سرعت متوسط در ۶ ثانیهٔ اول، صفر است. با توجه به اینکه شیب خط مماس بر نمودار در هر لحظه، سرعت را بیان می‌کند، سرعت در لحظهٔ $t \quad 6s$ مثبت و در لحظهٔ صفر منفی است ولی اندازهٔ آن‌ها با هم برابر است. بنابراین گزینهٔ «۳» صحیح نیست. ضمناً چون متحرک از مبدأ مکان عبور کرده است، پس حداقل فاصله از مبدأ صفر بوده و گزینهٔ «۴» نیز صحیح نیست.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۲۱)

۱۵۸- گزینهٔ «۲» *(بیتا فورشید)*

سرعت متحرک در لحظهٔ شروع حرکت: $t \quad \Rightarrow v = - \quad \frac{m}{s}$

محاسبهٔ لحظهٔ توقف، یعنی سرعت صفر: $0 \quad 2t^2 - 6t - 8 \Rightarrow t^2 - 3t - 4 = 0$

$$\Rightarrow (t-4)(t+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t \quad 4s \\ t = -1s \quad \text{غ.ق.ق} \end{cases}$$

یعنی متحرک فقط در لحظهٔ $t \quad 4s$ توقف دارد. بنابراین:

$$a_{av} \quad \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \frac{0-(-8)}{4-0} \quad 2\frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

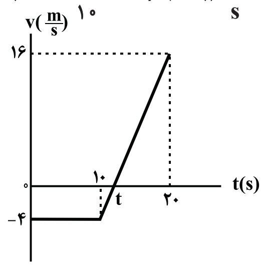
۱۵۹- گزینهٔ «۲» *(زهره آقامحمدی)*

می‌توانیم نمودار سرعت- زمان این متحرک را رسم کنیم. در بازهٔ صفر تا ۱۰ ثانیه شتاب صفر است، پس سرعت متحرک ثابت است.

در بازهٔ ۱۰ ثانیه تا ۲۰ ثانیه، شتاب $2\frac{m}{s^2}$ است، پس داریم:

$$a_{av} \quad a \quad \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$2 \quad \frac{v-(-4)}{10} \Rightarrow v = 16\frac{m}{s}$$



برای به‌دست آوردن لحظهٔ t، از تشابه مثلث‌ها استفاده می‌کنیم.

$$\frac{4}{t-10} \quad \frac{16}{20-t} \Rightarrow t = 12s$$

می‌دانیم که مساحت محصور بین نمودار سرعت- زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی است.

$$\Delta x = \frac{-(12+10)\times 4}{2} + \frac{(20-12)\times 16}{2} = 20m$$

$$\Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{20}{20} = 1\frac{m}{s}$$

برای محاسبهٔ شتاب متوسط، داریم:

$$a_{av} \quad \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \frac{16-(-4)}{20} \quad 1\frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۲۱)

۱۶۰- گزینهٔ «۲» *(غلامرضا محبی)*

به کمک رابطهٔ $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ ، a_{av}، داریم:

$$a_{av} \quad \frac{v_2 - v_1}{t_2 \quad t_1} \xrightarrow[t_2-t_1=2/4s]{v_1 \quad 18\frac{m}{s},\, v_2 \quad -30\frac{m}{s}}$$

$$a_{av} \quad \frac{-30-18}{2/4} = -20\frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

فیزیک ۱

۱۶۱- گزینهٔ «۲» (حسین مخدومی)

الف) ناصحیح؛ ذرات سازندهٔ مواد جامد، دارای حرکت‌های نوسانی بسیار کوچک‌اند.

ب) صحیح

ج) صحیح

د) صحیح

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۶۰ و ۶۱)

۱۶۲- گزینهٔ «۱» (علیرضا گونه)

ارتفاع آب درون لولهٔ موبین نسبت به سطح آزاد، با پایین تر رفتن لوله در ظرف آب تغییر نمی‌کند.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۶۹ و ۷۰)

۱۶۳- گزینهٔ «۳» (سعید نصیری)

اگر حداقل یک بُعد از جسم دارای ابعادی در مرتبهٔ نانومتر باشد (کوچکتر از ۱۰۰ نانومتر) ، دمای ذوب آن نسبت به حالتی‌که جسم ابعادی بزرگتر از نانومتر دارد، کمتر خواهد بود. هر یک از اجسام را بررسی می‌کنیم:

جسم A: یکی از ابعاد این جسم $1nm$ است، در این حالت به جسم نانولایه گویند و دمای ذوب آن $427^\circ C$ است.

جسم B : با اینکه یکی از ابعاد این جسم $500nm$ است، ولی چون این بُعد، بزرگ‌تر از $100nm$ است، این جسم نانولایه محسوب نمی شود و دمای ذوب آن، دمای ذوب طلا در ابعاد معمولی طلا یعنی $1064^\circ C$ است.

جسم C : تمام ابعاد این جسم در محدودهٔ نانومتر است، به این جسم نانو ذره گویند و همانطور که گفتیم، دمای ذوب آن $427^\circ C$ است.

