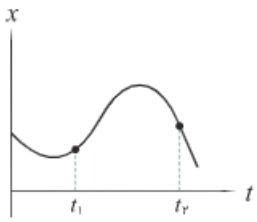
# حرکت شناسی

1) نمودار مکان- زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است.

در بازه زمانی $t_1$ تا $t_2$، کدام رابطه درست است؟




۱) شتاب حرکت ثابت است.

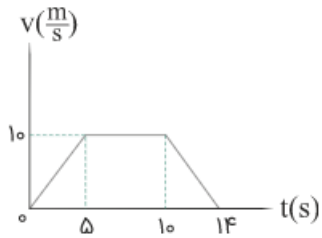
۲) شتاب متوسط منفی است.

۳) جهت حرکت ۲ مرتبه تغییر می‌کند.

۴) حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده می‌شود.

2) متحرکی در مسیری مستقیم حرکت می‌کند و نمودار سرعت- زمان آن مطابق شکل زیر است.

شتاب متوسط این متحرک در بازهٔ زمانی $t = ۲s$ تا $t = ۱۲s$، چند متر بر مجذور ثانیه است؟




۱) $\frac{۱}{۱۰}$

۲) $\frac{۵}{۱۰}$

۳) $\frac{۷}{۱۰}$

۴) صفر

3) متحرکی روی محور x با شتاب ثابت درحرکت است و در مبدأ زمان با سرعت $v = +۳m/s$ از مکان $x = +۴m$ می‌گذرد. اگر متحرک در لحظهٔ $t = ۴s$ در جهت مثبت محور x در بیشترین فاصلهٔ خود از مبدأ باشد. در لحظهٔ $t = ۸s$ در چند متری مبدأ خواهد بود؟

۱) ۴

۲) ۶

۳) ۸

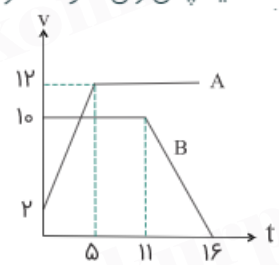
۴) ۱۲

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

4) در یک مسیر مستقیم اتومبیلی با سرعت $۲۰m/s$ درحرکت است. از ۳۶ متر جلوتر اتومبیل دیگری با شتاب ثابت $۲m/s^۲$ از حال سکون در همان جهت به راه می‌افتد. در این حرکت اتومبیل‌ها دو بار از هم سبقت می‌گیرند. فاصلهٔ زمانی این دو سبقت چند ثانیه است؟

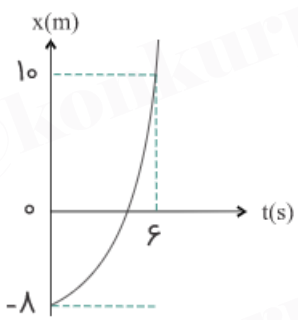
۱) ۲
۲) ۱۰
۳) ۱۶
۴) ۱۸

5) نمودار سرعت- زمان دو متحرک A و B، که روی محور x حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است.
اگر در لحظهٔ $t = ۰$، هر دو در مکان $x = ۰$ قرار داشته باشند، چند ثانیه پس‌ازآن، دو متحرک به هم می‌رسند؟




۱) ۷/۵
۲) ۸
۳) ۱۲
۴) ۱۲/۵

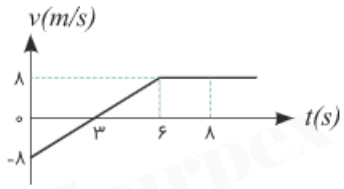
6) نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل است.
سرعت متحرک در لحظه‌ای که متحرک از مبدأ مکان عبور کرده است چند $m/s$ است؟




۱) ۰
۲) ۲
۳) ۴
۴) ۸

Nomreyar.com | وبسایت آموزشی نمره یار

7) نمودار سرعت - زمان جسمی که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل است.
سرعت متوسط جسم در مدت ۸ ثانیهٔ نشان داده‌شده، چند متر بر ثانیه است؟

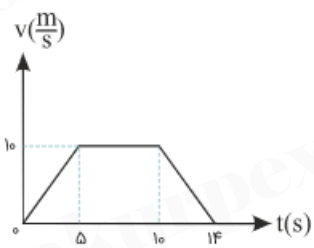



۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۵

8) اتومبیلی از حال سکون با شتاب ثابت $۲\ m/s^۲$ روی خط راست به حرکت درمی‌آید. پس از ۱۰ ثانیه، بزرگی سرعت اتومبیل به چند کیلومتر بر ساعت می رسد؟

۱) ۳۶
۲) ۷۲
۳) ۱۰
۴) ۴۰

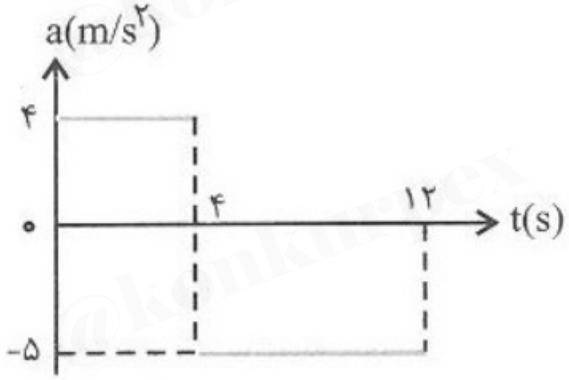
9) متحرکی بر روی مسیر مستقیم حرکت می‌کند و نمودار سرعت- زمان آن مطابق شکل زیر است.
شتاب متوسط این متحرک در بازه زمانی $t = ۲s$ تا $t = ۱۲s$، چند متر بر مربع ثانیه است؟