بنابراین $(\theta_B > \theta_A = \theta_C)$ است.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۶۴ تا ۶۶)

۱۶۴- گزینهٔ «۳» (عبدالرضا امینی‌نسب)

می‌دانیم که آب از الکل، چگالتر است، بنابراین آب در پایین ظرف و الکل در بالای آن قرار می‌گیرد. از طرفی، چون اختلا ف فشار بر حسب cmHg خواسته شده است، بنابراین فشار هر یک از مایعات را به‌صورت زیر برحسب cmHg محاسبه می‌کنیم. داریم:

$$(\rho h)_{\text{آب}} = (\rho h')_{\text{جیوه}} \Rightarrow (۴۰-۶)\times ۱۰۰۰ = ۱۳۶۰۰\times h'$$

$$\Rightarrow h' = ۲/۵cm$$

$$(\rho h)_{\text{الکل}} = (\rho h'')_{\text{جیوه}} \Rightarrow (۱۰۰-۱۵)\times ۸۰۰ = ۱۳۶۰۰\times h''$$

$$\Rightarrow h'' = ۵cm$$

آنگاه داریم:

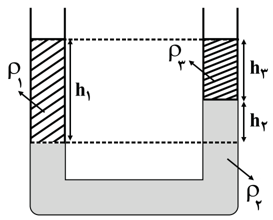
$$\Delta P = P_B - P_A = \underset{cmHg}{\underset{\downarrow}{h'}} + \underset{cmHg}{\underset{\downarrow}{h''}} = ۲/۵ + ۵$$

$$\Rightarrow \Delta P = ۷/۵cmHg$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۷۱ تا ۷۵)

۱۶۵- گزینهٔ «۱» (سعید شرق)

با اضافه کردن نفت به شاخهٔ سمت راست ، در این شاخه دو نوع ماده و در شاخهٔ سمت چپ یک نوع ماده خواهیم داشت. با استفاده از برابری فشار در نقاط هم‌تراز یک مایع ساکن، داریم:



$$\rho_۱ h_۱ = \rho_۲ h_۲ + \rho_۳ h_۳$$

$$۱\times h_۱ = ۱/۸\times h_۲ + ۰/۸ h_۳$$

$$\xrightarrow{h_۲+h_۳=۱۰cm} ۱\times ۱۰ = ۱/۸(۱۰-h_۳) + ۰/۸ h_۳$$

$$\Rightarrow h_۳ = ۸cm$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۷۱ تا ۷۵)

۱۶۶- گزینهٔ «۳» (محمدعلی راست‌پیمان)

نقاط هم‌سطح مایع در لولهٔ U شکل، هم‌فشارند.

$P_{A'} \quad P_{B'} \Rightarrow P_{A'} = ۷۵+۲۰ = ۹۵cmHg$

بنابراین فشار هوای جمع شده در بالای ظرف، $۹۵cmHg$ است. برای محاسبهٔ فشار در A و B باید ارتفاع مایع را با ارتفاع جیوه هم‌فشارش به‌دست آوریم.

فشار در A: $\rho_1 h_A = \rho_2 h_2$

$\Rightarrow \quad / \quad \times h_A = \quad / \quad \times \quad \Rightarrow h_A = \quad cmHg$

$P_A \quad ۹۵+۴ = ۹۹cmHg$

فشار در B: $\rho_1 h_B = \rho_2 h_2 \Rightarrow ۱۳/۶ \times h_B = ۳/۴ \times ۲۰$

$\Rightarrow h_B = ۵cmHg$

$P_B \quad ۹۵+۵ = ۱۰۰cmHg$

بنابراین: $\frac{P_A}{P_B} = \frac{۹۹}{۱۰۰} = ۰/۹۹$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۸)

۱۶۷- گزینهٔ «۲» (حسین مفرومی)

فشار وارد بر انتهای لوله را P' در نظر می‌گیریم و داریم:

$P_0 \quad P+P' \Rightarrow ۷۵cmHg = ۶۵cmHg + P'$

$\Rightarrow P' = ۱۰cmHg$

$P' \quad \rho gh \Rightarrow P' = ۱۳/۶ \times ۱۰^{۳} \times ۱۰ \times ۰/۱ = ۱/۳۶ \times ۱۰^{۴} Pa$

نیروی وارد بر انتهای لوله $F \quad P \times A = P \times \pi r^{۲}$

$\Rightarrow F = ۱/۳۶ \times ۱۰^{۴} \times ۳ \times ۵^{۲} \times ۱۰^{-۴} = ۱/۳۶ \times ۷۵ = ۱۰۲N$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۵)

۱۶۸- گزینهٔ «۲» (علی قائمی)

نقاط N و M را برای محاسبهٔ فشار انتخاب می‌کنیم. هنگامی‌که کل ستون آب را خالی کنیم، ستون جیوهٔ شاخهٔ سمت چپ شکل (۱)، یعنی h_M، در شکل (۲) در دو سمت شاخه به طور یکسان تقسیم می‌شود.

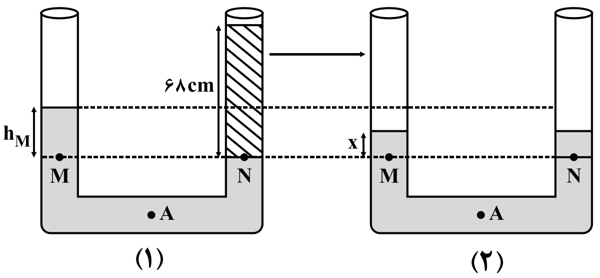
در نتیجه داریم:

در شکل (۱): $P_M \quad P_N$

$\Rightarrow P_0 + \rho_M g h_M = P_0 + \rho_N g h_N$

$(۱۳/۶)h_M \quad (۱)(۶۸) \Rightarrow h_M = \frac{۶۸}{۱۳/۶} = ۵cm$

اگر ارتفاع ستون جیوه از نقاط N و M در شکل (۲) را با x نشان دهیم، داریم:



$h_M \quad ۲x$

$\Rightarrow x = \frac{h_M}{۲} = \frac{۵cm}{۲} = ۲/۵cmHg$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۷۱ تا ۷۵)

۱۶۹- گزینهٔ «۴» (شارمان ویسی)

هنگامی که جسم به انتهای یک نیروسنج وصل باشد، نیروسنج وزن آن را نشان می‌دهد. طبق اصل ارشمیدس، وقتی تمام یا قسمتی از جسم در شاره فرو می‌رود، نیروی بالاسویی که بر آن وارد می‌شود، با وزن شارهٔ جابه‌جا شده توسط جسم برابر است.

آب جابه‌جا شده $V \quad Ah \quad ۵۰ \times ۲ = ۱۰۰cm^{۳} = ۱۰^{-۴}m^{۳}$

نیروی بالاسو $F_b \quad W \quad mg$

$\xrightarrow{m \quad \rho V} F_b = \rho Vg = ۱۰^{۳} \times ۱۰^{-۴} \times ۱۰ = ۱N$

در واقع نیروسنج $۱N$ کمتر از حالت قبل را نشان می‌دهد.

حالت ۱: $N \quad mg = ۲۰$

حالت ۲: $N + F_b = mg \Rightarrow N = mg - F_b = ۲۰ - ۱ = ۱۹N$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱)

۱۷۰- گزینهٔ «۳» (امیر محمودی‌انزابی)

آهنگ شارش شاره $\frac{V}{t} = Av$

$\Rightarrow v = \frac{V}{At} = \frac{V}{\frac{\pi}{۴}D^{۲}t} = \frac{۴V}{\pi D^{۲}t} \xrightarrow[t \quad ۰/۵h \quad ۰/۵\times۳۶۰۰s, \pi=۳]{V \quad ۵۴۰۰m^{۳}, D \quad ۴۰cm \quad ۰/۴m}$

$v \quad \frac{۴ \times ۵۴۰۰}{۳ \times (۰/۴)^{۲} \times ۱۸۰۰} \quad ۲۵\frac{m}{s}$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۸۲ تا ۸۴)

فیزیک ۲

۱۷۱- گزینهٔ «۱» *(مصطفی کیانی)*

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: درست. بنابه رابطهٔ $C \quad \kappa\varepsilon_0\frac{A}{d}$، چون A و d ثابت‌اند، با خارج کردن دی‌الکتریک از بین صفحه‌های خازن، مقدار κ (ثابت دی‌الکتریک) کم می شود. (زیرا به جای آن، هوا با ثابت دی‌الکتریک $\kappa = ۱$ که کم‌ترین مقدار است، قرار می‌گیرد)، لذا ظرفیت خازن کاهش می‌یابد.

گزینهٔ «۲»: نادرست. بنابه رابطهٔ $Q \quad CV$، چون C کاهش یافته و V ثابت است، بار الکتریکی خازن کاهش پیدا می‌کند.

گزینهٔ «۳»: نادرست. چون خازن به باتری متصل است، اختلاف پتانسیل بین دو صفحهٔ آن همواره مقدار ثابتی است.

گزینهٔ «۴»: نادرست. بنا به رابطهٔ $U \quad \frac{۱}{۲}QV$، چون V ثابت و Q کاهش یافته است، لذا انرژی خازن نیز کاهش می‌یابد.

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۱۷۲- گزینهٔ «۲» *(محمدعلی راست‌پیمان)*

با توجه به اطلاعات داده شده در صورت سؤال، داریم:

$$Q - Q' = ۱۸\mu C \Rightarrow CV - CV' = ۱۸ \Rightarrow ۶(V - V') = ۱۸$$

$$\Rightarrow V - V' = ۳V \quad (۱)$$

$$U - U' = ۲۴۳\mu J$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}CV^۲ - \frac{۱}{۲}CV'^۲ = ۲۴۳$$

$$\Rightarrow ۳V^۲ - ۳V'^۲ = ۲۴۳ \Rightarrow V^۲ - V'^۲ = ۸۱$$

$$\Rightarrow (V + V')(V - V') = ۸۱$$

$$\Rightarrow ۳(V + V') = ۸۱ \Rightarrow V + V' = ۲۷ \qquad (۲)$$

با توجه به روابط (۱) و (۲):

$$\begin{cases} V - V' = ۳ \\ V + V' = ۲۷ \end{cases}$$

$$V \qquad \Rightarrow V = \quad (V)$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۱۷۳- گزینهٔ «۲» *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