۱) ۰/۱
۲) ۰/۵
۳) ۰/۷
۴) صفر

Nomreyar.com | وبسایت آموزشی نمره یار

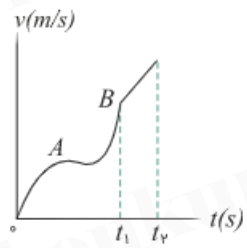
10) نمودار شتاب- زمان متحرکی که در مبدأ زمان با سرعت $۴m/s$ از مبدأ مکان می‌گذرد مطابق شکل است. مسافت طی‌شده در بازهٔ زمانی صفر تا ۱۲ ثانیه چند متر است؟




۱) ۴۸ ۲) ۹۶

۳) ۱۲۸ ۴) ۱۶۰

11) نمودار سرعت - زمان متحرکی مطابق شکل زیر است. نسبت سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی بین صفر تا $t_۱$ به سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ کدام است؟




۱) برابر با یک ۲) کوچک‌تر از یک

۳) بزرگ‌تر از یک ۴) بسته به بازه‌های زمانی، هریک از گزینه‌ها ممکن است رخ دهد.

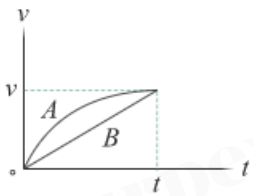
12) معادلهٔ سرعت- زمان متحرکی که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند در $SI$ به‌صورت $v = -\frac{۱}{۵}t - ۲۰$ است. پس از مبدأ زمان، این حرکت چگونه است؟

۱) ابتدا کندشونده، سپس تندشونده ۲) ابتدا تندشونده، سپس کندشونده

۳) پیوسته کندشونده ۴) پیوسته تندشونده

Nomreyar.com | وبسایت آموزشی نمره یار

13) نمودار سرعت- زمان دو متحرک $A$ و $B$ که در مسیری مستقیم حرکت می کنند، به‌صورت شکل زیر است. کدام یک از گزینه های زیر درست است؟

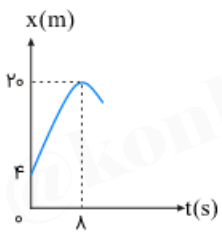



۱) $۲v_{av_A} > v$
۲) $۲v_{av_A} \leq v$
۳) $۲v_{av_B} < v$
۴) $v_{av_A} = v_{av_B}$

14) معادلهٔ سرعت- زمان متحرکی که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند، در $SI$ به‌صورت $v = -۲t + ۴$ است. بزرگی جابه‌جایی متحرک در ۲ ثانیهٔ سوم چند متر است؟

۱) ۱۲
۲) ۱۸
۳) ۲۴
۴) ۳۶

15) نمودار مکان- زمان متحرکی مطابق سهمی شکل زیر است. سرعت اولیهٔ متحرک چند متر بر ثانیه است؟




۱) ۲
۲) ۴
۳) ۶
۴) ۸

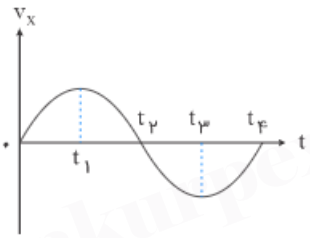
16) متحرکی روی محور $x$ حرکت می‌کند و معادلهٔ مکان- زمان آن در $SI$ به‌صورت $x = \frac{۳}{۲}t^۲ - ۶t + ۲۰$ است. مسافتی که این متحرک در ۳ ثانیهٔ اول طی می‌کند، چند متر است؟

۱) ۴/۵
۲) ۷/۵
۳) ۱۵/۵
۴) ۲۴/۵

Nomreyar.com | وبسایت آموزشی نمره یار

17) نمودار سرعت- زمان متحرکی که روی محور $x$ها حرکت می‌کند مطابق شکل زیر است.

در کدام بازهٔ زمانی، حرکت متحرک تندشونده و در جهت منفی محور $x$ها است؟




۱) $t_1$ تا ۰
۲) $t_2$ تا $t_1$
۳) $t_3$ تا $t_2$
۴) $t_4$ تا $t_3$

18) متحرکی از حال سکون با شتاب ثابت روی خط راستی به حرکت درمی‌آید و مسافت $d$ را در مدت $t$ طی می‌کند. این متحرک، $\frac{۱}{۳}$ آخر مسیر را در چه مدتی برحسب $t$ طی خواهد کرد؟

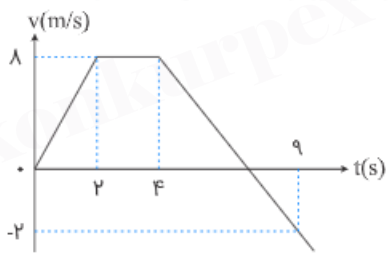
۱) $\frac{۱}{۳}t$
۲) $\sqrt{\frac{۲}{۳}}t$
۳) $(۱-\sqrt{\frac{۲}{۳}})t$
۴) $(۲-\frac{\sqrt{۳}}{۲})t$

19) معادلهٔ مکان- زمان متحرکی که در مسیری مستقیم حرکت می‌کند در $SI$ به‌صورت $x = t^۲ - ۶t$ است.