ابتدا انرژی خازن را محاسبه می‌کنیم، داریم:

$$U \quad \frac{۱}{۲}CV^۲ \quad \frac{۱}{۲}\times ۴۰۰\times ۱۰^{-۶}\times (۲۰۰)^۲ = ۸J$$

آنگاه به کمک رابطهٔ توان الکتریکی، داریم:

$$\bar{P} \quad \frac{U}{t} \Rightarrow ۴\times ۱۰^۳ = \frac{۸}{t}$$

$$\Rightarrow t = \frac{۸}{۴\times ۱۰^۳} = ۲\times ۱۰^{-۳}s = ۲ms$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۳۸ تا ۴۰)

۱۷۴- گزینهٔ «۱» *(بیتا خورشید)*

می‌دانیم که اگر در ساختمان خازنی که شارژ و از باتری جدا شده، تغییرات ایجاد کنیم، بار خازن ثابت مانده و بسته به تغییرات ظرفیت خازن، ولتاژ آن تغییر می‌کند:

$$C \quad \kappa\varepsilon_0\frac{A}{d} \Rightarrow \frac{C_۲}{C_۱} = \frac{\kappa_۲}{\kappa_۱}\times\frac{A_۲}{A_۱}\times\frac{d_۱}{d_۲}$$

$$\frac{۱/۲}{۱}\times ۱\times\frac{d_۱}{\frac{d_۱}{۲}} = ۱/۲\times ۲ = ۲/۴$$

$$U = \frac{۱}{۲}\frac{Q^۲}{C} \Rightarrow \frac{U_۲}{U_۱} = \left(\frac{Q_۲}{Q_۱}\right)^۲\times\frac{C_۱}{C_۲} = ۱\times\frac{۱}{۲/۴} = \frac{۵}{۱۲}$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۱۷۵- گزینهٔ «۳» *(سیدعلی میرنوری)*

انرژی حالت اولیه و ثانویه یکسان است، بنابراین داریم:

$$U_۱ \quad U_۲ \Rightarrow \frac{۱}{۲}\frac{q^۲}{C} = \frac{۱}{۲}\frac{q'^۲}{C} \Rightarrow q^۲ = q'^۲$$

$$\Rightarrow q = \pm q' \longrightarrow q = -q'$$

$$\Rightarrow \Delta q = q - q' = ۲q \Rightarrow q = \frac{۱}{۲}(\Delta q)$$

لذا بار اولیهٔ خازن، نصف بار منتقل شده است، یعنی:

$$q \quad \frac{۱}{۲}(۱۰) \quad ۵\mu C$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۳۸ تا ۴۰)

۱۷۶- **گزینهٔ «۳»** *(علیرضا گونه)*

با بستن کلید k، بار الکتریکی هر کره برابر با $\left(q' = \frac{q_۱ + q_۲}{۲} = \frac{۲۰-۱۲}{۲} = ۴\mu C\right)$

می‌شود و باری منفی به اندازهٔ $|q' - q_۲|$ یا همان $|q' - q_۱|$ از کرهٔ «۲»

به کرهٔ «۱» منتقل می‌شود. چون جهت جریان الکتریکی خلاف جهت حرکت

الکترون‌ها است، پس جریان الکتریکی از کرهٔ «۱» به کرهٔ «۲» حرکت

می‌کند.

$$I \quad \frac{\Delta q}{\Delta t} \quad \frac{[۴-(-۱۲)]\times ۱۰^{-۶}}{۰/۸\times ۱۰^{-۳}} = ۰/۰۲A \text{ یا } ۲۰mA$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸)

۱۷۷- **گزینهٔ «۲»** *(علیرضا گونه)*

رئوستا از سیمی با مقاومت ویژهٔ نسبتاً زیاد ساخته می‌شود.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۵۶ تا ۶۱)

۱۷۸- **گزینهٔ «۴»** *(محمدعلی راست‌پیمان)*

$$\frac{V}{I} = R \Rightarrow R = ۰/۴\Omega$$

$$R \quad \rho\frac{L}{A} \Rightarrow ۰/۴ = ۱/۶\times ۱۰^{-۸} \times \frac{۳}{A}$$

$$\Rightarrow ۰/۴ = ۱/۶\times ۱۰^{-۸} \times \frac{۳}{\frac{\pi}{۴}D^۲}$$

$$\Rightarrow D^۲ = \frac{۱/۶\times ۱۰^{-۸}\times ۳\times ۴}{۳\times ۰/۴} \quad ۱۶\times ۱۰^{-۸}$$

$$\Rightarrow D = ۴\times ۱۰^{-۴}m = ۰/۴mm$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۵۱ و ۵۲)

۱۷۹- **گزینهٔ «۳»** *(علیرضا گونه)*

هنگامی که سیمی دولا می شود، طول آن نصف و سطح آن دو برابر می‌شود.

بنابراین می‌توان نوشت:

$$R \quad \rho\frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_۲}{R_۱} = \frac{L_۲}{L_۱} \times \frac{A_۱}{A_۲}$$

$$\Rightarrow \frac{R_۲}{R_۱} = \frac{\frac{۱}{۲}L_۱}{L_۱} \times \frac{A_۱}{۲A_۱} = \frac{۱}{۴} \Rightarrow \frac{R_۲}{۲۴} = \frac{۱}{۴} \Rightarrow R_۲ = ۶\Omega$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۵۱ و ۵۲)

۱۸۰- **گزینهٔ «۲»** *(محمدعلی راست‌پیمان)*

دیود یا یکسوکننده، تنها از یک جهت جریان را از خود عبور می‌دهد، یعنی در

یک جهت مقاومتش ناچیز و در جهت دیگر مقاومت بی‌نهایت است.

در نماد دیود، جهت عبوری جریان موافق با فلش نشان داده می‌شود، بنابراین

در مدار نشان داده شده، $I_۲ = ۰$ است و $I_۱$ مخالف صفر و در جهت جریان

است. $(I_۱ > ۰)$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۰ و ۶۱)

شیمی ۳

۱۸۱- **گزینهٔ «۲»** (محمد وزیری)

موارد اول و دوم نادرست‌اند. بررسی موارد نادرست:

مورد اول: فرمول عمومی کربوکسیلیک اسیدها ی با زنجیر هیدروکربنی سیرشده به صورت $C_nH_{2n}O_2$ است.

مورد دوم: اگرچه نیروی بین مولکولی غالب در اسیدهای چرب از نوع وان‌دروالسی است، اما به دلیل داشتن گروه $-COOH$ توانایی برقراری پیوند هیدروژنی با آب را دارند.

(شیمی ۳: صفحه‌های ۵ و ۶)

۱۸۲- **گزینهٔ «۲»** (محمد وزیری)

شکل «الف» یک استر سه عاملی و شکل «ب» یک اسید چرب را نشان می‌دهد. در اسیدهای چرب بخش ناقطبی بر بخش قطبی غلبه دارد.

(شیمی ۳: صفحه‌های ۵ و ۶)

۱۸۳- **گزینهٔ «۱»** (محمدحسن محمدزاده مقدم)

بررسی عبارت نادرست:

شربت معده همچون گل و لای در آب مخلوطی ناهمگن است.

(شیمی ۳: صفحه‌های ۶ و ۷)

۱۸۴- **گزینهٔ «۴»** (محمدحسن محمدزاده مقدم)

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ «۱»: ارتفاع کف در آب چشمه، به دلیل املاح کمتر، بیشتر از آب دریا است.

گزینهٔ «۲»: میزان چسبندگی لکهٔ چربی بر روی پارچه پلی‌استر بیشتر از پارچهٔ نخی بوده و پاک کردن آن از روی پارچه پلی‌استر دشوارتر است.

گزینهٔ «۳»: این لکه‌ها نشانه هایی از وجود رسوب‌های $(RCOO)_2Mg$ و $(RCOO)_2Ca$ هستند.

(شیمی ۳: صفحه‌های ۸ تا ۱۰)

۱۸۵- **گزینهٔ «۳»** (حسن رحمتی کوکنده)

پس از انحلال پاک کنندهٔ غیرصابونی، جزء آنیونی و کاتیونی آن از هم جدا می‌شوند. اما در جزء آنیونی بخش قطبی و ناقطبی آن همچنان به هم متصل هستند.

(شیمی ۳: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

۱۸۶- **گزینهٔ «۴»** (حسن رحمتی کوکنده)

واکنش مخلوط پودری با آب گرماده است و سبب افزایش دمای آب می‌شود.

(شیمی ۳: صفحهٔ ۱۳)

۱۸۷- **گزینهٔ «۳»** (محمدحسن محمدزاده مقدم)

دی نیتروژن پنتااکسید همانند کربن دی اکسید یک اسید آرنیوس به شمار می رود و برخلاف اکسیدهای بازی همانند لیتیم اکسید، سدیم اکسید، کلسیم اکسید یا باریم اکسید منجر به افزایش غلظت یون هیدرونیوم در آب می‌شود.

(شیمی ۳: صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

۱۸۸- **گزینهٔ «۲»** (علی جدی)

موارد ب و ت درست هستند. بررسی هر یک از موارد داده شده:

عبارت «الف»: ابتدا از روی pH محلول HA، غلظت یون ها را در این محلول محاسبه می‌کنیم:

$$[H^+] \quad ۱۰^{-pH} \Rightarrow [H^+]=۱۰^{-۱/۳}=۱۰^{۰/۷}\times ۱۰^{-۲}=۰/۰۵mol.L^{-۱}$$

در محلول اسیدهای تک پروتون‌دار، غلظت یون هیدرونیوم با غلظت آنیون حاصل از یونش اسیدی برابر است. پس می‌توان نوشت:

$$[H^+] \quad [A^-] \quad ۰/۰۵$$

$$\Rightarrow K_a=\frac{[H^+][A^-]}{[HA]}=\frac{۰/۰۵\times ۰/۰۵}{۰/۲}=۱/۲۵\times ۱۰^{-۲}$$

یکای ثابت یونش اسیدهای تک پروتون‌دار، $mol.L^{-۱}$ است.