در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه جهت حرکت متحرک تغییر می‌کند؟

۱) صفر
۲) ۳
۳) ۶
۴) تغییر جهت نمی‌دهد.

20) نمودار سرعت- زمان متحرکی که روی محور $x$ از مکان $x_۰ = -۳۶m$ شروع به حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. پس از چند ثانیه متحرک برای اولین بار از مبدأ مکان می‌گذرد؟




۱) ۲
۲) ۶
۳) ۸
۴) ۱۰

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

# پاسخ سوالات

1) باتوجه‌به شیب نمودار مکان- زمان، می‌توان متوجه شد که در لحظهٔ $t_1$، سرعت متحرک $(v_1)$ مثبت است و در لحظهٔ $t_2$، این سرعت منفی است.

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

باتوجه‌به این که $v_1 > 0$ و $v_2 < 0$ است می‌توان نتیجه گرفت که $a_{av} < 0$ است.

2) شتاب متوسط در یک حرکت از رابطهٔ $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ به دست می‌آید. لذا برای تعیین شتاب متوسط بین دو لحظهٔ $t_1 = 2s$ و $t_2 = 12s$، باید سرعت متحرک را در این دو لحظه به دست آورد.

در بازهٔ زمانی ۰ تا $5s$ و $10s$ تا $14s$ حرکت با شتاب ثابت است. بنابراین شتاب این حرکت‌ها برابر شیب نمودار $v - t$ است.

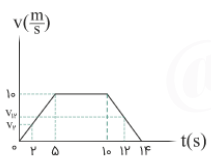
در بازهٔ زمانی ۰ تا $5s$:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10 - 0}{5 - 0} = 2m/s^2$$
$$v_2 = at_2 + v_0 = 2 \times 2 + 0 = 4m/s$$

در بازهٔ زمانی $10s$ تا $14s$:

$$a'_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 10}{14 - 10} = -\frac{10}{4} m/s^2$$

برای نوشتن معادلهٔ سرعت $v_{12}$، فرض می‌کنیم $t = 10s$ مبدأ زمان باشد، لذا زمان را در رابطهٔ سرعت، $2s$ وارد می‌کنیم:




$$v_{12} = at'_2 + v_{10} = -\frac{10}{4} \times 2 + 10 = 5m/s$$

اکنون شتاب متوسط بین دو لحظهٔ $t = 2s$ و $t = 12s$ را محاسبه می‌کنیم

$$a_{av} = \frac{v_{12} - v_2}{t_{12} - t_2} = \frac{5 - 4}{12 - 2} = \frac{1}{10} m/s^2$$

Nomreyar.com | وبسایت آموزشی نمره یار

3) **گام اول**

الف) در مبدأ زمان با سرعت $+۳m/s$ از مکان $+۴m$ می‌گذرد ← $x_۰ = +۴\ m\ ,\ v_۰ = +۳\ m/s$

ب) متحرک در لحظهٔ $t = ۴s$ در جهت مثبت محور x و در بیشترین فاصلهٔ خود از مبدأ است. ← $t_۱ = ۴s\ ,\ v_۱ = ۰$

ج) در لحظهٔ $t = ۸\ s$ در چند متری مبدأ ؟ ← $t = ۸s\ ,\ x = ?$

**گام دوم**

روش اول)

برای درک بهتر، مسیر حرکت متحرک را روی محور x رسم می‌کنیم.

با توجه به اینکه سرعت اولیه مثبت، شتاب ثابت و سرعت در بیشترین فاصله از مبدأ، صفر است و اینکه $a < ۰$ است، می‌یابیم که متحرک بعد از ۴ ثانیه شروع به حرکت، در خلاف جهت محور x می‌کند و در همان مدت ۴ ثانیه دوباره به نقطهٔ اول باز می‌گردد و بعد از مدت ۸ ثانیه به مکان اولیهٔ خود یعنی ۴ متری مبدأ می‌رسد.