عبارت «ب»: دقت کنید در عبارت درجهٔ یونش، در مخرج کسر، باید غلظت اولیهٔ اسید را جایگذاری کنیم نه غلظت تعادلی آن را:

$$\text{درجهٔ یونش} \quad \frac{[H^+]}{[HA]_{\text{اولیه}}}$$

مقدار اولیهٔ HA برابر است با مجموع مقدار تعادلی آن و مقدار مصرف شدهٔ آن است. مقدار مصرف شدهٔ اسید تک پروتون دار، با غلظت یون هیدرونیوم برابر است:

مولار $۰/۲۵=۰/۲+۰/۰۵$ غلظت یون هیدرونیوم + غلظت تعادلی HA غلظت اولیهٔ HA

$$\text{درجهٔ یونش} \quad \frac{۰/۰۵}{۰/۲۵}=۰/۲$$

عبارت «پ»: HA اسید ضعیف است. اسیدهای ضعیف جزو الکترولیت‌های ضعیف هستند.

عبارت «ت»: در محلول اسیدهای قوی، غلظت اولیهٔ اسید در محلول با غلظت یون هیدرونیوم در آن برابر است:

$$[HX]_{\text{اولیه}} \quad [H^+] \quad ^{-pH} \Rightarrow [HX]= \quad ^{-۲}mol.L^{-۱}$$

با استفاده از حجم محلول، مقدار مول HX را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{غلظت مولی} \quad \frac{\text{مقدار مول حل‌شونده}}{\text{حجم محلول}}\Rightarrow ۱۰^{-۲}=\frac{xmolHX}{۰/۱L}\Rightarrow x=۱۰^{-۳}mol\,HX$$

برای تهیهٔ این محلول، می‌توان ۰/۰۱ مول از HX را در ۱ لیتر آب حل کرد و سپس ۱۰۰ میلی‌لیتر از آن برداشت.

(شیمی ۳: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۶)

۱۸۹- **گزینهٔ «۴»** (حسن اسماعیل‌زاده)

$$pH(HA) \quad pH(HB)\Rightarrow [H^+]_{HA}=[H^+]_{HB}$$

$$\%\alpha(HA)=\%۸,\%\alpha(HB)=\%۲$$

$$\alpha=\frac{[H^+]}{[HA]}\Rightarrow [H^+]=\alpha.[HA]\Rightarrow \text{بنابراین}\ ۸[HA] \quad ۲[HB]$$

$$\Rightarrow \frac{[HB]}{[HA]}=\frac{۸}{۲}=۴\Rightarrow \text{حجم ۱ لیتر}\Rightarrow \frac{molHB}{molHA}=۴$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{\text{جرم}HB}{\text{جرم مولی}HB}}{\frac{\text{جرم}HA}{\text{جرم مولی}HA}}=۴$$

$$\Rightarrow \frac{\text{جرم}HB}{\text{جرم}HA}=۴\times\frac{\text{جرم مولی}HB}{\text{جرم مولی}HA}=۴\times\frac{۶۰}{۲۰}=۱۲$$

(شیمی ۳: صفحه‌های ۲۲ تا ۲۸)

۱۹۰- **گزینهٔ «۳»** (ساجد شیری)

HA استیک اسید

$$?molHA \quad ۱۲gHA\times\frac{۱molHA}{۶۰gHA}=۰/۲molHA$$

$$M_{HA} \quad \frac{۰/۲mol}{۰/۲۵L} \quad ۰/۸mol.L^{-۱}$$

$$K_a \quad \frac{[A^-][H^+]}{[HA]}\Rightarrow ۲\times ۱۰^{-۵}=\frac{[H^+]^۲}{۰/۸}$$

$$\Rightarrow [H^+]=۴\times ۱۰^{-۳}mol.L^{-۱}\Rightarrow [A^-]=۴\times ۱۰^{-۳}mol.L^{-۱}$$

$$\text{مجموع غلظت یون‌ها} \quad ۴\times ۱۰^{-۳}+۴\times ۱۰^{-۳}=۸\times ۱۰^{-۳}mol.L^{-۱}$$

$$\text{مجموع مول یون‌ها} \quad ۰/۲۵L\times\frac{۸\times ۱۰^{-۳}mol}{۱L}=۲\times ۱۰^{-۳}mol$$

(شیمی ۳: صفحه‌های ۱۹ تا ۲۲)

شیمی ۱

۱۹۱- **گزینهٔ «۳»** (ایمان حسین‌نژاد)

عبارت‌های (ب) و (ت) درست هستند. بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت (الف) تعداد عنصرهای دورهٔ چهارم برابر با ۱۸، اما گنجایش الکترونی لایهٔ چهارم برابر با ۳۲ است.

عبارت (پ): مقادیر مجاز l در لایهٔ n ام از صفر تا $n-1$ است.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۰)

۱۹۲- **گزینهٔ «۴»** (ایمان حسین‌نژاد)

نور حاصل از انتقال الکترون از لایهٔ پنجم به لایهٔ سوم در محدودهٔ فروسرخ قرار دارد و انرژی آن کمتر از نور قرمز است. پس طول موج بزرگ‌تری از نور قرمز دارد.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

۱۹۳- **گزینهٔ «۴»** (محمدحسن محمدزاده مقدم)

تنها عنصر دورهٔ چهارم که شمار الکترون‌های زیرلایه d با شمار الکترون‌های لایهٔ چهارم برابر است، تیتانیم با آرایش الکترونی فشردهٔ زیر است:

$_{22}Ti:[_{18}Ar]3d^2 4s^2$

بررسی گزینه‌ها:

۱) تیتانیم در دستهٔ d جای داشته و شمار الکترون‌های ظرفیت آن برابر با ۴ $(2+2=4)$ است.

۲) تیتانیم در گروه ۴ جای دارد:

شماره گروه $2+2=4$

۳)

$Ti^{2+}:[_{18}Ar]3d^2$

۴) شمار الکترون‌های ظرفیت $_{31}X$ برابر است با:

$_{31}X:[_{18}Ar]3d^{10}4s^2 4p^1 \Rightarrow$ الکترون‌های ظرفیت $2+1=3$

پس، شمار الکترون‌های ظرفیت تیتانیم از عنصر $_{31}X$ بیشتر است.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)

۱۹۴- **گزینهٔ «۱»** (محمد وزیری)

آرایش الکترونی فشرده عنصرهای داده شده به صورت زیر است:

۱) $_{21}X:[_{18}Ar]3d^1 4s^2$

۲) $_{24}Y:[_{18}Ar]3d^5 4s^1$

۳) $_{29}Z:[_{18}Ar]3d^{10} 4s^1$

۴) $_{13}T:[_{10}Ne]3s^2 3p^1$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)

۱۹۵- **گزینهٔ «۲»** (محمدحسن محمدزاده مقدم)

ابتدا عدد اتمی عنصر X را تعیین می‌کنیم:

$$\begin{cases} n-e=5 \\ e=z-2 \\ n+z=59 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n-z=3 \\ n+z=59 \end{cases} \Rightarrow n=31, z=28$$

$$_{28}X:[_{18}Ar]3d^8 4s^2 \Rightarrow \begin{cases} \text{گروه}=10 \\ \text{دوره} \quad 4 \end{cases}$$

$_{28}X^{2+}:[_{18}Ar]3d^8$ شمار الکترون‌های آخرین زیرلایه اشغال شده ۸

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)

۱۹۶- گزینهٔ «۳» (محمد وزیری)

تشکیل آلومینیم فلوئورید از یون‌های سازنده آن به صورت زیر است:

$$Al^{3+} + 3F^- \rightarrow AlF_3$$

$$?F^- \quad 3molAlF_3 \times \frac{3molF^-}{1molAlF_3} \times \frac{6/02\times10^{23}F^-}{1molF^-} \quad 5/418\times10^{24}F^-$$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

۱۹۷- گزینهٔ «۳» (محمدحسن محمدزاده مقدم)

بررسی گزینه‌های نادرست:

۱) در ساختار لوویس مولکول O_2 چهار جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.

$$:\ddot{O}\quad\ddot{O}:$$

۲) گاز کلر از مولکول‌های دو اتمی تشکیل شده است.

۴) در مولکول آمونیاک، اتم‌های هیدروژن به آرایش دوتایی می‌رسند.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

۱۹۸- گزینهٔ «۴» (حسن رحمتی کوکنده)

تغییرات دما با افزایش ارتفاع خطی است. پس می‌توان نوشت:

$$T_2 - T_1 = \frac{\Delta T}{\Delta h}\underbrace{(h_2 - h_1)}_{\text{ارتفاع لایه}} \Rightarrow 186 - 280 = -1/88(\Delta h)$$

$$\Rightarrow \Delta h = 50km$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحهٔ ۴۸)

۱۹۹- گزینهٔ «۲» (محمدحسن محمدزاده مقدم)

در هوای مایع با دمای $-200^\circ C$، کربن دی اکسید وجود ندارد. زیرا، در دمای $-78^\circ C$ گاز CO_2 به حالت جامد در می‌آید و از هوا جدا می‌شود.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۴۹ تا ۵۱)

۲۰۰- گزینهٔ «۱» (ایمان حسین‌نژاد)

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ «۲»: هلیم، گازی بی‌بو است.

گزینهٔ «۳»: مهمترین کاربرد هلیم، استفاده از آن در خنک‌کاری قطعات الکترونیکی در دستگاه‌های تصویربرداری مانند MRI است.

گزینهٔ «۴»: گاز آرگون، فراوان‌ترین گاز نجیب هواکره است.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۴۹ تا ۵۲)

شیمی ۲

۲۰۱- گزینهٔ «۴» (ممد وزیری)

کمتر از نیمی از نفت خام استخراج شده برای تأمین گرما و انرژی الکتریکی به کار می‌رود.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۲۹ تا ۳۱)

۲۰۲- گزینهٔ «۱» (ممد وزیری)

بررسی عبارت‌های نادرست:

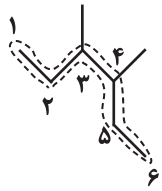
الف) به مقاومت در برابر جاری شدن، گران‌روی می‌گویند.