روش دوم)

معادلهٔ سرعت - زمان را می‌نویسیم و شتاب را به دست می‌آوریم.

$$v_۱ = at_۱ + v_۰ \ \rightarrow\ ۰ = ۴ \times a + ۳ \ \rightarrow\ a = \frac{-۳}{۴}\ m/s^۲$$

سپس با استفاده از معادلهٔ مکان - زمان، مکان را در لحظهٔ $t = ۸s$ پیدا می‌کنیم:

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ \ \rightarrow\ x = \frac{۱}{۲} \times \frac{-۳}{۴} \times ۸^۲ + ۳ \times ۸ + ۴ \ = \ +۴\ m$$

4) **گام اول**

الف) اتومبیلی با سرعت $۲۰m/s$ ← سرعت ثابت و $v_۱ = ۲۰\ m/s\ ,\ a_۱ = ۰$

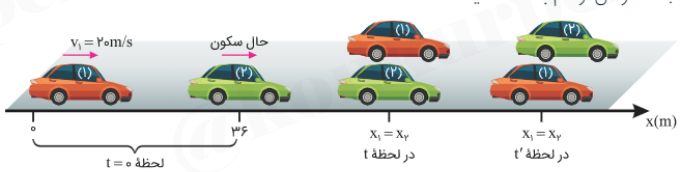
ب) از ۳۶ متر جلوتر اتومبیلی با شتاب ثابت $۲m/s^۲$ از حال سکون در همان جهت ← $v_{۰۲} = ۰\ ,\ a_۲ = ۲m/s^۲\ ,\ x_{۰۲} = ۳۶\ m$

ج) دو بار از هم سبقت می‌گیرند ← دو بار مختصات مکانی آن‌ها برابر می‌شود.

د) فاصلهٔ زمانی این دو سبقت ؟ ← $t" - t = ?$

**گام دوم**

معادلهٔ مکان هر اتومبیل را می‌نویسیم و مساوی هم قرار می‌دهیم تا زمان‌های سبقت گرفتن از هم به دست آید:




اتومبیل۱,سرعت ثابت : $x_۱ = v_۱t + x_۰ \xrightarrow{x_۰ = ۰} x_۱ = ۲۰t$

اتومبیل۲,شتاب ثابت : $x_۲ = \frac{۱}{۲}a_۲t^۲ + v_{۰۲}t + x_۰ = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times t^۲ + ۳۶ \ \rightarrow\ x_۲ = t^۲ + ۳۶$

$$x_۱ = x_۲ \ \rightarrow\ ۲۰t = t^۲ + ۳۶ \rightarrow \begin{cases} t = ۲\ s \\ t" = ۱۸\ s \end{cases}$$

پس فاصلهٔ زمانی بین این دو سبقت برابر است با:

فاصله زمانی دو سبقت : $t" - t = ۱۸ - ۲ = ۱۶\ s$

Nomreyar.com | وبسایت آموزشی نمره یار

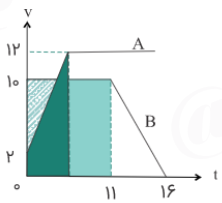
5) **گام اول**

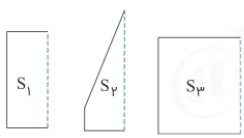
الف) در لحظهٔ $t = ۰$ هر دو در مکان $x = ۰$ ← $x_{۰A} = x_{۰B} = ۰$

ب) چند ثانیه پس از $t = ۰$ دو متحرک به هم می‌رسند؟ ← $x_A = x_B \ , \ t = ?$

**گام دوم**

مطابق نمودار $v - t$ داده‌شده و باتوجه‌به گزینه‌ها مسئله را از لحظهٔ $t = ۵s$ به بعد بررسی می‌کنیم؛ یعنی در حالت اول، از لحظهٔ $t = ۵s$ تا $t = ۱۱s$ معادله مکان آن‌ها را مساوی قرار می‌دهیم و در حالت دوم از لحظهٔ $t = ۱۱s$ به بعد معادلهٔ مکان آن‌ها را باهم برابر می‌گذاریم:




معادلهٔ مکان دو متحرک A و B را در حالت اول ($t_۱ = ۵s$) نوشته و باهم مساوی قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases} x_{۱A} = |S_۱| \\ S_۱ = \dfrac{۲ + ۱۲}{۲} \times ۵ = ۳۵ \end{cases} \Rightarrow x_{۱A} = ۳۵m \xrightarrow{v_A = ۱۲m/s} x_A = ۱۲t + ۳۵$$

$$\begin{cases} x_{۱B} = |S_۲| \\ S_۲ = -۱۰ \times ۵ = -۵۰ \end{cases} \Rightarrow x_{۱B} = ۵۰\ m \xrightarrow{v_B = -۱۰m/s} x_B = -۱۰t + ۵۰$$

$$\Rightarrow x_A = x_B \Rightarrow ۱۲t + ۳۵ = -۱۰t + ۵۰ \Rightarrow t = ۷/۵s \quad : \text{یعنی } ۷/۵\ s \text{ بعد از لحظهٔ } t = ۵\ s$$

این یعنی ۷/۵ ثانیه بعد از لحظهٔ $t = ۵s$ که چون بازه زمانی در این مرحله $۶s = ۵ - ۱۱$ است؛ پس در این حالت، دو متحرک به هم نمی‌رسند.

حالا معادلهٔ مکان دو متحرک از $t = ۱۱s$ به بعد را مساوی قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases} x_A = v_A t + x_{۰A} \\ x_{۰A} = S_۱ + S_۲ = ۳۵ + ۷۲ = ۱۰۷ \end{cases} \Rightarrow x_A = ۱۲t + ۱۰۷ \quad (I)$$

$$\begin{cases} x_{۰B} = S_۳ = ۱۱۰\ m \ , \ a = -\dfrac{۱۰}{۱۶ - ۱۱} = -۲\ m/s^۲ \ , v_{۰B} = ۱۰m/s \\ x_B = \dfrac{۱}{۲}at^۲ + v_{۰B}t + x_{۰B} \Rightarrow x_B = -t^۲ + ۱۰t + ۱۱۰ \quad (II) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(I),(II)} x_A = x_B \Rightarrow ۱۲t + ۱۰۷ = -t^۲ + ۱۰t + ۱۱۰ \Rightarrow t = ۱\ s$$

۱ ثانیه بعد از لحظهٔ $t = ۱۱s$ یعنی $t = ۱۱ + ۱ = ۱۲\ s$ ثانیه بعد از $t = ۰$ است.

**Nomreyar.com | وبسایت آموزشی نمره یار**

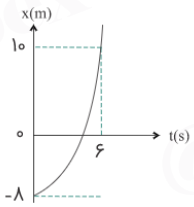
6) **گام اول**

سرعت متحرک در لحظه‌ای که متحرک از مبدأ مکان می‌گذرد؟ $\leftarrow x = ۰\ ,\ v = ?$

**گام دوم**

برای به دست آوردن سرعت، معادلهٔ سرعت- زمان، و برای به دست آوردن معادلهٔ سرعت- زمان، معادلهٔ مکان را می‌خواهیم.

مطابق نمودار و داده‌های مسئله، معادلهٔ مکان را به دست می‌آوریم:




$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰$$

$$t = ۰\ ,\ x_۰ = -۸ \Rightarrow v_۰ = ۰$$

$$t = ۶\,s\ ,\ x = ۱۰\,m \Rightarrow ۱۰ = \frac{۱}{۲} \times a \times ۳۶ + (-۸) \Rightarrow a = ۱\,m/s^۲$$

باتوجه‌به معادلهٔ مکان، لحظهٔ عبور از مبدأ برابر است با:

$$x = \frac{۱}{۲}t^۲ - ۸ = ۰ \Rightarrow t = ۴\,s$$

حال برای ادامهٔ پاسخ، دو روش ارائه می‌شود:

ادامهٔ پاسخ به روش اول:

$$\begin{cases} x = \frac{۱}{۲}t^۲ - ۸ \\ x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = ۱\,m/s^۲ \\ v_۰ = ۰ \end{cases} \quad (I)$$

سپس معادلهٔ سرعت- زمان را به دست می‌آوریم:

$$v = at + v_۰ \xrightarrow{(I)} v = t \xrightarrow{t=۴\,s} v = ۴\,m/s$$

ادامهٔ پاسخ به روش دوم:

می‌توان با یک‌بار مشتق گیری از معادلهٔ مکان- زمان، معادلهٔ سرعت- زمان را به دست آورد، سپس لحظهٔ $t = ۴\,s$ را در آن جایگذاری می‌کنیم تا سرعت در آن لحظه به دست آید:

$$x = \frac{۱}{۲}t^۲ - ۸ \xrightarrow{v=\frac{dx}{dt}} v = t \xrightarrow{t=۴s} v = ۴\,m/s$$

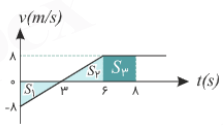
Nomreyar.com | وبسایت آموزشی نمره یار

7) گام اول

سرعت متوسط جسم در ۸ ثانیهٔ نشان داده‌شده ؟ ← $\Delta t = ۸s\ ,\ v_{av} = ?$

گام دوم

برای محاسبهٔ سرعت از رابطه $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ استفاده می‌کنیم. ازآنجایی‌که مساحت زیر نمودار سرعت- زمان، برابر مقدار جابه‌جایی است و باتوجه‌به اینکه $S_۱$ و $S_۲$ قرینهٔ همدیگرند، مقدار جابه‌جایی را به دست آورده و در رابطهٔ بالا جایگذاری می‌کنیم:




$$\Delta x = -S_۱ + S_۲ + S_۳ \xrightarrow{S_۱ = S_۲} \Delta x = S_۳$$
$$S_۳ = (۸ - ۶) \times (۸ - ۰) = ۱۶ \Rightarrow \Delta x = ۱۶m$$
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۱۶}{۸} = ۲\, m/s$$

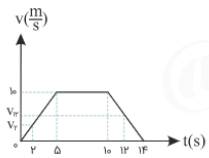
8)

$$v = at = (۲ \times ۱۰)\, m/s = ۲۰\, m/s$$
$$v = ۲۰\, m/s = \frac{۲۰ \times ۱۰^{-۳}\, km}{\frac{۱}{۳۶۰۰} h} = (۲۰ \times ۳(۶/\, km/h = ۷۲\, km/h$$

Nomreyar.com | وبسایت آموزشی نمره یار

9) شتاب متوسط از رابطهٔ $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ به دست می‌آید، پس برای اینکه شتاب متوسط در بازه زمانی $t = ۲s$ تا $t = ۱۲s$ را به دست بیاوریم، باید سرعت در این لحظه‌ها را محاسبه کنیم.

شیب (شتاب) نمودار در بازه ۵ − ۰ ثانیه برابر است با:




$$a_{۱_{av}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۱۰ - ۰}{۵ - ۰} = ۲m/s^۲$$

باتوجه‌به آنکه شیب (شتاب) ثابت است می‌توانیم سرعت را در لحظهٔ $t = ۲s$ به دست آوریم.

$$v_۱ = a_{۱_{av}} t_۱ + v_{۰۱} \Rightarrow v_۱ = ۲ \times ۲ + ۰ = ۴m/s$$

در بازه زمانی ۱۴ − ۱۰ ثانیه هم به همین صورت داریم:

$$a_{۲_{av}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۰ - ۱۰}{۱۴ - ۱۰} = \frac{-۱۰}{۴} = -۲/۵$$

سرعت در لحظهٔ $t = ۱۲s$ هم به دست می آید.

$$v_۲ = a_{۲_{av}} t_۲ + (v_۰)_۲ \Rightarrow v_۲ = -۲/۵ \times ۲ + ۱۰ = ۵m/s$$

دقت شود که معادلهٔ این خط را از $t = ۱۰s$ ، یعنی دو ثانیه پس از لحظهٔ $t = ۱۲s$، نوشتیم.

حال کافی است مقادیر سرعت در لحظات $t = ۱۲$ و $t = ۲$ را در رابطهٔ شتاب متوسط جایگذاری کنیم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{۱۲} - v_۲}{\Delta t} = \frac{۵ - ۴}{۱۲ - ۲} = ۰/۱\, m/s^۲$$

@konkurpey

Nomreyar.com | وبسایت آموزشی نمره یار

10) **گام اول**

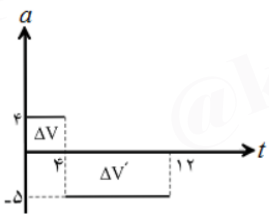
الف) در مبدأ زمان با سرعت $۴m/s$ از مبدأ مکان می‌گذرد ← $x_۰ = ۰\ ,\ v_۰ = ۴\ m/s$

ب) مسافت طی‌شده در بازهٔ ۰ تا ۱۲ ثانیه ← $\Delta t = ۱۲\ s$ : مسافت طی‌شده =?

**گام دوم**

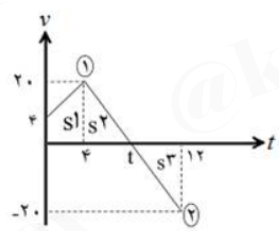
باید نمودار سرعت- زمان را رسم کنیم تا با استفاده از این نکته که مساحت زیر نمودار $v-t$ برابر با مقدار جابجایی است، مسافت را در بازهٔ مشخص به دست آوریم.

برای رسم نمودار $v-t$ سرعت در لحظات $t = ۴\ s\ ,\ t = ۱۲\ s$ را حساب می‌کنیم.




$$\begin{cases}\Delta v = v_۱ - v_۰ \\ v_۰ = ۴m/s \\ \Delta v = ۴ \times ۴ = ۱۶m/s\end{cases} \Rightarrow ۱۶ = v_۱ - ۴ \Rightarrow v_۱ = ۲۰\ m/s$$

$$\begin{cases}\Delta v' = v_۲ - v_۱ \\ v_۱ = ۲۰m/s \\ \Delta v' = (۱۲-۴) \times -۵ = -۴۰m/s\end{cases} \Rightarrow -۴۰ = v_۲ - ۲۰ \ \rightarrow\ v_۲ = -۲۰\ m/s$$




حالا مطابق نمودار $v-t$ لحظهٔ $t$ را حساب می‌کنیم ($t$ بین $۴s$ و $۱۲s$ است پس شتاب $-۵m/s^۲$ است).

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow -۵ = \frac{۰ - ۲۰}{t - ۴} \Rightarrow t = ۸s$$

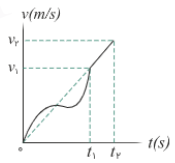
درنهایت باتوجه‌به اینکه قدر مطلق جابجایی در بازه‌های مختلف برابر مسافت طی‌شده است، مسافت طی‌شده در ۱۲ ثانیه را به دست می‌آوریم:

$$\text{مسافت طی‌شده} = \frac{۴ + ۲۰}{۲} \times ۴ + \frac{۲۰ \times ۴}{۲} + \frac{۲۰ \times ۴}{۲} = ۱۲۸\ m$$


**Nomreyar.com | وبسایت آموزشی نمره یار**

11) سرعت متوسط در یک بازهٔ زمانی که سرعت متحرک ثابت نیست همواره بین کمترین مقدار سرعت $v_{min}$ و بیشترین مقدار سرعت $v_{max}$ در آن بازه است.

بنابراین: $v_{min} < v_{av} < v_{max}$




$$\left.\begin{array}{l} ۰ < v_{av(۰-t_۱)} < v_۱ \\ v_۱ < v_{av(t_۱-t_۲)} < v_۲ \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{v_{av(۰-t_۱)}}{v_{av(t_۱-t_۲)}} < ۱$$

12) چون سرعت متحرک با آهنگ یکنواخت کاهش می‌یابد و در مدت ۱۲ ثانیه به صفر می‌رسد، لذا اگر سرعت اولیه را $v_۰$ فرض کنیم بعد از ۶ ثانیه، سرعت برابر $v_۱ = \frac{۱}{۲}v_۰$ خواهد شد. بنابراین سرعت متوسط، در ۶ ثانیهٔ اول برابر $v_۱ = \frac{v_۰ + \frac{۱}{۲}v_۰}{۲} = \frac{۳}{۴}v_۰$ و در ۶ ثانیهٔ دوم برابر $v_۲ = \frac{\frac{۱}{۲}v_۰ + ۰}{۲} = \frac{۱}{۴}v_۰$ می‌شود. جابه‌جایی متحرک در هر مرحله از حرکت برابر است با:

$$\Delta x_۱ = v_{av_۱}.\Delta t_۱ = \frac{۳}{۴}v_۰ \times ۶ = \frac{۹}{۲}v_۰$$
$$\Delta x_۲ = v_{av_۲}.\Delta t_۲ = \frac{۱}{۴}v_۰ \times ۶ = \frac{۳}{۲}v_۰$$

چون حرکت در هر مرحله در یک جهت انجام می‌گیرد، پس مسافت طی‌شده در هر مرحله برابر اندازهٔ جابه‌جایی در آن مرحله است.

مسافت طی‌شده در ۶ ثانیه اول $= d_۱ = |\Delta x_۱| = \frac{۹}{۲}|v_۰|$

$$\Rightarrow \frac{d_۱}{d_۲} = ۳$$

مسافت طی‌شده در ۶ ثانیه دوم $= d_۲ = |\Delta x_۲| = \frac{۳}{۲}|v_۰|$

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

13) مساحت محصور بین نمودار سرعت- زمان با محور زمان برابر با اندازهٔ جابه‌جایی متحرک است. باتوجه‌به نمودار مشخص است که سطح زیر نمودار متحرک $A$ بیشتر از سطح زیر نمودار متحرک $B$ است.

$$(\Delta x)_A > (\Delta x)_B$$

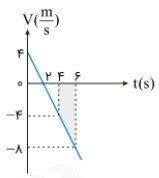
$$B \text{ سطح زیر نمودار} : S_۱ = (\Delta x)_B = \frac{vt}{۲} = \frac{۱}{۲}vt$$

$$\Rightarrow v_{av_B} = \frac{(\Delta x)_B}{\Delta t} = \frac{\frac{۱}{۲}vt}{t} \Rightarrow v_{av_B} = \frac{v}{۲}$$

ازآنجایی‌که سطح زیر نمودار $A$ بیشتر از سطح زیر نمودار $B$ است، سرعت متوسط $A$ نیز باید بیشتر از سرعت متوسط $B$ یعنی $\frac{v}{۲}$ باشد.

$$v_{av_A} > v_{av_B} \Rightarrow v_{av_A} > \frac{v}{۲} \Rightarrow ۲v_{av_A} > v$$

14) یکی از مناسب‌ترین راه‌ها این است که از نمودار سرعت- زمان استفاده کنیم. ۲ ثانیهٔ سوم، از لحظهٔ $t = ۴s$ تا $t = ۶s$ است و این جابه‌جایی، سطح زیر نمودار در همین مدت است (مساحت هاشور خورده) و اگر این مساحت را حساب کنیم، اندازهٔ آن برابر ۱۲ متر خواهد شد.




15) سرعت متوسط را در ۸ ثانیهٔ اول حساب می‌کنیم.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۲۰ - ۴}{۸ - ۰} = ۲ \Rightarrow v_{av} = ۲\, m/s$$

سرعت در لحظهٔ $t = ۸\, s$ برابر صفر است و شتاب ثابت است (سهمی)؛ پس می‌توان نوشت:

$$v_{av} = \frac{v + v_۰}{۲} \Rightarrow ۲ = \frac{۰ + v_۰}{۲} \Rightarrow v_۰ = ۴\, m/s$$

Nomreyar.com | وبسایت آموزشی نمره یار

16) معادلهٔ سرعت- زمان را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} x = \frac{۳}{۲}t^۲ - ۶t + ۲۰ \\ x = -\frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = ۳\,m/s^۲ & (۱) \\ v_۰ = -۶\,m/s & (۲) \end{cases}$$

$$v = at + v_۰ \xrightarrow{(۱)\,,\,(۲)} v = ۳t - ۶$$

در لحظهٔ $t = ۲s$، سرعت صفر می‌شود. از $t = ۰$ تا $t = ۲s$ سرعت منفی است و از $t = ۲s$ به بعد، مثبت می‌شود. پس مسافت طی شده را یک بار در فاصلهٔ زمانی صفر تا $t = ۲s$ حساب می‌کنیم و یک بار هم برای فاصلهٔ زمانی $t = ۲s$ تا $t = ۳s$ حساب می‌کنیم.

$$t = ۰ \Rightarrow x_۰ = ۲۰\,m$$

$$t = ۲s \Rightarrow x_۱ = \frac{۳}{۲}(۲)^۲ - ۶(۲) + ۲۰ = ۱۴ \Rightarrow x_۱ = ۱۴\,m$$

$$t = ۳s \Rightarrow x_۲ = \frac{۳}{۲}(۳)^۲ - ۶(۳) + ۲۰ = ۱۵/۵ \Rightarrow x_۲ = ۱۵/۵\,m$$

$$\Delta x_۱ = x_۱ - x_۰ = ۱۴ - ۲۰ = -۶ \Rightarrow |\Delta x_۱| = ۶\,m$$

$$\Delta x_۲ = x_۲ - x_۱ = (۱۵/۵ - ۱۴)m = ۱/۵m$$

$$\Rightarrow |\Delta x_۱| + |\Delta x_۲| = (۶ + ۱/۵)m = ۷/۵\,m$$

17) درحرکت روی یک محور، علامت سرعت جهت حرکت را مشخص می‌کند؛ بنابراین مطابق نمودار، در بازهٔ زمانی ۰ تا $t_۲$ حرکت متحرک در جهت مثبت محور $x$ها و در بازهٔ زمانی $t_۲$ تا $t_۴$ حرکت متحرک در جهت منفی محور $x$ها است.

از طرفی، زمانی که اندازهٔ سرعت در حال افزایش باشد، حاصل‌ضرب علامت سرعت در علامت شتاب مثبت است و حرکت تندشونده خواهد بود. مطابق نمودار سؤال، در بازه‌های ۰ تا $t_۱$ و $t_۲$ تا $t_۳$ حاصل‌ضرب علامت سرعت در علامت شتاب مثبت است و درنتیجه حرکت متحرک تندشونده است. بنابراین در بازهٔ زمانی $t_۲$ تا $t_۳$ متحرک در جهت منفی محور $x$ها و به‌طور تندشونده حرکت می‌کند.

18) فرض می‌کنیم متحرک مسافت $\frac{۲}{۳}d$ ابتدای مسیر را در مدت $t'$ طی می‌کند. در این صورت باتوجه‌به اینکه مسافت $d$ را در مدت $t$ طی کرده است، داریم:

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t \xrightarrow{v_۰=۰} \frac{\frac{۲}{۳}d}{d} = \frac{\frac{۱}{۲}at'^۲}{\frac{۱}{۲}at^۲} \Rightarrow t' = \sqrt{\frac{۲}{۳}}t$$

اگر زمان حرکت در $\frac{۱}{۳}$ آخر مسیر را $t''$ بگیریم، می‌توان نوشت:

$$t'' = t - t' = t - \sqrt{\frac{۲}{۳}}t = (۱ - \sqrt{\frac{۲}{۳}})t$$

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

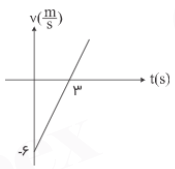
19) شرط تغییر جهت، آن است که اولاً در لحظهٔ موردنظر $v = ۰$ شود و ثانیاً علامت $v$ در آن لحظه تغییر کند.

در لحظهٔ $t = ۳s$ اولاً $v = ۰$ و ثانیاً قبل از آن سرعت منفی بوده و بعدازآن مثبت شده و بنابراین متحرک تغییر جهت داده است.

$$\begin{cases} x = t^۲ - ۶t \\ x = -\frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = ۲\,m/s^۲ & (۱) \\ v_۰ = -۶\,m/s & (۲) \end{cases}$$

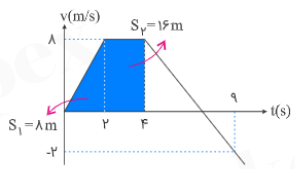
$$v = at + v_۰ \xrightarrow{(۱),(۲)} v = ۲t - ۶$$

$$\xrightarrow{v=۰} ۲t - ۶ = ۰ \Rightarrow t = ۳\,s$$




20) چون متحرک از مکان $x_۰ = -۳۶m$ شروع به حرکت کرده، لازم است ۳۶ متر درجهت مثبت محور $x$ جابه‌جا شود تا به مکان $x = ۰$ برسد. از طرفی باتوجه‌به مساحت زیر نمودار $v - t$ (که بیانگر جابه‌جایی است) معلوم می‌شود تا لحظهٔ $t = ۴s$، متحرک $۱۶ + ۸ = ۲۴m$ را طی کرده و فقط لازم است از این لحظه به بعد، ۱۲ متر دیگر طی نماید.

با تعیین شتاب متحرک از لحظهٔ $t = ۴s$ به بعد، زمان لازم برای آنکه متحرک ۱۲ متر دیگر را طی کند $(t')$، محاسبه می‌کنیم:




شتاب بین دو لحظهٔ $t_۱ = ۴s$ و $t_۲ = ۹s$:

$$a = \frac{v_۲ - v_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{-۲ - ۸}{۹ - ۴} = -۲m/s^۲$$

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at'^۲ + v_۱t' \xrightarrow[a=-۲m/s^۲, v_۱=۸m/s]{\Delta x=۱۲m} ۱۲ = \frac{۱}{۲}(-۲)t'^۲ + ۸t' \Rightarrow t' = ۲s\ ,\ t' = ۶s$$

پس برای اولین بار در لحظهٔ $t = t_۱ + ۲ = ۶s$ مکان متحرک صفر خواهد شد.

Nomreyar.com | وبسایت آموزشی نمره یار