ب) گشتاور دو قطبی آلکان ها در حدود صفر است و با افزایش شمار اتم‌های کربن تغییر نمی‌کند.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۴ و ۳۵)

۲۰۳- گزینهٔ «۲» (محمدحسن محمدزاده مقدم)

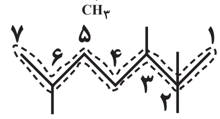
بررسی موارد:



: ۳، ۴- دی متیل هگزان

$$CH_3-CH_2-CH_2-\underset{\underset{CH_3}{|}}{\overset{\overset{CH_3}{|}}{C}}-\underset{\underset{\underset{CH_3}{|}}{CH_2}}{\underset{|}{CH}}-CH_2-CH_3$$

: ۳- اتیل- ۴، ۴- دی متیل هپتان



: ۲، ۲، ۳، ۶- تترامتیل هپتان

$$CH_3-CH_2-\underset{\underset{\underset{CH_3}{|}}{CH_2}}{\underset{|}{\overset{\overset{\overset{CH_3}{|}}{CH_2}}{\overset{|}{C}}}}-CH_2-CH_3$$

: ۳، ۳- دی اتیل پنتان

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۲۰۴- گزینهٔ «۳» (محمدحسن محمدزاده مقدم)

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ «۱»: نام اتیل بر متیل مقدم است.

گزینهٔ «۲»: جهت شماره‌گذاری نادرست است. نام درست:

$$\underset{۸}{C}-\underset{۷}{\overset{\overset{C}{|}}{C}}-\underset{۶}{C}-\underset{۵}{C}-\underset{۴}{C}-\underset{۳}{\overset{\overset{C}{|}}{C}}-\underset{۲}{\overset{\overset{C}{|}}{C}}-\underset{۱}{C} \Rightarrow$$

۲، ۳، ۷- تری متیل اوکتان

گزینهٔ «۴»: ۲، ۲، ۳- تری متیل پنتان

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۲۰۵- گزینهٔ «۱» (محمدحسن محمدزاده مقدم)

فرمول مولکولی آلکان $C_{۱۰}H_{۲۲}$ است . شمار پیوندهای کربن- کربن در آن برابر با ۹ و شمار پیوندهای کربن- هیدروژن در آن برابر با ۲۲ است.

$$C_nH_{۲n+۲} \Rightarrow \begin{cases}[\text{پیوندهای } C-C] = n-۱ \\ [\text{پیوندهای } C-H] = ۲n+۲\end{cases}$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۲۰۶- گزینهٔ «۴» (ممد وزیری)

تمام آلکن‌ها در واکنش با محلول برم، رنگ قرمز آن را از بین می‌برند.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۹ و ۴۰)

۲۰۷- گزینهٔ «۳» (محمدحسن محمدزاده مقدم)

واکنش موردنظر به صورت زیر است.

$$C_xH_y + \frac{۴x+y}{۴}O_۲ \rightarrow xCO_۲ + \frac{y}{۲}H_۲O$$

با توجه به گزینه‌ها، هیدروکربن موردنظر آلکن یا آلکین است. می‌توان نوشت:

$$۱/۸molH_۲O \times \frac{xmolCO_۲}{\frac{y}{۲}molH_۲O} \times \frac{۴۴gCO_۲}{۱molCO_۲} = ۱۰۵/۶gCO_۲$$

$\Rightarrow ۳x = ۲y \Rightarrow$ تنها گزینهٔ ۳ در این معادله صدق می‌کند $\Rightarrow C_۴H_۶$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۴۱)

۲۰۸- گزینهٔ «۲» (ایمان حسین‌نژاد)

بررسی عبارت‌های نادرست:

«پ»: برای این منظور، گاز خروجی را از روی کلسیم اکسید عبور می‌دهند.

$$SO_۲(g) + CaO(s) \rightarrow CaSO_۳(s)$$

«ت»: در برج تقطیر جزء به جزء نفت خام، دما از پایین به بالا کاهش می‌یابد.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۲۰۹- گزینهٔ «۲» (ایمان حسین‌نژاد)

در شکل های داده شده، دمای محتویات دو ظرف یکسان است، پس میانگین تندی مولکول‌ها و شدت برخورد آن‌ها به دیوارهٔ ظرف‌ها یکسان است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ «۱»: در شرایط یکسان و مقدار برابر، انرژی حاصل از مغز گردو بیشتر از ماکارونی است.

گزینهٔ «۳»: زمانی که دمای جسمی کاهش پیدا می کند، علامت تغییر دما برای جسم منفی و برای محیط اطراف آن مثبت خواهد بود.

گزینهٔ «۴»: نان به دلیل داشتن ظرفیت گرمایی کمتر نسبت به سیب‌زمینی، زودتر با محیط هم‌دما می‌شود.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

۲۱۰- گزینهٔ «۲» (ایمان حسین‌نژاد)

$$Q_{\text{فلز}} + Q_{\text{آب}} = ۰ \Rightarrow Q_{\text{آب}} = -Q_{\text{فلز}}$$

$$\Rightarrow \quad \times \quad / \quad \times(\quad - \quad) = - \quad \times x \times (\quad - \quad)$$

$$\Rightarrow x \simeq ۰/۱۲۸$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸)