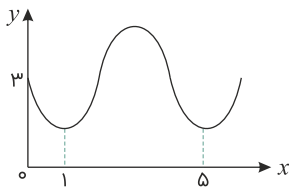
۱ در تابع با ضابطهٔ $f(x) = [x] + [-x] + \sqrt{\sin \pi x - ۱}$، مقدار $f(-\frac{۱}{۲}f(x))$ کدام است؟

۱) -۱
۲) ۱
۳) صفر
۴) تعریف نشده

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۸۹

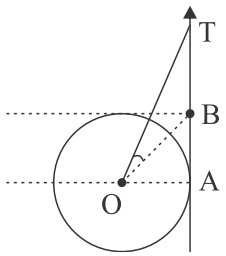
۲ شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $y = a + \sin(b\pi x)$ می‌باشد. مقدار y در نقطهٔ $x = \frac{۲۵}{۳}$، کدام است؟



۱) ۲
۲) ۲/۵
۳) ۳
۴) ۳/۵

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۳

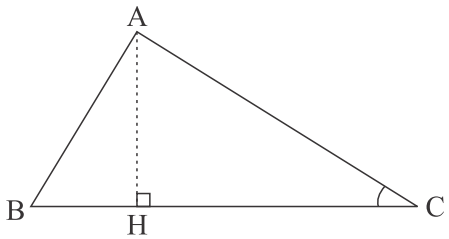
۳ باتوجه‌به دایرهٔ مثلثاتی زیر، اگر $BT = ۲$ باشد، مقدار $\tan(T\hat{O}B)$، کدام است؟



۱) $\frac{۱}{۴}$
۲) $\frac{۱}{۳}$
۳) $\frac{۱}{۲}$
۴) $\frac{۲}{۳}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

۴ در شکل زیر، $\cot C = \frac{\sqrt{۵}}{۲}$ و $AC = ۹۶$. اندازهٔ ارتفاع AH، کدام است؟



۱) ۴۸
۲) ۵۶
۳) ۶۴
۴) ۷۲

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۵ جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی $\sin(x+\frac{\pi}{۶})+\cos(x+\frac{\pi}{۳})=\cos ۲x$، کدام است؟

۱) $x=\frac{۲k\pi}{۳}\,,\ k\in\mathbb{Z}$

۲) $x=\frac{k\pi}{۳}\,,\ k\in\mathbb{Z}$

۳) $x=۲k\pi\pm\frac{\pi}{۳}\,,\ k\in\mathbb{Z}$

۴) $x=k\pi\pm\frac{\pi}{۳}\,,\ k\in\mathbb{Z}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

۶ اگر انتهای کمان α در ربع اوّل دایرهٔ مثلثاتی و $\tan\alpha=\frac{۱}{۷}$ باشد، مقدار $\sin(\frac{۱۳\pi}{۴}+\alpha)$، کدام است؟

۱) $-\frac{۴}{۵}$

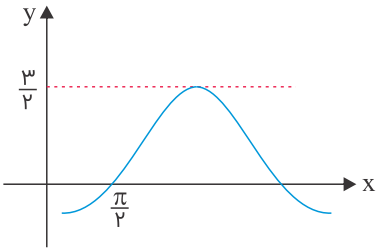
۲) $-\frac{۳}{۵}$

۳) $\frac{۳}{۵}$

۴) $\frac{۴}{۵}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

۷ شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع با ضابطهٔ $y=a+b\sin(x+\frac{\pi}{۳})$ است. مقدار a، کدام است؟



۱) -۱

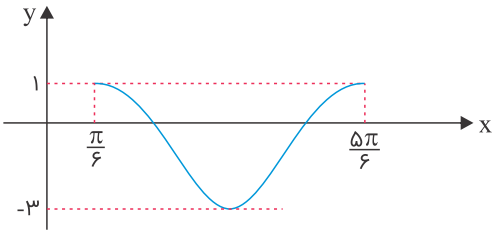
۲) $-\frac{۱}{۲}$

۳) $\frac{۱}{۲}$

۴) ۱

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

۸ شکل زیر، نمودار تابع $y=a\sin(bx)+c$، در یک بازهٔ تناوب است. مقادیر b و c، کدام‌اند؟



۱) $b=۳, c=-۱$

۲) $b=۳, c=-۲$

۳) $b=\frac{۳}{۲}, c=-۲$

۴) $b=\frac{۳}{۲}, c=-۱$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

۹ تعداد جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی $۴\sin(۳x)\cos(۳x)=۱$، در بازهٔ $[۰\ ,\ \frac{\pi}{۲}]$، کدام است؟

۱) ۲

۲) ۳

۳) ۴

۴) ۵

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۱۰ حاصل عبارت $\tan(۲۸۵)\tan(-۱۶۵) - \sin(۱۰۹۵)\cos(۲۵۵)$، کدام است؟ (اعداد داده‌شده برحسب درجه هستند.)

۱) $\sin^۲(۱۵)$

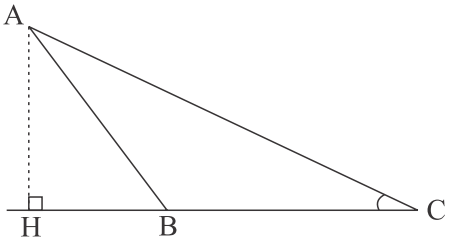
۲) $\cos^۲(۱۵)$

۳) $-\sin^۲(۱۵)$

۴) $-\cos^۲(۱۵)$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

۱۱ در شکل زیر، فرض کنید $\sin C = \frac{۵}{۱۳}$ و $CH = ۹$. اندازهٔ ارتفاع AH، کدام است؟



۱) ۳/۲۵

۲) ۳/۵

۳) ۳/۶

۴) ۳/۷۵

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

۱۲ اگر $\tan\alpha$ و $\tan\beta$ برابر ریشه‌های معادلهٔ $۲x^۲ + ۳x - ۱ = ۰$ باشند، $\tan(\alpha+\beta)$، کدام است؟

۱) ۱

۲) $\frac{۳}{۲}$

۳) -۳

۴) -۱

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

۱۳ مجموع جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی $\tan(۳x)\tan(x) = ۱$، در بازهٔ $[\pi, ۲\pi]$، کدام است؟

۱) ۵π

۲) ۶π

۳) $\frac{۹\pi}{۲}$

۴) $\frac{۱۱\pi}{۲}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

۱۴ اگر انتهای کمان α در ربع دوّم دایرهٔ مثلثاتی و $\sin\alpha = \frac{\sqrt{۲}}{۱۰}$ باشد، مقدار $\cos(\frac{۱۱\pi}{۴} + \alpha)$، کدام است؟

۱) $-\frac{۴}{۵}$

۲) $-\frac{۳}{۵}$

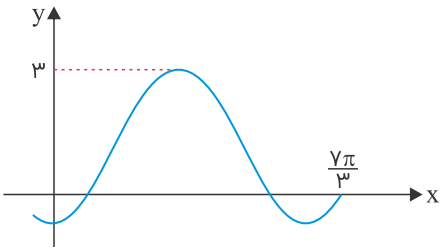
۳) $\frac{۳}{۵}$

۴) $\frac{۴}{۵}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۱۵ شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع با ضابطهٔ $y = a + b\sin(\frac{\pi}{۲} + x)$ است. مقدار b، کدام است؟



۱) ۲

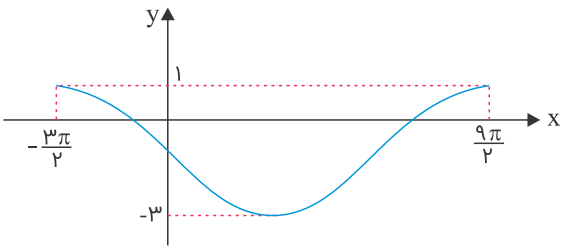
۲) ۱

۳) -۱

۴) -۲

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

۱۶ شکل زیر، نمودار تابع $y = a\sin(bx) + c$ را در یک بازهٔ تناوب، نشان می‌دهد. نسبت $\frac{a}{b}$، کدام است؟



۱) -۲

۲) -۳

۳) -۴

۴) -۶

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

۱۷ حاصل عبارت $\tan(۳۰۰)\cos(۲۱۰) + \tan(۴۸۰)\sin(۸۴۰)$، کدام است؟ (اعداد داده‌شده برحسب درجه هستند.)

۱) $-\frac{۱}{۲}$

۲) صفر

۳) ۱

۴) ۲

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

۱۸ جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی $\sin(۲x - \frac{\pi}{۴}) = \cos(x + \frac{\pi}{۴})$، با شرط $x \neq k\pi$ که در آن k یک عدد صحیح است، کدام است؟

۱) $\frac{k\pi}{۳}$

۲) $\frac{۲k\pi}{۳}$

۳) $\frac{۲k\pi}{۳} - \frac{\pi}{۶}$

۴) $\frac{۲k\pi}{۳} + \frac{\pi}{۶}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

۱۹ اگر $\frac{\sin\alpha}{۱ + \cos\alpha} = \frac{۱}{۲}$ باشد، مقدار $\tan(\frac{\pi}{۲} + \frac{\alpha}{۲})$، کدام است؟

۱) -۲

۲) $-\frac{۱}{۲}$

۳) $\frac{۱}{۲}$

۴) ۲

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۵

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۲۰ نمودار تابع $y = ۳\sin(\frac{\pi}{۴} - ۲x)$، روی بازهٔ $[-\pi , \frac{۳\pi}{۲}]$ در چند نقطه محور xها را قطع می‌کند؟

۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۵

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۱

۲۱ ساده‌شدهٔ عبارت $\cos ۵۰^\circ (\tan ۷۰^\circ + \tan ۱۰^\circ)$ برابر کدام است؟

۱) $\sin ۲۰^\circ$
۲) $\cos ۲۰^\circ$
۳) $۲\sin ۲۰^\circ$
۴) $۲\cos ۲۰^\circ$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۵

۲۲ اگر $\tan(\frac{\pi}{۴} - \alpha) = \frac{۱}{۵}$ باشد، $\tan ۲\alpha$ چقدر است؟

۱) ۱/۵
۲) ۱/۸
۳) ۲/۴
۴) ۲/۵

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۸۸

۲۳ اگر $\tan(\frac{\pi}{۲} - \alpha) = \frac{۲}{۳}$ باشد، آنگاه $\tan(\frac{\pi}{۴} - \alpha)$ کدام است؟

۱) $\frac{-۱}{۳}$
۲) $\frac{-۱}{۵}$
۳) $\frac{۱}{۵}$
۴) $\frac{۱}{۳}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۸۸

۲۴ جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی $\cos^۲ x + ۳\sin\left(\frac{\pi}{۲} + x\right) + ۲ = ۰$ به کدام صورت است؟

۱) $k\pi$
۲) $۲k\pi$
۳) $\frac{k\pi}{۲}$
۴) $(۲k+۱)\pi$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۴

۲۵ با کدام ضابطهٔ $f(x)$، همواره تساوی $(-۱)^{[x]} f(x) = |f(x)|$ برقرار است؟

۱) $\sin \pi x$
۲) $\cos \pi x$
۳) $\sin ۲\pi x$
۴) $\cos ۲\pi x$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۱

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۲۶ اگر $\tan\theta = ۰/۲$ باشد، مقدار $\dfrac{\cos(\frac{۳\pi}{۲}+\theta)-\cos(\pi+\theta)}{\sin(\pi-\theta)-\sin(۳\pi+\theta)}$ کدام است؟

۱) -۲
۲) $۱/۲$
۳) ۲
۴) ۳

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۱

۲۷ جواب کلّی معادلهٔ مثلثاتی $\cos ۳x + \cos x = ۰$، با شرط $\cos x \neq ۰$، کدام است؟

۱) $\frac{k\pi}{۲} - \frac{\pi}{۳}$
۲) $\frac{k\pi}{۲} + \frac{\pi}{۴}$
۳) $k\pi - \frac{\pi}{۴}$
۴) $k\pi + \frac{\pi}{۴}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

۲۸ در داخل یک مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع واحد، بزرگ‌ترین مربع ممکن را می‌سازیم، اندازهٔ ضلع مربع کدام است؟

۱) $۲\sqrt{۳} - ۳$
۲) $\sqrt{۳} - ۱$
۳) $\sqrt{۳} - \frac{۱}{۲}$
۴) $۲(\sqrt{۳} - ۱)$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۲

۲۹ اگر α زاویهٔ منفرجه و $\sin\alpha = \frac{۳}{۵}$ باشد، مقدار $\tan\left(\frac{\pi}{۴}+\alpha\right)$ کدام است؟

۱) -۷
۲) $\frac{-۱}{۷}$
۳) $\frac{۱}{۷}$
۴) ۷

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۵

۳۰ مجموع جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی $\sin^۳x + \cos^۳x = ۱ - \frac{۱}{۲}\sin ۲x$، در بازهٔ $[۰, ۲\pi]$ کدام است؟

۱) $\frac{۵\pi}{۲}$
۲) $\frac{۷\pi}{۲}$
۳) ۲π
۴) ۳π

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

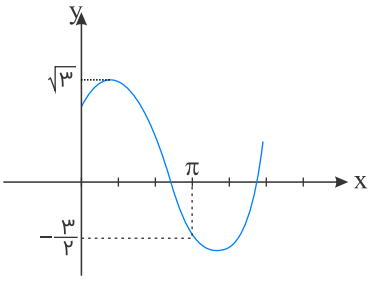
۳۱ مجموع جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی $۴\sin x \sin(\frac{۳\pi}{۲} - x) = ۱$ در بازهٔ $[۰, ۲\pi]$ کدام است؟

۱) $\frac{۵\pi}{۲}$
۲) ۳π
۳) ۴π
۴) ۵π

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۳۲ شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع $y = a + b\sin(x + \frac{\pi}{۳})$ است. b کدام است؟



۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

۲) $\frac{۳}{۲}$

۳) $\sqrt{۳}$

۴) ۲

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

۳۳ جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی $\sqrt{۲}\sin\left(\frac{\pi}{۴} - x\right) = ۱ + \sin\left(\frac{۵\pi}{۲} + x\right)$ کدام است؟

۱) $k\pi + \frac{\pi}{۲}$

۲) $۲k\pi - \frac{\pi}{۴}$

۳) $۲k\pi - \frac{\pi}{۲}$

۴) $۲k\pi + \frac{\pi}{۲}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۵

۳۴ اگر مساحت یک شش ضلعی منتظم برابر $۹\sqrt{۳}$ باشد، اندازهٔ قطر کوچک آن کدام است؟

۱) $۲\sqrt{۶}$

۲) $۳\sqrt{۲}$

۳) $۲\sqrt{۳}$

۴) ۳

قلمچی علوم تجربی دهم آزمون شماره ۵ ۱۳۹۹

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۵

۳۵ حاصل $\lim\limits_{x \to \frac{۳\pi}{۴}} \frac{\tan^۲ x - ۱}{\cos ۲x}$، کدام است؟

۱) ۲-

۲) $\frac{۱}{۲}$

۳) ۱

۴) ۲

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۸

۳۶ اگر $\tan\frac{۲\pi}{۳}\sin\left(\frac{۳\pi}{۲} - x\right) = ۱$ باشد، مقدار $\cos ۲x$ کدام است؟

۱) $\frac{-۲}{۳}$

۲) $\frac{-۱}{۳}$

۳) $\frac{۱}{۳}$

۴) $\frac{۲}{۳}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۸

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۳۷ جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی $\tan\left(x+\frac{\pi}{۴}\right)+\tan\left(x-\frac{\pi}{۴}\right)=۲\sqrt{۳}$، به کدام صورت است؟

۱) $\frac{k\pi}{۲}+\frac{\pi}{۶}$

۲) $\frac{k\pi}{۲}+\frac{\pi}{۳}$

۳) $k\pi+\frac{\pi}{۶}$

۴) $k\pi+\frac{\pi}{۳}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۹

۳۸ جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی $۲\cos ۲x=\cot x(۴\sin x+\tan x)$، کدام است؟

۱) $k\pi-\frac{\pi}{۳}$

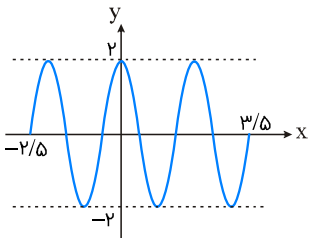
۲) $k\pi\pm\frac{\pi}{۳}$

۳) $۲k\pi\pm\frac{۲\pi}{۳}$

۴) $۲k\pi\pm\frac{\pi}{۶}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۲

۳۹ شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع $y=a\sin\pi(\frac{۱}{۲}+bx)$ است. $a.b$ کدام است؟



۱) ۲

۲) ۲/۵

۳) ۳

۴) ۳/۵

قلمچی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۴ ۱۳۹۸

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۲

۴۰ جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی $۲\cos^۲x+۲\sin x\cos x=۱$، به کدام صورت است؟

۱) $\frac{k\pi}{۲}-\frac{\pi}{۸}$

۲) $\frac{k\pi}{۲}+\frac{\pi}{۸}$

۳) $k\pi-\frac{\pi}{۸}$

۴) $k\pi+\frac{\pi}{۸}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۴

۴۱ حاصل $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{۴}}\frac{\tan x-۱}{\cos ۲x}$، کدام است؟

۱) ۱-

۲) $-\frac{۱}{۲}$

۳) $\frac{۱}{۲}$

۴) ۱

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۱

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۴۲ نمودار تابع $y = -۴\cos(\frac{\pi}{۴} - ۳\pi x)$، روی بازهٔ $[-۱, ۱]$ در چند نقطه بیشترین مقدار را دارد؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۱

۴۳ مجموع جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی $\sin^۴ x + \cos^۴ x = \frac{۱}{۲}$، در بازهٔ $[۰, ۲\pi]$ کدام است؟

۱) $\frac{۵\pi}{۲}$
۲) ۳π
۳) $\frac{۷\pi}{۲}$
۴) ۴π

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸

۴۴ جواب کلّی معادلهٔ مثلثاتی $\sin ۲x \sin ۴x + \sin^۲ x = ۱$، کدام است؟

۱) $k\pi + \frac{\pi}{۶}$
۲) $(۲k+۱)\frac{\pi}{۶}$
۳) $k\pi - \frac{\pi}{۶}$
۴) $\frac{k\pi}{۶}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۷

۴۵ معادلهٔ $x\sin x - ۱ = ۰$ در بازهٔ $[-\pi, \pi]$، چند ریشهٔ حقیقی دارد؟

۱) ۲
۲) ۴
۳) ۵
۴) ۶

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۴

۴۶ جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی $\sin^۴ x - \cos^۴ x = \sin^۲ \frac{۵\pi}{۴}$، به کدام صورت است؟

۱) $۲k\pi \pm \frac{\pi}{۶}$
۲) $۲k\pi \pm \frac{\pi}{۳}$
۳) $k\pi \pm \frac{\pi}{۶}$
۴) $k\pi \pm \frac{\pi}{۳}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۲

۴۷ اگر $\tan\alpha = ۲$ و $\tan\beta = \frac{۱}{۳}$ باشد، مقدار $\tan(۲\alpha - \beta)$ کدام است؟

۱) -۳
۲) -۲
۳) $\frac{۱}{۲}$
۴) ۳

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۳

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۴۸ جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی $\cos ۳x + \cos x = ۰$، با شرط $\cos x \neq ۰$ کدام است؟

۱) $\frac{k\pi}{۲} + \frac{\pi}{۴}$

۲) $\frac{k\pi}{۲} + \frac{\pi}{۸}$

۳) $k\pi - \frac{\pi}{۴}$

۴) $k\pi + \frac{\pi}{۴}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۴

۴۹ جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی $\frac{\sin ۳x}{\cos(\frac{۳\pi}{۲} + x)} = ۱$ به کدام صورت است؟ $(k \in \mathbb{Z})$

۱) $k\pi + \frac{\pi}{۴}$

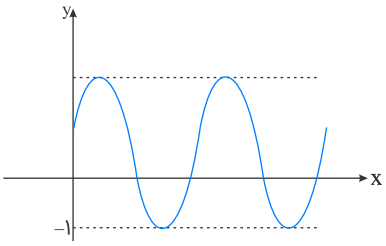
۲) $۲k\pi \pm \frac{\pi}{۴}$

۳) $۲k\pi \pm \frac{۳\pi}{۴}$

۴) $\frac{k\pi}{۲} + \frac{\pi}{۴}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۳

۵۰ شکل زیر نمودار تابع $y = ۱ + a\sin(b\pi x)$ در بازهٔ $(۰, \frac{۴}{۳})$ است. $a + b$ کدام است؟



۱) ۳

۲) ۴

۳) ۵

۴) ۶

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۷

۵۱ جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی $\cos ۲x + ۲\cos^۲ x = ۰$ کدام است؟

۱) $۲k\pi \pm \frac{\pi}{۳}$

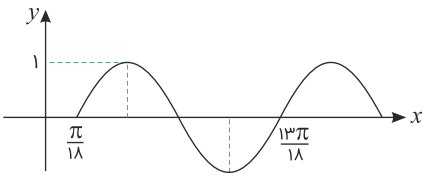
۲) $۲k\pi \pm \frac{۲\pi}{۳}$

۳) $k\pi \pm \frac{\pi}{۳}$

۴) $k\pi \pm \frac{\pi}{۶}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۶

۵۲ شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع با ضابطهٔ $y = a - ۲\cos(bx + \frac{\pi}{۲})$ است. $a + b$ کدام است؟



۱) $\frac{۱}{۲}$

۲) ۱

۳) $\frac{۳}{۲}$

۴) ۲

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۵

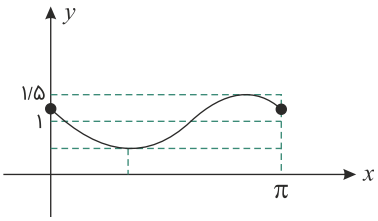
وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۵۳ در معادلهٔ مثلثاتی $\sin ۲x(\sin x + \cos x) = \cos ۲x(\cos x - \sin x)$ مجموع تمام جواب ها در بازهٔ $[۰ , \pi]$ کدام است؟

۱) $\frac{۳\pi}{۴}$
۲) $\frac{۵\pi}{۴}$
۳) $\frac{۳\pi}{۲}$
۴) $\frac{۷\pi}{۴}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۳

۵۴ شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع با ضابطهٔ $y = ۱ + a\sin(bx - \frac{\pi}{۶})$ است. $a + b$ کدام است؟



۱) $\frac{۱}{۲}$
۲) ۱
۳) $\frac{۳}{۲}$
۴) ۲

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۵

۵۵ مجموع جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی $\sin(x + \frac{\pi}{۸}) + \cos(x - \frac{۳\pi}{۸}) = ۱$، در بازهٔ $[۰, ۲\pi]$ برابر کدام است؟

۱) $\frac{۳\pi}{۴}$
۲) $\frac{۵\pi}{۴}$
۳) $\frac{۳\pi}{۲}$
۴) $\frac{۷\pi}{۴}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۵

۵۶ حاصل عبارت $\frac{\sin ۲۵۰^\circ + \sin ۷۰۰^\circ}{\cos ۵۶۰^\circ - \cos ۱۱۰^\circ}$، با فرض $\tan ۲۰^\circ = ۰/۴$، کدام است؟

۱) $-\frac{۳}{۴}$
۲) $\frac{۳}{۴}$
۳) $\frac{۷}{۳}$
۴) $\frac{۵}{۸}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۴

۵۷ حاصل $\frac{۱}{\sin ۱۵^\circ} - \frac{۱}{\cos ۱۵^\circ}$ کدام است؟

۱) ۲
۲) $\sqrt{۶}$
۳) $۲\sqrt{۲}$
۴) $۲\sqrt{۳}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۶

۵۸ ساده‌شدهٔ کسر $\frac{(۱ + \tan^۲\theta)(۱ + \cot^۲\theta)}{۱ - \sin^۲\theta - \cos^۴\theta}$ کدام است؟

۱) $۸\cos^{-۲}۲\theta$
۲) $۸\sin^{-۲}۲\theta$
۳) $۱۶\cos^{-۴}۲\theta$
۴) $۱۶\sin^{-۴}۲\theta$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۱

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۵۹ حاصل عبارت $\frac{\cos ۲۸۵^\circ - \sin ۲۵۵^\circ}{\sin ۵۲۵^\circ - \sin ۱۰۵^\circ}$، با فرض $\tan ۱۵^\circ = ۰/۲۸$، کدام است؟

۱) $-\frac{۱۶}{۹}$
۲) $-\frac{۹}{۱۶}$
۳) $\frac{۹}{۱۶}$
۴) $\frac{۱۶}{۹}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۴
قلمچی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۱ تابستان ۱۳۹۸
قلمچی علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۵ ۱۳۹۵

۶۰ جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی $\cos(x + \frac{\pi}{۴}) \cos(x - \frac{\pi}{۴}) = \frac{۱}{۴}$، کدام است؟

۱) $k\pi \pm \frac{\pi}{۶}$
۲) $k\pi \pm \frac{\pi}{۳}$
۳) $۲k\pi \pm \frac{\pi}{۶}$
۴) $۲k\pi \pm \frac{\pi}{۳}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۵

۶۱ جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی $۲\sin^۲ x + ۳\cos x = ۰$، کدام است؟

۱) $۲k\pi \pm \frac{۲\pi}{۳}$
۲) $۲k\pi \pm \frac{\pi}{۳}$
۳) $۲k\pi \pm \frac{۵\pi}{۶}$
۴) $k\pi - \frac{\pi}{۳}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۵

۶۲ در ذوزنقهٔ متساوی‌الساقین، با زاویهٔ ۶۰ درجه، قاعدهٔ کوچک‌تر برابر ساق آن است. اگر محیط این ذوزنقه ۳۰ واحد باشد، مساحت آن کدام است؟

۱) $۲۴\sqrt{۳}$
۲) $۲۷\sqrt{۳}$
۳) ۴۸
۴) ۵۴

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۵

۶۳ مجموع جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی $\sin ۲x + \cos(\frac{\pi}{۲} - x) = ۰$، در بازهٔ $[۰, ۲\pi]$ کدام است؟

۱) $\frac{۱۴\pi}{۳}$
۲) ۴π
۳) $\frac{۹\pi}{۲}$
۴) ۵π

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۶

۶۴ اندازهٔ دو قطر از متوازی‌الاضلاع ۱۲ و $۸\sqrt{۳}$ واحد است. این دو قطر با زاویهٔ ۶۰ درجه متقاطع هستند. مساحت این متوازی‌الاضلاع کدام است؟

۱) ۴۸
۲) ۵۴
۳) ۶۴
۴) ۷۲

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۶

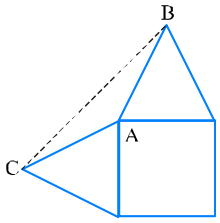
وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۶۵ اگر $\cos\alpha = \frac{\sqrt{۷}}{۳}$ و انتهای کمان α در ربع چهارم باشد، مقدار $\cos(\frac{\pi}{۴} - \alpha) - \cos(\frac{\pi}{۴} + \alpha)$، کدام است؟

۱) $-\frac{۲}{۳}$
۲) $-\frac{۱}{۳}$
۳) $\frac{۱}{۳}$
۴) $\frac{۲}{۳}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۶

۶۶ بر روی دو ضلع مجاور مربعی به ضلع ۲ واحد، مثلث‌های متساوی‌الاضلاع ساخته شده است. مساحت مثلث ABC، چند واحد مربع است؟



۱) $\sqrt{۳} - ۱$
۲) $\frac{۱}{۲}\sqrt{۳}$
۳) ۱
۴) $\sqrt{۳}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۶

۶۷ دورهٔ تناوب تابع با ضابطهٔ $f(x) = \tan(\pi x) - \cot(\pi x)$، کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$
۲) ۱
۳) ۲
۴) π

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸

۶۸ حاصل عبارت $\tan\frac{۱۷\pi}{۶}\sin\frac{۱۱\pi}{۳} + \cos\frac{۱۰\pi}{۳}$، کدام است؟

۱) -۱
۲) صفر
۳) ۱
۴) $\sqrt{۳}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸

۶۹ اگر $\tan\frac{x}{۲} - \cot\frac{x}{۲} = ۱$ باشد، مقدار $\tan ۲x$، کدام است؟

۱) $-\frac{۳}{۲}$
۲) $\frac{۳}{۴}$
۳) $\frac{۴}{۳}$
۴) $\frac{۳}{۲}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۴

۷۰ از رابطهٔ $\sin ۵x\cos ۳x - \cos ۵x\sin ۳x = \frac{۲}{۳}$، مقدار $\cos ۴x$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۹}$
۲) $\frac{۲}{۹}$
۳) $\frac{۱}{۳}$
۴) $\frac{۴}{۹}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۷

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۷۱ اگر $\sin\alpha - \cos\alpha = \frac{۱}{۲}$ باشد، مقدار $\cos(\frac{۳\pi}{۲} - ۲\alpha)$ کدام است؟

۱) $-\frac{۳}{۴}$
۲) $-\frac{۳}{۸}$
۳) $\frac{۳}{۸}$
۴) $\frac{۳}{۴}$

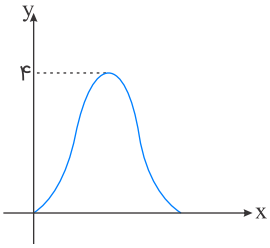
کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۵

۷۲ خلاصه شدهٔ $\sin\left(\frac{\pi}{۲} + \alpha\right)\sin(\pi + \alpha) - \sin(\pi - \alpha)\cos(-\alpha)$ کدام است؟

۱) $-\sin ۲\alpha$
۲) $\sin ۲\alpha$
۳) $\cos ۲\alpha$
۴) صفر

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۲

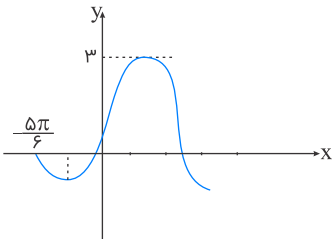
۷۳ شکل زیر نمودار تابع $y = a + b\cos(\frac{\pi}{۲}x)$، در بازهٔ $(۰, ۴)$ است. b کدام است؟



۱) ۲-
۲) ۱-
۳) ۱
۴) ۲

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۷

۷۴ شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع $y = a + b\cos(\frac{\pi}{۲} - x)$ است. مقدار تابع در $x = \frac{\pi}{۶}$ کدام است؟



۱) ۱/۵
۲) ۲
۳) ۲/۵
۴) $۱ + \sqrt{۳}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

۷۵ اگر $\tan\alpha = \frac{۴}{۳}$ و انتهای کمان α در ربع سوم باشد، حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$\sin(\frac{۹\pi}{۲} + \alpha)\cos(\frac{۷\pi}{۲} - \alpha) - \tan(\alpha - \frac{۳\pi}{۲})$$

۱) ۱/۲۳-
۲) ۰/۵۲-
۳) ۰/۲۷
۴) ۰/۴۸

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۷۶ اگر $\frac{\pi}{۲} < x < \pi$ باشد، حاصل عبارت $\frac{\tan x}{\sqrt{۱+\tan^۲ x}}(\frac{۱}{\sin x} - \sin x)$، کدام است؟

۱) $-\cos^۲ x$
۲) $-\cos x$
۳) $\cos^۲ x$
۴) $\cos x$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

۷۷ اگر $a + b = \frac{\pi}{۲} - a$، حاصل $(\tan a + \tan b)$ کدام است؟

۱) $\sin b$
۲) $\cos a$
۳) $\frac{۱}{\sin a}$
۴) $\frac{۱}{\cos b}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۰

۷۸ حاصل $\sin ۱۱۰^\circ (\tan ۲۰^\circ + \tan ۳۵^\circ)$ برابر کدام است؟

۱) $\cos ۱۵^\circ$
۲) $\sin ۵۵^\circ$
۳) $\frac{۱}{۲}$
۴) ۱

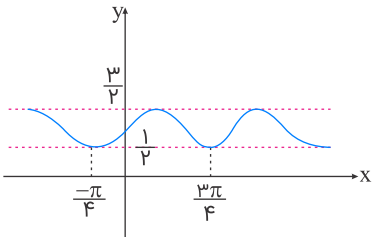
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۸۳

۷۹ حاصل عبارت $\sin(\frac{۱۷\pi}{۳})\cos(\frac{-۱۷\pi}{۶}) + \tan(\frac{۱۹\pi}{۴})\sin(\frac{-۱۱\pi}{۶})$ کدام است؟

۱) $-\frac{۱}{۴}$
۲) $-\frac{۱}{۲}$
۳) $\frac{۱}{۴}$
۴) $\frac{۱}{۲}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

۸۰ شکل زیر، نمودار تابع $y = ۱ + a\sin bx \cos bx$ است. $a + b$ کدام است؟



۱) ۱
۲) $\frac{۳}{۲}$
۳) ۲
۴) ۳

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

۸۱ اگر $\pi < x < \frac{۳\pi}{۲}$ باشد، حاصل $\sqrt{۱+\tan^۲ x}(۲\sin^۲\frac{\pi}{۴} - \sin^۲ x)$ کدام است؟

۱) $\sin x$
۲) $\cos x$
۳) $-\sin x$
۴) $-\cos x$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۸۲ حاصل عبارت $\tan\frac{۱۱\pi}{۴} + \sin\frac{۱۵\pi}{۴}\cos\frac{۱۳\pi}{۴}$، کدام است؟

۱) $-\frac{۳}{۲}$
۲) $-\frac{۱}{۲}$
۳) $\frac{۱}{۲}$
۴) $\frac{۳}{۲}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

۸۳ جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی $\frac{\sin ۳x + \sin ۲x}{۱ + \cos x} = ۰$ کدام است؟

۱) $\frac{k\pi}{۵}$
۲) $\frac{۲k\pi}{۵}$
۳) $k\pi + \frac{\pi}{۵}$
۴) $\frac{(۲k+۱)\pi}{۵}$

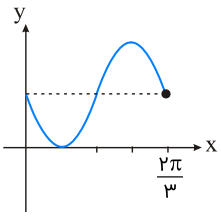
کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۷

۸۴ جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی $۲\tan x \cdot \cos^۲ x = ۱$ به کدام صورت است؟

۱) $k\pi - \frac{\pi}{۴}$
۲) $k\pi + \frac{\pi}{۴}$
۳) $۲k\pi - \frac{\pi}{۴}$
۴) $۲k\pi + \frac{\pi}{۴}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۶

۸۵ شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $y = ۱ - \sin mx$ است. مقدار تابع در نقطهٔ $x = \frac{۷\pi}{۶}$، کدام است؟



۱) صفر
۲) $\frac{۱}{۲}$
۳) ۱
۴) ۲

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۶

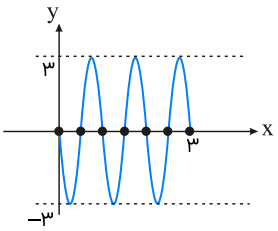
۸۶ نقاط پایانی کمان جواب‌های معادلهٔ $\frac{\sin x \cos x}{۱ - \cos x} = ۱ + \cos x$ بر روی دایرهٔ مثلثاتی، رأس‌های کدام چندضلعی است؟

۱) مربع
۲) مستطیل
۳) مثلث قائم‌الزاویه
۴) مثلث متساوی‌الساقین

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۱

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۸۷ شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع $y = a\ \sin(b\pi x)$ است. ab کدام است؟



۱) ۶-

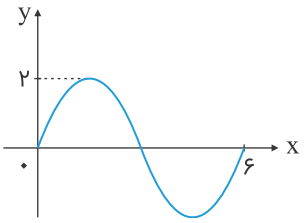
۲) ۳-

۳) ۴/۵

۴) ۶

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۲

۸۸ شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $y = a\sin(b\pi x)$ است. $a + b$، کدام است؟



۱) $\frac{۴}{۳}$

۲) $\frac{۵}{۳}$

۳) $\frac{۷}{۳}$

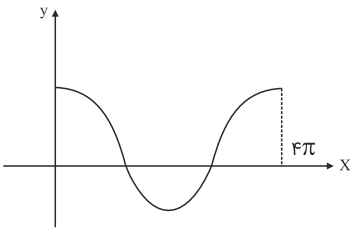
۴) $\frac{۸}{۳}$

قلمچی علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۵ ۱۳۹۵

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۳

قلمچی علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۸ ۱۳۹۴

۸۹ شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $y = \frac{۱}{۲} + ۲\cos mx$ است. مقدار تابع در نقطهٔ $x = \frac{۱۶\pi}{۳}$ کدام است؟



۱) $-\frac{۱}{۲}$

۲) $\frac{۱}{۲}$

۳) ۱

۴) صفر

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۶

۹۰ جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی $\sin^۲x - \cos^۲x = \sin\left(\frac{۳\pi}{۲} + x\right)$، به کدام صورت است؟

۱) $\frac{k\pi}{۳}$

۲) $\frac{۲k\pi}{۳}$

۳) $۲k\pi + \frac{\pi}{۳}$

۴) $۲k\pi \pm \frac{۲\pi}{۳}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۱

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۹۱ جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی $۲\sin(\pi - x)\cos\left(\frac{۳\pi}{۲} + x\right) + ۳\cot x \sin(\pi + x) = ۰$، کدام است؟

۱) $۲k\pi + \frac{\pi}{۳}$

۲) $۲k\pi + \frac{۲\pi}{۳}$

۳) $۲k\pi \pm \frac{\pi}{۳}$

۴) $۲k\pi \pm \frac{۲\pi}{۳}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۷

۹۲ جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی $۲\sin^۲ x = ۳\cos x$ به کدام صورت است؟

۱) $k\pi \pm \frac{\pi}{۶}$

۲) $k\pi \pm \frac{\pi}{۳}$

۳) $۲k\pi \pm \frac{\pi}{۶}$

۴) $۲k\pi \pm \frac{\pi}{۳}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۶

۹۳ جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی $\sin(x + \pi)\cos(\frac{\pi}{۲} + x) - ۲\sin(\pi - x) + ۱ = ۰$، کدام است؟

۱) $۲k\pi - \frac{\pi}{۲}$

۲) $۲k\pi + \frac{\pi}{۶}$

۳) $۲k\pi + \frac{\pi}{۲}$

۴) $۲k\pi \pm \frac{\pi}{۲}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۰

۹۴ جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی $(\sin x - \tan x)\tan\left(\frac{۳\pi}{۲} - x\right) = \cos\frac{۴\pi}{۳}$، کدام است؟

۱) $k\pi - \frac{\pi}{۶}$

۲) $k\pi + \frac{\pi}{۳}$

۳) $۲k\pi \pm \frac{\pi}{۳}$

۴) $۲k\pi \pm \frac{\pi}{۶}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۰

۹۵ جواب‌های کلی معادلهٔ مثلثاتی $\cos ۲x = \sin x$ به‌صورت $x = ۲k\pi + \frac{i\pi}{۶}$ بیان شده است. مجموعهٔ مقادیر i کدام است؟

۱) $\{۷, ۹\}$

۲) $\{۱, ۳, ۵\}$

۳) $\{۱, ۴, ۷\}$

۴) $\{۱, ۵, ۹\}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۳

۹۶ جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی $\sin\frac{۵\pi}{۶} + \sin(\frac{\pi}{۲} + x)\sin(\pi + x) = ۰$ کدام است؟

۱) $k\pi + \frac{\pi}{۴}$

۲) $k\pi - \frac{\pi}{۴}$

۳) $۲k\pi \pm \frac{\pi}{۴}$

۴) $۲k\pi + \frac{\pi}{۲}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۷

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۹۷ در معادلهٔ مثلثاتی $۲\cos^۲ x + \cos x = ۱$، نقاط پایانی تمام جواب‌ها بر دایرهٔ مثلثاتی، رأس‌های کدام شکل هندسی است؟

۱) مثلث متساوی‌الاضلاع
۲) مثلث قائم‌الزاویه
۳) ذوزنقه
۴) مستطیل

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۸۳

۹۸ مجموع جواب‌های معادلهٔ $۲\sin^۲ x - \cos x - ۱ = ۰$ در بازهٔ $[\pi, ۲\pi]$ کدام است؟

۱) $\frac{۸\pi}{۳}$
۲) $\frac{۱۰\pi}{۳}$
۳) ۳π
۴) $\frac{۱۱\pi}{۳}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۰

۹۹ مجموع تمام جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی $\sin ۴x = \sin^۴ x - \cos^۴ x$، در بازهٔ $[۰, \pi]$، برابر کدام است؟

۱) $\frac{۷\pi}{۴}$
۲) $\frac{۹\pi}{۴}$
۳) $\frac{۵\pi}{۲}$
۴) $\frac{۱۱\pi}{۳}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۵

۱۰۰ جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی $\tan x \tan ۳x = ۱$ کدام است؟

۱) $\frac{k\pi}{۴}$
۲) $\frac{k\pi}{۲} + \frac{\pi}{۸}$
۳) $\frac{k\pi}{۲} + \frac{۳\pi}{۸}$
۴) $\frac{k\pi}{۴} + \frac{\pi}{۸}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۷

۱۰۱ اگر $\frac{\sin(x - \frac{\pi}{۴})}{\sin(x + \frac{\pi}{۴})} = ۲$ باشد، $\tan x$ کدام است؟

۱) -۳
۲) $\frac{۱}{۳}$
۳) $\frac{۲}{۳}$
۴) ۳

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۷

۱۰۲ اگر $\tan\beta = \frac{۱}{۲}$ و $\alpha - \beta = \frac{\pi}{۴}$ باشند، مقدار $\sin ۲\alpha$، کدام است؟

۱) $۰/۴۵$
۲) $۰/۶$
۳) $۰/۷۵$
۴) $۰/۸$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۴

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۱۰۳ اگر $a+b=\frac{\pi}{۴}$ باشد، حاصل $۸\cos a\ \cos b\ \cos(\frac{\pi}{۲}-a)\ \cos(\frac{\pi}{۲}-b)$ کدام است؟

۱) $\sin ۴a$
۲) $\cos ۴a$
۳) $\sin^{۲} ۲a$
۴) $\cos^{۲} ۲a$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۳

۱۰۴ جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی $\cos ۳x\sin(۳\pi-x)-\sin ۳x\cos(\pi+x)=\cos\frac{۳\pi}{۲}$، کدام است؟

۱) $\frac{k\pi}{۴}$
۲) $\frac{k\pi}{۲}$
۳) $k\pi+\frac{\pi}{۴}$
۴) $k\pi\pm\frac{\pi}{۴}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۷

۱۰۵ جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی $\frac{۱-\tan x}{۱+\tan x}=\tan ۳x$، به کدام صورت است؟

۱) $\frac{k\pi}{۴}-\frac{\pi}{۱۶}$
۲) $\frac{k\pi}{۴}+\frac{\pi}{۱۶}$
۳) $\frac{k\pi}{۴}-\frac{\pi}{۸}$
۴) $\frac{k\pi}{۴}+\frac{\pi}{۸}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۴

۱۰۶ جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی $\frac{۱-\cos ۲x}{\sin ۲x}=\sqrt{۳}$ به کدام صورت است؟

۱) $۲k\pi+\frac{۵\pi}{۶}$
۲) $۲k\pi+\frac{\pi}{۳}$
۳) $k\pi+\frac{۵\pi}{۶}$
۴) $k\pi+\frac{\pi}{۳}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۶

۱۰۷ جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی $۲\sqrt{۲}\sin x\cos x=\sin x+\cos x$، کدام است؟

۱) $k\pi+\frac{\pi}{۴}$
۲) $\frac{۲k\pi}{۳}-\frac{\pi}{۴}$
۳) $\frac{۲k\pi}{۳}+\frac{\pi}{۴}$
۴) $۲k\pi\pm\frac{\pi}{۴}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۲

۱۰۸ جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی $۲\cos x(\cos x-\sin x)=۱$ به کدام صورت است؟

۱) $\frac{k\pi}{۲}-\frac{\pi}{۸}$
۲) $\frac{k\pi}{۲}+\frac{\pi}{۸}$
۳) $k\pi-\frac{\pi}{۸}$
۴) $k\pi+\frac{\pi}{۸}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۸۳

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۱۰۹ مجموع تمام جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی $\sin 5x + \sin 4x = 1 + \cos \pi$ در بازهٔ $[0, 2\pi]$ کدام است؟

۱) 8π
۲) 9π
۳) 10π
۴) 11π

قلمچی علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۳ ۱۳۹۴
کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۲

۱۱۰ جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی $\frac{2\tan x}{1-\tan^2 x} = \sqrt{3}$، به کدام صورت است؟

۱) $\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{6}$
۲) $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{6}$
۳) $k\pi + \frac{\pi}{6}$
۴) $k\pi - \frac{\pi}{6}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۱

۱۱۱ اگر $\alpha + \beta = 135^\circ$ و $\tan(\alpha - \beta) = \frac{3}{4}$ باشد، مقدار کسر $\frac{\cos^2\alpha\cos^2\beta - \sin^2\alpha\sin^2\beta}{\sin^2\alpha\cos^2\beta - \cos^2\alpha\sin^2\beta}$ کدام است؟

۱) $\frac{3}{4}$
۲) $\frac{-3}{4}$
۳) $\frac{4}{3}$
۴) $\frac{-4}{3}$

قلمچی علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۵ ۱۳۹۵
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۸۴

۱۱۲ اگر $\cos(x + \frac{\pi}{3}) + \cos(x - \frac{\pi}{3}) = \frac{2}{3}$ باشد، مقدار $\cos 2x$ کدام است؟

۱) $-\frac{2}{9}$
۲) $-\frac{1}{9}$
۳) $\frac{1}{9}$
۴) $\frac{2}{9}$

قلمچی علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۵ ۱۳۹۵
کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۳
قلمچی علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۴

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۱ گزینه ۱

گام اول

تابع $\sqrt{\sin\pi x - ۱}$ در صورتی تعریف شده است که $\sin\pi x - ۱ \geq ۰$ باشد و چون همواره $\sin\pi x \leq ۱$ برقرار است پس باید $\sin\pi x = ۱$ باشد. در این حالت $x = ۲k + \frac{۱}{۲}$ می شود که یک عدد غیر صحیح است، بنابراین حاصل $[x] + [-x]$ برابر عدد ۱- می شود.

گام دوم

حالا سراغ محاسبهٔ مقدار $f(x)$ و هم چنین مقدار $f(-\frac{۱}{۲}f(x))$ می رویم:

$$f(x) = [x] + [-x] + \sqrt{\sin\pi x - ۱} = -۱ + ۰ = -۱$$

$$f(-\frac{۱}{۲}f(x)) = f(-\frac{۱}{۲}(-۱)) = f(\frac{۱}{۲}) = [\frac{۱}{۲}] + [-\frac{۱}{۲}] + \sqrt{\sin\frac{\pi}{۲} - ۱}$$

$$= ۰ - ۱ + \sqrt{۱ - ۱} = -۱ + ۰ = -۱$$

۲ گزینه ۲

در $x = ۰$، مقدار تابع برابر است با $y = ۳$؛ لذا با جایگذاری در تابع خواهیم داشت $a = ۳$. به‌سادگی نتیجه می‌شود که به ازای $x = \frac{۲۵}{۳}$، مقدار تابع برابر است با $y = ۲/۵$.

$$T = \frac{۲\pi}{|\pi b|} = ۴ \Rightarrow |b| = \frac{۱}{۲} \Rightarrow b = -\frac{۱}{۲} \checkmark \ , \ b = \frac{۱}{۲} \times \ , \ y = ۳ + \sin(\frac{-\pi}{۲}x)$$

$$\xrightarrow{x=\frac{۲۵}{۳}} y = ۳ + \sin(\frac{-۲۵}{۶}\pi) \Rightarrow y = ۳ + \sin(-۴\pi - \frac{\pi}{۶}) \Rightarrow y = ۳ - \frac{۱}{۲} = \frac{۵}{۲} = ۲/۵$$

۳ گزینه ۳

به دست آوردن $\tan(T\hat{O}B) = \tan\alpha$ از روی شکل کار آسانی نیست؛ بنابراین از تساوی زیر استفاده می‌کنیم:

$$\tan\alpha = \tan((\alpha + ۴۵) - ۴۵) = \frac{\tan(\alpha + ۴۵) - \tan ۴۵}{۱ + \tan(\alpha + ۴۵)\tan ۴۵} = \frac{\tan(\alpha + ۴۵) - ۱}{۱ + \tan(\alpha + ۴۵)} = \frac{۳ - ۱}{۱ + ۳} = \frac{۱}{۲}$$

توجه کنید که $\tan(\alpha + ۴۵) = \frac{AT}{OA} = \frac{۳}{۱} = ۳$ است.

نکته:

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{۱ + \tan\alpha\tan\beta}$$

۴ گزینه ۳

داریم:

$$1+\cot^2 C = 1+\frac{\cos^2 C}{\sin^2 C} = \frac{\sin^2 C+\cos^2 C}{\sin^2 C} = \frac{1}{\sin^2 C} \Rightarrow 1+(\frac{\sqrt{5}}{2})^2 = \frac{1}{\sin^2 C}$$
$$\Rightarrow \sin^2 C = \frac{4}{9} \xrightarrow{C<90^\circ} \sin C = \frac{2}{3}$$
$$\sin C = \frac{AH}{AC} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{AH}{96} \Rightarrow AH = \frac{96\times 2}{3} = 64$$

۵ گزینه ۱

$$\sin(x+\frac{\pi}{6})+\cos(x+\frac{\pi}{3}) = \cos 2x$$
$$\Rightarrow (\sin x\cos\frac{\pi}{6}+\cos x\sin\frac{\pi}{6})+(\cos x\cos\frac{\pi}{3}-\sin x\sin\frac{\pi}{3}) = \cos 2x$$
$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x+\frac{1}{2}\cos x+\frac{1}{2}\cos x-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x = \cos 2x$$
$$\Rightarrow \cos x = \cos 2x \Rightarrow x = 2k\pi \pm 2x \quad ; k\in\mathbb{Z}$$
$$\Rightarrow \begin{cases} x = -2k\pi \\ x = \frac{2k\pi}{3} \end{cases} \xrightarrow{\text{اجتماع جواب‌ها}} x = \frac{2k\pi}{3} \quad ; k\in\mathbb{Z}$$

۶ گزینه ۱

$$A = \sin(\frac{13\pi}{4}+\alpha) = \sin(3\pi+(\frac{\pi}{4}+\alpha)) = \sin(\pi+(\frac{\pi}{4}+\alpha)) = -\sin(\frac{\pi}{4}+\alpha)$$
$$= -(\sin\frac{\pi}{4}\cos\alpha+\cos\frac{\pi}{4}\sin\alpha) = -(\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\alpha+\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\alpha)$$

همچنین $\tan\alpha = \frac{1}{7}$ و ازطرفی می‌دانیم $1+\tan^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$. پس:

$$1+\tan^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha} \Rightarrow 1+(\frac{1}{7})^2 = \frac{1}{\cos^2\alpha} \xrightarrow{\alpha<90^\circ} \cos\alpha = \frac{7}{5\sqrt{2}}$$
$$\xrightarrow{\cos^2\alpha+\sin^2\alpha=1} \sin\alpha = \frac{1}{5\sqrt{2}}$$

پس A برابر است با:

$$A = -(\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{7}{5\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{1}{5\sqrt{2}}) = -(\frac{7}{10}+\frac{1}{10}) = -\frac{8}{10} = -\frac{4}{5}$$

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۷ گزینه ۳

$$\text{ماکزیمم} = a + |b| = \frac{۳}{۲} \xrightarrow[b<۰]{\text{باتوجه‌به نمودار}} a - b = \frac{۳}{۲}$$

$$\left(\frac{\pi}{۲}, ۰\right) : f\left(\frac{\pi}{۲}\right) = ۰ \Rightarrow a + b\sin(\frac{\pi}{۲} + \frac{\pi}{۳}) = ۰ \Rightarrow a + b\cos(\frac{\pi}{۳}) = ۰ \Rightarrow a + \frac{۱}{۲}b = ۰$$

$$\Rightarrow ۲a + b = ۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a - b = \frac{۳}{۲} \\ ۲a + b = ۰ \end{cases} \Rightarrow ۳a = \frac{۳}{۲} \Rightarrow a = \frac{۱}{۲}$$

۸ گزینه ۱

دورهٔ تناوب را باتوجه‌به نمودار به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} T = \frac{۵\pi}{۶} - \frac{\pi}{۶} = \frac{۴\pi}{۶} = \frac{۲\pi}{۳} \\ T = \frac{۲\pi}{|b|} \end{cases} \Rightarrow \frac{۲\pi}{۳} = \frac{۲\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = ۳ \Rightarrow b = \pm ۳$$

طبق نمودار داریم:

$$\begin{cases} \max : |a| + c = ۱ \\ \min : -|a| + c = -۳ \end{cases} \Rightarrow ۲c = -۲ \Rightarrow c = -۱$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b = -۳, \ c = -۱ \\ b = ۳, \ c = -۱ \end{cases}$$

فقط حالت $b = ۳, c = -۱$ را در گزینه‌ها داریم، پس گزینهٔ ۱ صحیح است.

۹ گزینه ۳

$$۴\sin(۳x)\cos(۳x) = ۱ \Rightarrow ۲\sin(۳x)\cos(۳x) = \frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow \sin(۶x) = \frac{۱}{۲} = \sin(\frac{\pi}{۶})$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۶x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۶} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{۳} + \frac{\pi}{۳۶} \Rightarrow \begin{cases} k = ۰ \Rightarrow x = \frac{\pi}{۳۶} \\ k = ۱ \Rightarrow x = \frac{۱۳\pi}{۳۶} \end{cases} \\ ۶x = ۲k\pi + \pi - \frac{\pi}{۶} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{۳} + \frac{۵\pi}{۳۶} \Rightarrow \begin{cases} k = ۰ \Rightarrow x = \frac{۵\pi}{۳۶} \\ k = ۱ \Rightarrow x = \frac{۱۷\pi}{۳۶} \end{cases} \end{cases}$$

بنابراین معادله چهار جواب دارد.

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۱۰ گزینه ۴

$$\tan(۲۸۵^\circ) = \tan(۲۷۰^\circ + ۱۵^\circ) = -\cot(۱۵^\circ)$$

$$\tan(-۱۶۵^\circ) = -\tan(۱۶۵^\circ) = -\tan(۱۸۰^\circ - ۱۵^\circ) = \tan(۱۵^\circ)$$

$$\sin(۱۰۹۵^\circ) = \sin(۱۰۸۰^\circ + ۱۵^\circ) = \sin ۱۵^\circ$$

$$\cos(۲۵۵^\circ) = \cos(۲۷۰^\circ - ۱۵^\circ) = -\sin(۱۵^\circ)$$

$$\tan(۲۸۵^\circ)\tan(-۱۶۵^\circ) - \sin(۱۰۹۵^\circ)\cos(۲۵۵^\circ) = -\cot(۱۵^\circ)\tan(۱۵^\circ) + \sin^۲(۱۵^\circ)$$

$$= -۱ + \sin^۲(۱۵^\circ) = -\cos^۲(۱۵^\circ)$$

۱۱ گزینه ۴

$$\sin C = \frac{۵}{۱۳} \xrightarrow{\cos C > ۰} \cos C = \sqrt{۱ - \sin^۲ C} = \sqrt{۱ - \frac{۲۵}{۱۶۹}} = \frac{۱۲}{۱۳}$$

$$\begin{cases} \tan C = \dfrac{\sin C}{\cos C} = \dfrac{\frac{۵}{۱۳}}{\frac{۱۲}{۱۳}} = \dfrac{۵}{۱۲} \\ \tan C = \dfrac{AH}{CH} = \dfrac{AH}{۹} \end{cases} \Rightarrow \frac{۵}{۱۲} = \frac{AH}{۹} \Rightarrow AH = \frac{۴۵}{۱۲} = \frac{۱۵}{۴} = ۳/۷۵$$

۱۲ گزینه ۴

داریم:

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{۱ - \tan\alpha . \tan\beta}$$

ازآنجاکه $\tan\beta$ و $\tan\alpha$ ریشه‌های معادلهٔ $۲x^۲ + ۳x - ۱ = ۰$ هستند، داریم:

$$S = \tan\alpha + \tan\beta = -\frac{b}{a} = -\frac{۳}{۲}$$

$$P = \tan\alpha . \tan\beta = \frac{c}{a} = -\frac{۱}{۲}$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{۱ - \tan\alpha . \tan\beta} = \frac{-\frac{۳}{۲}}{۱ + \frac{۱}{۲}} = -۱$$

۱۳ گزینه ۲

$$\tan(۳x)\tan x = ۱ \xrightarrow{\tan x \neq ۰} \tan ۳x = \frac{۱}{\tan x} = \cot x$$

$$\Rightarrow \tan ۳x = \tan(\frac{\pi}{۲} - x) \Rightarrow ۳x = k\pi + \frac{\pi}{۲} - x \Rightarrow ۴x = k\pi + \frac{\pi}{۲} \Rightarrow x = \frac{(۲k+۱)\pi}{۸}$$

$$\xrightarrow{x\in[\pi\,,\,۲\pi]} x = \frac{۹}{۸}\pi\,,\ \frac{۱۱}{۸}\pi\,,\ \frac{۱۳}{۸}\pi\,,\ \frac{۱۵}{۸}\pi \Rightarrow \text{مجموع جواب‌ها} = ۶\pi$$

۱۴ گزینه ۳

$$\sin\alpha = \frac{\sqrt{۲}}{۱۰} \xrightarrow[\cos\alpha<۰]{\text{انتهای کمان } \alpha \text{ در ربع دوم}} \cos\alpha = -\sqrt{۱-\sin^۲\alpha}$$

$$= -\sqrt{۱-\frac{۲}{۱۰۰}} = -\frac{\sqrt{۹۸}}{۱۰}$$

$$\cos(\frac{۱۱\pi}{۴}+\alpha) = \cos(۳\pi - \frac{\pi}{۴}+\alpha) = \cos(\pi - \frac{\pi}{۴}+\alpha) = \cos(\frac{۳\pi}{۴}+\alpha)$$

$$= \cos\frac{۳\pi}{۴}\cos\alpha - \sin\frac{۳\pi}{۴}\sin\alpha = (-\frac{\sqrt{۲}}{۲})\times(-\frac{\sqrt{۹۸}}{۱۰}) - (\frac{\sqrt{۲}}{۲})\times(\frac{\sqrt{۲}}{۱۰})$$

$$= \frac{\sqrt{۱۹۶}}{۲۰} - \frac{۲}{۲۰} = \frac{۱۴-۲}{۲۰} = \frac{۱۲}{۲۰} = \frac{۳}{۵}$$

نکته:

$$\alpha+\beta = \pi \Rightarrow \cos\alpha = -\cos\beta$$

۱۵ گزینه ۴

$$y = a + b\sin(\frac{\pi}{۲}+x) = a + b\cos x$$

باتوجه‌به نمودار ماکزیمم تابع برابر ۳ است، پس:

$$\text{ماکزیمم} = a + |b| = ۳ \xrightarrow[b<۰]{\text{باتوجه‌به نمودار}} a - b = ۳ \quad (۱)$$

$$(\frac{۷\pi}{۳}, ۰) : ۰ = a + b\cos(\frac{۷\pi}{۳}) = a + b\cos(۲\pi + \frac{\pi}{۳}) = a + b(\frac{۱}{۲})$$

$$\Rightarrow a + \frac{b}{۲} = ۰ \Rightarrow ۲a + b = ۰ \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} \begin{cases} a - b = ۳ \\ ۲a + b = ۰ \end{cases} \xrightarrow{+} ۳a = ۳ \Rightarrow a = ۱ \Rightarrow b = -۲$$

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۱۶ گزینه ۴

دورهٔ تناوب را باتوجه‌به نمودار به دست می‌آوریم:

$$T = \frac{۹\pi}{۲} - (-\frac{۳\pi}{۲}) = \frac{۱۲\pi}{۲} = ۶\pi$$

$$\Rightarrow T = ۶\pi = \frac{۲\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = \frac{۱}{۳} \Rightarrow b = \pm\frac{۱}{۳}$$

طبق نمودار داریم:

$$\begin{cases} \max : |a| + c = ۱ \\ \min : -|a| + c = -۳ \end{cases} \Rightarrow ۲c = -۲ \Rightarrow c = -۱ \Rightarrow |a| = ۲ \Rightarrow a = \pm ۲$$

طبق نمودار، تابع در حوالی $x = ۰$ نزولی است، بنابراین $ab < ۰$، پس داریم:

$$\begin{cases} a = -۲ \\ b = \frac{۱}{۳} \end{cases} \text{یا} \begin{cases} a = ۲ \\ b = -\frac{۱}{۳} \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{b} = -۶$$

۱۷ گزینه ۲

$$\tan(۳۰۰)\cos(۲۱۰) + \tan(۴۸۰)\sin(۸۴۰)$$

$$= \tan(۳۶۰^\circ - ۶۰^\circ)\cos(۱۸۰^\circ + ۳۰^\circ) + \tan(۳۶۰^\circ + ۱۲۰^\circ)\sin(۷۲۰^\circ + ۱۲۰^\circ)$$

$$= \tan(-۶۰^\circ)\cos(۱۸۰^\circ + ۳۰^\circ) + \tan(۱۸۰^\circ - ۶۰^\circ)\sin(۱۸۰^\circ - ۶۰^\circ)$$

$$= (-\tan(۶۰^\circ))(-\cos(۳۰^\circ)) + (-\tan(۶۰^\circ))\sin(۶۰^\circ)$$

$$= (-\sqrt{۳})(-\frac{\sqrt{۳}}{۲}) + (-\sqrt{۳})(\frac{\sqrt{۳}}{۲}) = \frac{۳}{۲} - \frac{۳}{۲} = ۰$$

۱۸ گزینه ۴

$$\sin(۲x - \frac{\pi}{۴}) = \cos(x + \frac{\pi}{۴}) \Rightarrow \sin(۲x - \frac{\pi}{۴}) = \sin(\frac{\pi}{۲} - (x + \frac{\pi}{۴}))$$

$$\Rightarrow \sin(۲x - \frac{\pi}{۴}) = \sin(\frac{\pi}{۴} - x)$$

حال این معادله را حل می‌کنیم:

$$\begin{cases} ۲x - \frac{\pi}{۴} = ۲k\pi + \frac{\pi}{۴} - x \Rightarrow ۳x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۲} \Rightarrow x = \frac{۲k\pi}{۳} + \frac{\pi}{۶} \\ ۲x - \frac{\pi}{۴} = ۲k\pi + \pi - \frac{\pi}{۴} + x \Rightarrow x = ۲k\pi + \pi \quad (x \neq k\pi \text{ زیرا غیرقابل‌قبول}) \end{cases}$$

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۱۹

گزینه ۱

گام اول

می‌دانیم: $\tan\left(\frac{\pi}{۲}+\frac{\alpha}{۲}\right)=-\cot\frac{\alpha}{۲}$

گام دوم

با استفاده از فرمول‌های کمان ۲α، رابطهٔ $\frac{\sin\alpha}{۱+\cos\alpha}=\frac{۱}{۲}$ را ساده کرده و مقدار خواسته‌شده را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{\sin\alpha}{۱+\cos\alpha}=\frac{۲\sin\frac{\alpha}{۲}\cos\frac{\alpha}{۲}}{۱+۲\cos^{۲}\frac{\alpha}{۲}-۱}=\frac{۲\sin\frac{\alpha}{۲}\cos\frac{\alpha}{۲}}{۲\cos^{۲}\frac{\alpha}{۲}}=\tan\frac{\alpha}{۲}=\frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow\ \cot\frac{\alpha}{۲}=\frac{۱}{\tan\frac{\alpha}{۲}}=\frac{۱}{\frac{۱}{۲}}=۲\Rightarrow\ \tan\left(\frac{\pi}{۲}+\frac{\alpha}{۲}\right)=-\cot\frac{\alpha}{۲}=-۲$$

۲۰

گزینه ۴

گام اول

الف) وقتی تعداد نقاط برخورد نمودار یک تابع با محور xها خواسته شده است، درواقع باید تعداد ریشه‌های معادلهٔ $y=۰$ را تعیین کنیم. پس باید تعداد ریشه‌های معادلهٔ $y=۰$ را در بازهٔ $[-\pi,\ \frac{۳\pi}{۲}]$ به دست آوریم.

ب) معادلهٔ $\sin\alpha=۰$ یک معادلهٔ خاص بوده و در آن $\alpha=k\pi$ است.

ج) مقادیر k را به نحوی تعیین می‌کنیم که ریشه‌های معادله حتماً در بازهٔ $[-\pi,\ \frac{۳\pi}{۲}]$ قرار بگیرند.

گام دوم

$$y=۰\Rightarrow ۳\sin(\frac{\pi}{۴}-۲x)=۰\Rightarrow \sin(\frac{\pi}{۴}-۲x)=۰\xrightarrow[\alpha=k\pi]{\sin\ \alpha=۰}\frac{\pi}{۴}-۲x=k\pi$$

$$\Rightarrow ۲x=\frac{\pi}{۴}-k\pi\Rightarrow x=\frac{\pi}{۸}-\frac{k\pi}{۲}\quad(k\in\mathbb{Z})$$

$$k=-۲\Rightarrow x=\frac{\pi}{۸}+\pi=\frac{۹\pi}{۸}$$

$$k=-۱\Rightarrow x=\frac{\pi}{۸}+\frac{\pi}{۲}=\frac{۵\pi}{۸}$$

$$k=۰\Rightarrow x=\frac{\pi}{۸}$$

$$k=۱\Rightarrow x=\frac{\pi}{۸}-\frac{\pi}{۲}=-\frac{۳\pi}{۸}$$

$$k=۲\Rightarrow x=\frac{\pi}{۸}-\pi=-\frac{۷\pi}{۸}$$

توجه داشته باشید که به ازای $k\geq ۳$ یا $k\leq -۳$ مقادیری که برای x به دست می‌آید در بازهٔ $[-\pi\ ,\ \frac{۳\pi}{۲}]$ نیست. پس پنج مقدار برای x به دست آمده و نمودار تابع در پنج نقطه محور xها را قطع می‌کند.

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۲۱

گزینه ۴

گام اول

می‌دانیم:

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha$$

گام دوم

باتوجه‌به گام اول، عبارت داده‌شده را ساده می‌کنیم:

$$\tan ۷۰^\circ + \tan ۱۰^\circ = \frac{\sin ۷۰^\circ}{\cos ۷۰^\circ} + \frac{\sin ۱۰^\circ}{\cos ۱۰^\circ} = \frac{\sin ۷۰^\circ \cos ۱۰^\circ + \sin ۱۰^\circ \cos ۷۰^\circ}{\cos ۷۰^\circ \cos ۱۰^\circ} = \frac{\sin(۱۰^\circ + ۷۰^\circ)}{\cos ۷۰^\circ \cos ۱۰^\circ}$$

$$= \frac{\sin ۸۰^\circ}{\cos ۷۰^\circ \cos ۱۰^\circ} = \frac{\sin(\frac{\pi}{۲} - ۱۰^\circ)}{\cos ۷۰^\circ \cos ۱۰^\circ} = \frac{\cos ۱۰^\circ}{\cos ۷۰^\circ \cos ۱۰^\circ} = \frac{۱}{\cos ۷۰^\circ}$$

بنابراین داریم:

$$\cos ۵۰^\circ(\tan ۷۰^\circ + \tan ۱۰^\circ) = \frac{\cos ۵۰^\circ}{\cos ۷۰^\circ} = \frac{\cos(\frac{\pi}{۲} - ۴۰^\circ)}{\cos(\frac{\pi}{۲} - ۲۰^\circ)} = \frac{\sin ۴۰^\circ}{\sin ۲۰^\circ} = \frac{\sin ۲(۲۰^\circ)}{\sin ۲۰^\circ}$$

$$= \frac{۲\sin ۲۰^\circ \cos ۲۰^\circ}{\sin ۲۰^\circ} = ۲\cos ۲۰^\circ$$

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۲۲ گزینه ۳

گام اول

$$\text{الف)}\ \tan(\alpha-\beta)=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{۱+\tan\alpha\tan\beta}$$

$$\text{ب)}\ \tan ۲\alpha=\frac{۲\tan\alpha}{۱-\tan^{۲}\alpha}$$

گام دوم

باتوجه‌به صورت سؤال و قسمت (الف) از گام اول، مقدار $\tan\alpha$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\tan(\frac{\pi}{۴}-\alpha)=\frac{\tan\frac{\pi}{۴}-\tan\alpha}{۱+\tan\frac{\pi}{۴}\tan\alpha}=\frac{۱-\tan\alpha}{۱+\tan\alpha}=\frac{۱}{۵}$$

$$\Rightarrow ۱+\tan\alpha=۵\,(۱-\tan\alpha)\Rightarrow ۱+\tan\alpha=۵-۵\tan\alpha\Rightarrow ۶\tan\alpha=۴$$

$$\Rightarrow \tan\alpha=\frac{۴}{۶}=\frac{۲}{۳}$$

اکنون باتوجه‌به قسمت (ب) از گام اول مقدار $\tan ۲\alpha$ را به دست می‌آوریم:

$$\tan ۲\alpha=\frac{۲\tan\alpha}{۱-\tan^{۲}\alpha}=\frac{۲(\frac{۲}{۳})}{۱-(\frac{۲}{۳})^{۲}}=\frac{\frac{۴}{۳}}{۱-\frac{۴}{۹}}=\frac{\frac{۴}{۳}}{\frac{۵}{۹}}=\frac{۱۲}{۵}=۲/۴$$

۲۳ گزینه ۲

گام اول

$$\text{الف)}\ \tan(\frac{\pi}{۲}-\alpha)=\cot\alpha\,,\ \tan\theta=\frac{۱}{\cot\theta}$$

$$\text{ب)}\ \tan(\alpha-\beta)=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{۱+\tan\alpha\tan\beta}$$

گام دوم

ابتدا باتوجه‌به قسمت (الف) از گام اول، مقدار $\tan\alpha$ را به دست می‌آوریم:

$$\tan(\frac{\pi}{۲}-\alpha)=\frac{۲}{۳}\Rightarrow\cot\alpha=\frac{۲}{۳}\Rightarrow\tan\alpha=\frac{۳}{۲}$$

اکنون باتوجه‌به فرمول کمان $(\alpha-\beta)$ در قسمت (ب) از گام اول، مقدار $\tan(\frac{\pi}{۴}-\alpha)$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\tan(\frac{\pi}{۴}-\alpha)=\frac{\tan\frac{\pi}{۴}-\tan\alpha}{۱+\tan\frac{\pi}{۴}\tan\alpha}=\frac{۱-\frac{۳}{۲}}{۱+\frac{۳}{۲}}=\frac{-\frac{۱}{۲}}{\frac{۵}{۲}}=-\frac{۱}{۵}$$

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۲۴

گزینه ۴

با استفاده از رابطهٔ $\sin(\frac{\pi}{۲}+x)=\cos x$ معادلهٔ مثلثاتی را ساده می کنیم و جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی را به دست می آوریم.

$$\cos^{۲}x+۳\sin(\frac{\pi}{۲}+x)+۲=۰\Rightarrow\cos^{۲}x+۳\cos x+۲=۰$$

$$\Rightarrow(\cos x+۱)(\cos x+۲)=۰\Rightarrow\begin{cases}\cos x=-۱\Rightarrow x=۲k\pi+\pi=(۲k+۱)\pi\\ \cos x=-۲\quad \text{غ.ق.ق}\end{cases}$$

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۲۵

گزینه ۱

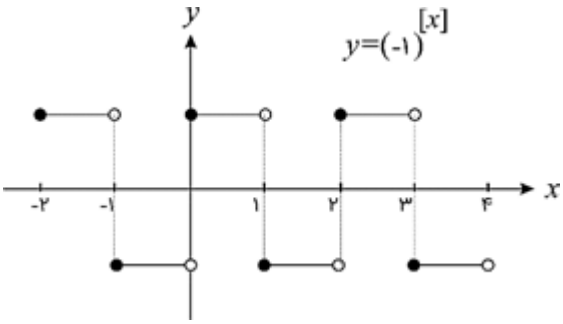
گام اول

الف) می‌دانیم به ازای هر x دلخواه $|f(x)| \geq ۰$ است.

ب) $xy \geq ۰$ همواره برقرار است هرگاه، x و y در بازه‌های مختلف هم‌علامت باشند.

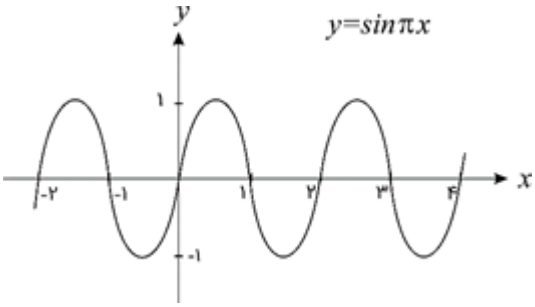
گام دوم

باتوجه‌به گام اول، نامساوی $(-۱)^{[x]}f(x) \geq ۰$ زمانی برقرار است که دو تابع $y = (-۱)^{[x]}$ و $y = f(x)$ در بازه‌های مختلف هم‌علامت باشند. ابتدا نمودار تابع $y = (-۱)^{[x]}$ را رسم می‌کنیم:



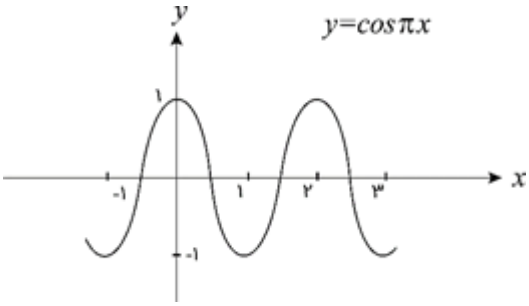
اکنون با رسم نمودار هریک از گزینه‌ها، بررسی می‌کنیم کدام‌یک از آن‌ها در بازه‌های مختلف با تابع $y = (-۱)^{[x]}$ هم‌علامت است.

گزینهٔ ۱:



همان‌طور که مشاهده می‌شود، این تابع در بازه‌های مختلف با تابع $y = (-۱)^{[x]}$ هم‌علامت است، پس این گزینه جواب سؤال خواهد بود.

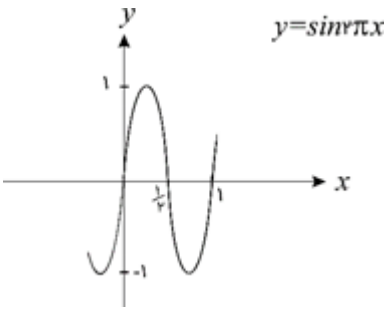
گزینهٔ ۲:



باتوجه‌به نمودار فوق، این تابع در بازه‌های زیادی ازجمله در بازهٔ $(\frac{۱}{۲}, ۱)$ با تابع $y = (-۱)^{[x]}$ هم‌علامت نیست.

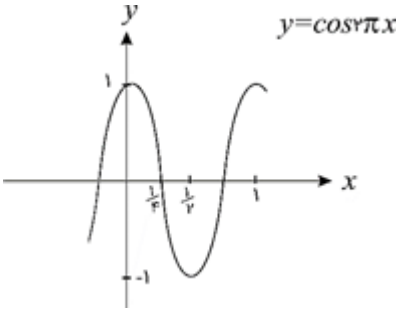
Nomreyar.com | وبسایت آموزشی نمره یار

گزینهٔ ۳:



مقدار تابع در بازهٔ $(\frac{۱}{۲}, ۱)$ منفی است درحالی‌که تابع $y = (-۱)^{[x]}$ در این بازه دارای علامت مثبت است.

گزینهٔ ۴:



با مقایسهٔ نمودار بالا با نمودار تابع $y = (-۱)^{[x]}$، این گزینه هم جواب سؤال نیست.

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۲۶ گزینه ۴

با استفاده از اتحادهای مثلثاتی، عبارت‌های صورت و مخرج کسر را به ساده‌ترین شکل ممکن می‌نویسیم. می‌دانیم:

$$\cos\left(\frac{۳\pi}{۲}+\theta\right)=\sin\theta$$

$$\cos(\pi+\theta)=-\cos\theta$$

$$\sin(\pi-\theta)=\sin\theta$$

$$\sin(۳\pi+\theta)=\sin(\pi+\theta)=-\sin\theta$$

$$\frac{\cos\left(\frac{۳\pi}{۲}+\theta\right)-\cos(\pi+\theta)}{\sin(\pi-\theta)-\sin(۳\pi+\theta)}=\frac{\sin\theta-(-\cos\theta)}{\sin\theta-(-\sin\theta)}=\frac{\sin\theta+\cos\theta}{\sin\theta+\sin\theta}$$

باتوجه‌به اینکه مقدار $\tan\theta$ در صورت سؤال داده شده است، صورت و مخرج کسر را بر $\cos\theta$ تقسیم می‌کنیم تا کسر داده‌شده برحسب $\tan\theta$ به دست آید.

$$\frac{\sin\theta+\cos\theta}{۲\sin\theta}=\frac{\frac{\sin\theta}{\cos\theta}+\frac{\cos\theta}{\cos\theta}}{۲\frac{\sin\theta}{\cos\theta}}=\frac{\tan\theta+۱}{۲\tan\theta}=\frac{۰/۲+۱}{۲(۰/۲)}=\frac{۱/۲}{۰/۴}=۳$$

۲۷ گزینه ۲

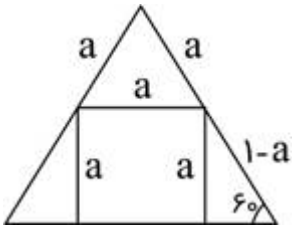
$$\cos ۳x+\cos x=۰\Rightarrow\cos ۳x=-\cos x\Rightarrow\cos ۳x=\cos(\pi-x)$$

$$\Rightarrow\begin{cases}۳x=۲k\pi+\pi-x\Rightarrow ۴x=۲k\pi+\pi\Rightarrow x=\frac{k\pi}{۲}+\frac{\pi}{۴}\\ ۳x=۲k\pi-\pi+x\Rightarrow ۲x=۲k\pi-\pi\Rightarrow x=k\pi-\frac{\pi}{۲}\end{cases}$$

$$\xrightarrow{\cos x\neq ۰}x=\frac{k\pi}{۲}+\frac{\pi}{۴}$$

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۲۸ گزینه ۱



$$\sin ۶۰^\circ = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \Rightarrow \frac{a}{۱-a} = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \Rightarrow ۲a = \sqrt{۳} - \sqrt{۳}a \Rightarrow a = \frac{\sqrt{۳}}{۲+\sqrt{۳}} \Rightarrow a = ۲\sqrt{۳} - ۳$$

۲۹ گزینه ۳

گام اول

الف) $\sin\alpha$ را داریم، بااستفاده از رابطهٔ $\sin^۲\alpha + \cos^۲\alpha = ۱$ می توانیم $\cos\alpha$ را محاسبه کنیم.

ب) α زاویه ای منفرجه است پس در ناحیهٔ دوم مثلثاتی قرار داشته و مقدار $\cos\alpha$ منفی است. در محاسبهٔ $\cos\alpha$ از روی $\sin\alpha$ به این نکته توجه داشته باشید.

ج) با داشتن $\sin\alpha$ و $\cos\alpha$ مقدار $\tan\alpha$ را محاسبه کرده و در نهایت $\tan(\frac{\pi}{۴}+\alpha)$ را به دست می آوریم.

گام دوم

ابتدا $\cos\alpha$ و به دنبال آن $\tan\alpha$ را به دست می آوریم:

$$\sin^۲\alpha + \cos^۲\alpha = ۱ \Rightarrow (\frac{۳}{۵})^۲ + \cos^۲\alpha = ۱ \Rightarrow \frac{۹}{۲۵} + \cos^۲\alpha = ۱$$

$$\Rightarrow \cos^۲\alpha = ۱ - \frac{۹}{۲۵} = \frac{۱۶}{۲۵} \xrightarrow{\cos\alpha<۰} \cos\alpha = -\frac{۴}{۵}$$

$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\frac{۳}{۵}}{-\frac{۴}{۵}} = -\frac{۳}{۴}$$

حالا حاصل $\tan(\frac{\pi}{۴}+\alpha)$ را محاسبه می کنیم:

$$\tan(\frac{\pi}{۴}+\alpha) = \frac{\tan\frac{\pi}{۴} + \tan\alpha}{۱ - \tan\frac{\pi}{۴}\tan\alpha} = \frac{۱ - \frac{۳}{۴}}{۱ + \frac{۳}{۴}} = \frac{\frac{۱}{۴}}{\frac{۷}{۴}} = \frac{۱}{۷}$$

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۳۰ گزینه ۱

از اتحادهای $a^{۳}+b^{۳}=(a+b)\left(a^{۲}-ab+b^{۲}\right)$ و $\sin\alpha\cos\alpha=\frac{۱}{۲}\sin ۲\alpha$ استفاده می‌کنیم.

$$\sin^{۳}x+\cos^{۳}x=۱-\frac{۱}{۲}\sin ۲x$$

$$\Rightarrow(\sin x+\cos x)(\underbrace{\sin^{۲}x+\cos^{۲}x}_{۱}-\underbrace{\sin x\cos x}_{\frac{۱}{۲}\sin ۲x})=۱-\frac{۱}{۲}\sin ۲x$$

$$(\sin x+\cos x)\left(۱-\frac{۱}{۲}\sin ۲x\right)-\left(۱-\frac{۱}{۲}\sin ۲x\right)=۰$$

$$\left(۱-\frac{۱}{۲}\sin ۲x\right)(\sin x+\cos x-۱)=۰$$

$$\begin{cases}۱-\frac{۱}{۲}\sin ۲x=۰\Rightarrow\sin ۲x=۲\Rightarrow \text{فاقد ریشهٔ حقیقی}\\ \sin x+\cos x-۱=۰\Rightarrow\sin x+\cos x=۱\end{cases}$$

$$\Rightarrow\sqrt{۲}\sin\left(x+\frac{\pi}{۴}\right)=۱\Rightarrow\sin\left(x+\frac{\pi}{۴}\right)=\frac{۱}{\sqrt{۲}}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

$$\Rightarrow\sin\left(x+\frac{\pi}{۴}\right)=\sin\frac{\pi}{۴}\Rightarrow\begin{cases}x+\frac{\pi}{۴}=۲k\pi+\frac{\pi}{۴}\\ x+\frac{\pi}{۴}=۲k\pi+\pi-\frac{\pi}{۴}\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x=۲k\pi\quad(۱)\\ x=۲k\pi+\frac{\pi}{۲}\quad(۲)\end{cases}$$

مجموعه جواب در بازه‌های داده‌شده $\left\{۰,\frac{\pi}{۲},۲\pi\right\}$ می‌باشد که مجموع آن‌ها $\frac{۵\pi}{۲}$ است.

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۳۱ گزینه ۴

$$۴\sin x\sin(\frac{۳\pi}{۲}-x)=۱\Rightarrow ۴\sin x(-\cos x)=۱$$

$$\Rightarrow -۴\times\frac{۱}{۲}\sin ۲x=۱\Rightarrow \sin ۲x=-\frac{۱}{۲}=\sin(-\frac{\pi}{۶})$$

$$\Rightarrow\begin{cases}۲x=۲k\pi-\frac{\pi}{۶}\\ ۲x=۲k\pi+\pi+\frac{\pi}{۶}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=k\pi-\frac{\pi}{۱۲} & (۱)\\ x=k\pi+\frac{۷\pi}{۱۲} & (۲)\end{cases}$$

تعداد جواب‌ها را در دسته‌های مختلف به دست می‌آوریم:

k	۱	۲
x	$\pi-\frac{\pi}{۱۲}$	$۲\pi-\frac{\pi}{۱۲}$

(۱)

k	۰	۱
x	$\frac{۷\pi}{۱۲}$	$\pi+\frac{۷\pi}{۱۲}$

(۲)

مجموع جواب‌ها برابر است با:

$$\pi-\frac{\pi}{۱۲}+۲\pi-\frac{\pi}{۱۲}+\frac{۷\pi}{۱۲}+\pi+\frac{۷\pi}{۱۲}=۴\pi+\pi=۵\pi$$

۳۲ گزینه ۳

باتوجه‌به نمودار $f(\pi)=-\frac{۳}{۲}$ است، پس:

$$-\frac{۳}{۲}=a+b\sin(\pi+\frac{\pi}{۳})\Rightarrow a+b(-\frac{\sqrt{۳}}{۲})=-\frac{۳}{۲}$$

$$\xrightarrow{\times ۲}۲a-b\sqrt{۳}=-۳\quad(۱)$$

باتوجه‌به نمودار تابع $b>۰$ است و همچنین چون ماکزیمم تابع $\sqrt{۳}$ است، پس:

$$a+|b|=\sqrt{۳}\xrightarrow{b>۰}a+b=\sqrt{۳}\quad(۲)$$

با حل دستگاه داریم:

$$-۲\begin{cases}a+b=\sqrt{۳}\\ ۲a-b\sqrt{۳}=-۳\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}-۲a-۲b=-۲\sqrt{۳}\\ ۲a-b\sqrt{۳}=-۳\end{cases}$$

$$\xrightarrow{+}-b(۲+\sqrt{۳})=-(۳+۲\sqrt{۳})\Rightarrow b=\frac{\sqrt{۳}(۲+\sqrt{۳})}{۲+\sqrt{۳}}=\sqrt{۳}$$

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۳۳ گزینه ۳

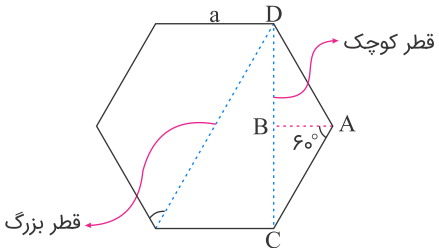
با استفاده از روابط زیر معادلهٔ مثلثاتی را ساده می کنیم:

$$\sin(\frac{۵\pi}{۲}+x)=\sin(۲\pi+\frac{\pi}{۲}+x)=\sin(\frac{\pi}{۲}+x)=\cos x$$
$$\sin(\frac{\pi}{۴}-x)=\sin\frac{\pi}{۴}\cos x-\cos\frac{\pi}{۴}\sin x$$
$$\sqrt{۲}\sin(\frac{\pi}{۴}-x)=۱+\sin(\frac{۵\pi}{۲}+x)\Rightarrow\sqrt{۲}(\sin\frac{\pi}{۴}\cos x-\cos\frac{\pi}{۴}\sin x)=۱+\cos x$$
$$\Rightarrow\sqrt{۲}(\frac{\sqrt{۲}}{۲}\cos x-\frac{\sqrt{۲}}{۲}\sin x)=۱+\cos x$$
$$\Rightarrow\cos x-\sin x=۱+\cos x\Rightarrow\sin x=-۱\Rightarrow x=۲k\pi-\frac{\pi}{۲}$$

۳۴ گزینه ۲

شش ضلعی منتظم به ضلع a از شش مثلث متساوی‌الاضلاع به طول ضلع a تشکیل شده است، پس مساحت آن برابر است با:

$$S=۶\times\frac{۱}{۲}\times a\times a\times\sin ۶۰^\circ=\frac{۳\sqrt{۳}}{۲}a^۲$$
$$S=\frac{۳\sqrt{۳}}{۲}a^۲=۹\sqrt{۳}\Rightarrow a^۲=۶\Rightarrow a=\sqrt{۶}$$



با استفاده از تقارن داریم:

$$DC=۲BC=۲AC\sin ۶۰^\circ=۲\sqrt{۶}\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}=\sqrt{۱۸}=۳\sqrt{۲}$$

نکته: در شش ضلعی منتظم به طول ضلع a داریم:

الف) طول قطر کوچک آن $a\sqrt{۳}$ است.

ب) طول قطر بزرگ آن $۲a$ است.

پ) مساحت آن $\frac{۳\sqrt{۳}}{۲}a^۲$ است.

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۳۵

گزینه ۱

گام اول

می‌دانیم: $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$ و $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

گام دوم

وقتی $x \to \frac{3\pi}{4}$، حاصل حد به‌صورت مبهم $\frac{0}{0}$ می‌شود. با استفاده از گام اول، کسر را تا حد امکان ساده کرده و حاصل حد را به دست می‌آوریم.

$$\lim_{x\to\frac{3\pi}{4}} \frac{\tan^2 x - 1}{\cos 2x} = \lim_{x\to\frac{3\pi}{4}} \frac{\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - 1}{\cos^2 x - \sin^2 x} = \lim_{x\to\frac{3\pi}{4}} \frac{\frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{\cos^2 x}}{-(\sin^2 x - \cos^2 x)}$$

$$= \lim_{x\to\frac{3\pi}{4}} -\frac{1}{\cos^2 x} = -\frac{1}{\cos^2 \frac{3\pi}{4}} = -\frac{1}{(-\frac{\sqrt{2}}{2})^2} = -\frac{1}{\frac{1}{2}} = -2$$

۳۶

گزینه ۲

می دانیم $\tan \frac{2\pi}{3} = -\sqrt{3}$ و $\sin(\frac{3\pi}{2} - x) = -\cos x$ است. از رابطهٔ داده شده مقدار $\cos x$ را حساب کرده و با استفاده از فرمول $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$، حاصل $\cos 2x$ را محاسبه می کنیم.

$$\tan \frac{2\pi}{3} \sin(\frac{3\pi}{2} - x) = 1 \Rightarrow (-\sqrt{3})(-\cos x) = 1 \Rightarrow \sqrt{3}\cos x = 1 \Rightarrow \cos x = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

حالا حاصل $\cos 2x$ را محاسبه می کنیم:

$$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1 = 2(\frac{1}{\sqrt{3}})^2 - 1 = 2(\frac{1}{3}) - 1 = \frac{2}{3} - 1 = -\frac{1}{3}$$

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۳۷ گزینه ۱

با استفاده از روابط زیر معادلهٔ مثلثاتی را ساده می کنیم:

$$\tan(\alpha-\beta)=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{۱+\tan\alpha\,\tan\beta}\ ,\ \tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{۱-\tan\alpha\,\tan\beta}$$

$$\tan(x+\frac{\pi}{۴})+\tan(x-\frac{\pi}{۴})=۲\sqrt{۳}\Rightarrow\frac{\tan x+\tan\frac{\pi}{۴}}{۱-\tan x\,\tan\frac{\pi}{۴}}+\frac{\tan x-\tan\frac{\pi}{۴}}{۱+\tan x\,\tan\frac{\pi}{۴}}=۲\sqrt{۳}$$

$$\Rightarrow\frac{\tan x+۱}{۱-\tan x}+\frac{\tan x-۱}{۱+\tan x}=۲\sqrt{۳}\Rightarrow\frac{(۱+\tan x)^۲-(۱-\tan x)^۲}{۱-\tan^۲x}=۲\sqrt{۳}$$

$$\Rightarrow\frac{۱+۲\tan x+\tan^۲x-۱+۲\tan x-\tan^۲x}{۱-\tan^۲x}=\frac{۴\tan x}{۱-\tan^۲x}=۲\sqrt{۳}\xrightarrow{\div ۲}\frac{۲\tan x}{۱-\tan^۲x}=\sqrt{۳}$$

با توجه به رابطهٔ $\tan ۲\alpha=\frac{۲\tan\alpha}{۱-\tan^۲\alpha}$، داریم:

$$\tan ۲x=\sqrt{۳}\Rightarrow\tan ۲x=\tan\frac{\pi}{۳}\Rightarrow ۲x=k\pi+\frac{\pi}{۳}\Rightarrow x=\frac{k\pi}{۲}+\frac{\pi}{۶}$$

۳۸ گزینه ۳

ابتدا معادلهٔ مثلثاتی داده‌شده را تا حد امکان ساده می‌کنیم:

$$۲\cos ۲x=\cot x(۴\sin x+\tan x)\Rightarrow ۲(۲\cos^۲x-۱)=۴\cot x\sin x+\cot x\tan x$$
$$\Rightarrow ۴\cos^۲x-۲=۴\cos x+۱\Rightarrow ۴\cos^۲x-۴\cos x-۳=۰$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\cos x=\frac{۴+\sqrt{۶۴}}{۸}=\frac{۴+۸}{۸}=\frac{۱۲}{۸}=\frac{۳}{۲}\Rightarrow\cos x=\frac{۳}{۲}\ \text{غ.ق ق}\\ \cos x=\frac{۴-\sqrt{۶۴}}{۸}=\frac{۴-۸}{۸}=-\frac{۴}{۸}=-\frac{۱}{۲}\Rightarrow\cos x=\cos\frac{۲\pi}{۳}\Rightarrow x=۲k\pi\pm\frac{۲\pi}{۳}\end{cases}$$

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۳۹ گزینه ۱

تابع را به شکل زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$y = a\sin(\frac{\pi}{۲} + b\pi x) = a\cos b\pi x$$

ماکزیمم تابع برابر با ۲ است؛ بنابراین: $|a| = ۲$
ازطرفی $y(۰) = ۲$، پس:

$$y(۰) = a \times \cos ۰ = a \Rightarrow a = ۲$$

همچنین نمودار تابع در بازهٔ $[-۲/۵, ۳/۵]$ سه بار تکرار شده است، درنتیجه:

$$۳T = ۳/۵ - (-۲/۵) = ۶ \Rightarrow T = ۲$$

$$\Rightarrow \frac{۲\pi}{|b\pi|} = ۲ \Rightarrow |b| = ۱ \Rightarrow b = \pm ۱$$

که هر دو مقدار قابل‌قبول است. باتوجه‌به گزینه‌ها، $a.b = ۲$ است.

۴۰ گزینه ۱

به فرمول های ۲α توجه کنید:

$$\sin ۲\alpha = ۲\sin\alpha\cos\alpha, \cos ۲\alpha = ۲\cos^۲\alpha - ۱$$
$$۲\cos^۲ x + ۲\sin x\cos x = ۱ \Rightarrow ۲\cos^۲ x - ۱ + ۲\sin x\cos x = ۰$$
$$\Rightarrow \cos ۲x + \sin ۲x = ۰ \Rightarrow \sin ۲x = -\cos ۲x \xrightarrow{\div \cos ۲x} \frac{\sin ۲x}{\cos ۲x} = -\frac{\cos ۲x}{\cos ۲x}$$
$$\Rightarrow \tan ۲x = -۱ \Rightarrow \tan ۲x = \tan(-\frac{\pi}{۴}) \Rightarrow ۲x = k\pi - \frac{\pi}{۴} \xrightarrow{\div ۲} x = \frac{k\pi}{۲} - \frac{\pi}{۸}$$

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۴۱

گزینه ۱

گام اول

می‌دانیم: $\cos ۲x = \cos^۲ x - \sin^۲ x$ و $\tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$

گام دوم

وقتی $x \to \dfrac{\pi}{۴}$، حاصل حد به‌صورت مبهم $\dfrac{۰}{۰}$ می‌شود. باتوجه‌به گام اول، کسر را تا حد امکان ساده کرده و حاصل حد را محاسبه می‌کنیم.

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{۴}} \frac{\tan x - ۱}{\cos ۲x} = \lim_{x\to\frac{\pi}{۴}} \frac{\frac{\sin x}{\cos x} - ۱}{\cos^۲ x - \sin^۲ x} = \lim_{x\to\frac{\pi}{۴}} \frac{\frac{\sin x - \cos x}{\cos x}}{(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)}$$

$$= \lim_{x\to\frac{\pi}{۴}} \frac{\frac{-(\cos x - \sin x)}{\cos x}}{(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)} = \lim_{x\to\frac{\pi}{۴}} \frac{-۱}{\cos x(\cos x + \sin x)}$$

$$= \frac{-۱}{\frac{\sqrt{۲}}{۲}(\frac{\sqrt{۲}}{۲} + \frac{\sqrt{۲}}{۲})} = \frac{-۱}{\frac{\sqrt{۲}}{۲}(\sqrt{۲})} = -۱$$

۴۲

گزینه ۳

اگر $x \in [-۱, ۱]$، آنگاه:

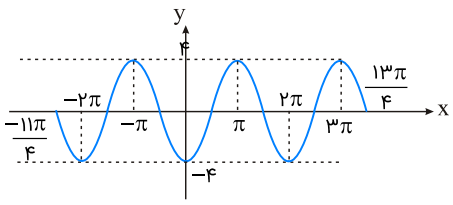
$$-۱ \le x \le ۱ \Rightarrow -۳\pi \le -۳\pi x \le ۳\pi$$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{۴} - ۳\pi \le \frac{\pi}{۴} - ۳\pi x \le \frac{\pi}{۴} + ۳\pi \Rightarrow \frac{-۱۱\pi}{۴} \le \frac{\pi}{۴} - ۳\pi x \le \frac{۱۳\pi}{۴}$$

حال با در نظر گرفتن $\frac{\pi}{۴} - ۳\pi x = \theta$، ضابطهٔ تابع مفروض سؤال، به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$y = -۴\cos\theta \ ; \quad \frac{-۱۱\pi}{۴} \le \theta \le \frac{۱۳\pi}{۴}$$

که شکل آن به‌صورت زیر است:



ملاحظه می‌کنید که این تابع در سه نقطه با طول‌های $\theta = -\pi$، $\theta = \pi$ و $\theta = ۳\pi$، بیشترین مقدار خود را دارد.

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۴۳ گزینه ۴

می‌دانیم:

$$(\sin^۲\alpha+\cos^۲\alpha)^۲=\sin^۴\alpha+\cos^۴\alpha+۲\sin^۲\alpha\cos^۲\alpha$$
$$\Rightarrow ۱=\sin^۴\alpha+\cos^۴\alpha+\frac{۱}{۲}\sin^۲۲\alpha$$
$$\Rightarrow \sin^۴\alpha+\cos^۴\alpha=۱-\frac{۱}{۲}\sin^۲۲\alpha$$

حال از رابطهٔ $\sin^۴\alpha+\cos^۴\alpha=۱-\frac{۱}{۲}\sin^۲۲\alpha$ کمک می‌گیریم:

$$\sin^۴x+\cos^۴x=\frac{۱}{۲}\Rightarrow ۱-\frac{۱}{۲}\sin^۲۲x=\frac{۱}{۲}\Rightarrow \sin^۲۲x=۱$$
$$\Rightarrow \sin ۲x=\pm۱\Rightarrow ۲x=k\pi\pm\frac{\pi}{۲}\Rightarrow x=\frac{k\pi}{۲}\pm\frac{\pi}{۴}$$

جواب‌های موجود در بازهٔ $[۰,۲\pi]$ برابر $\left\{\frac{\pi}{۴},\frac{۳\pi}{۴},\frac{۵\pi}{۴},\frac{۷\pi}{۴}\right\}$ می‌باشد که مجموع آن‌ها ۴π است.

۴۴ گزینه ۲

راه‌حل اول:

$$\sin ۲x\sin ۴x+\sin^۲x=۱\Rightarrow \sin ۲x\sin ۴x=۱-\sin^۲x$$
$$\Rightarrow (۲\sin x\cos x)(۲\sin ۲x\cos ۲x)=\cos^۲x$$
$$\Rightarrow (۲\sin x\cos x)(۴\sin x\cos x\cos ۲x)=\cos^۲x$$
$$\Rightarrow (\cos^۲x)(۸\sin^۲x\cos ۲x-۱)=۰$$
$$\Rightarrow (\cos^۲x)(۸\sin^۲x(۱-۲\sin^۲x)-۱)=۰$$
$$\Rightarrow (\cos^۲x)(-۱۶\sin^۴x+۸\sin^۲x-۱)=۰$$
$$\Rightarrow (\cos^۲x)(-(۴\sin^۲x-۱))=۰$$
$$\Rightarrow \begin{cases}\cos x=۰\Rightarrow x=k\pi+\frac{\pi}{۲} & (۱)\\ ۴\sin^۲x-۱=۰\Rightarrow \sin^۲x=\frac{۱}{۴}\Rightarrow x=k\pi\pm\frac{\pi}{۶} & (۲)\end{cases}$$
$$\xrightarrow{(۱)\cup(۲)} x=(۲k+۱)\frac{\pi}{۶}$$

راه‌حل دوم:

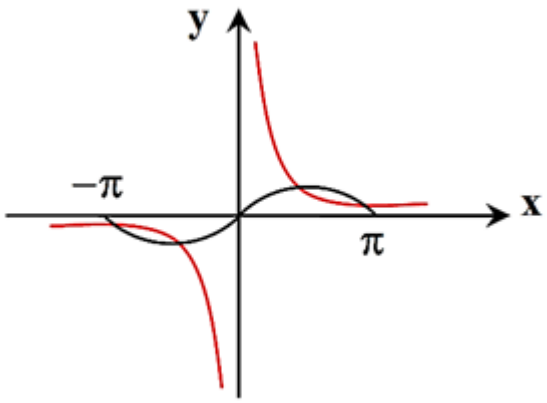
$$\sin ۲x\sin ۴x=۱-\sin^۲x\Rightarrow \frac{۱}{۲}(\cos(-۲x)-\cos ۶x)=\cos^۲x$$
$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}\cos ۲x-\frac{۱}{۲}\cos ۶x=\frac{۱+\cos ۲x}{۲}\Rightarrow \cos ۶x=-۱$$
$$\Rightarrow ۶x=(۲k+۱)\pi\Rightarrow x=(۲k+۱)\frac{\pi}{۶}$$

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۴۵ گزینه ۲

$$x\sin x - ۱ = ۰ \Rightarrow x\sin x = ۱ \Rightarrow \sin x = \frac{۱}{x}$$

کافی است تعداد نقاط تلاقی نمودارهای $y = \sin x$ و $y = \frac{۱}{x}$ را در بازهٔ $[-\pi, \pi]$ به دست بیاوریم. برای این منظور هر دو نمودار را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم.



باتوجه‌به شکل، واضح است که معادلهٔ داده‌شده در بازهٔ $[-\pi, \pi]$ دارای ۴ ریشهٔ حقیقی است.

۴۶ گزینه ۴

گام اول

الف) با استفاده از اتحاد مزدوج سمت چپ معادلهٔ مثلثاتی را ساده می کنیم:

$$\sin^۴ x - \cos^۴ x = (\sin^۲ x - \cos^۲ x)\underbrace{(\sin^۲ x + \cos^۲ x)}_{۱} = \sin^۲ x - \cos^۲ x$$

ب) با دانستن رابطهٔ $\cos ۲\alpha = \cos^۲\alpha - \sin^۲\alpha$ و $\sin\frac{۵\pi}{۴} = -\frac{\sqrt{۲}}{۲}$، معادله را حل کرده و جواب کلی آن را به دست می آوریم.

گام دوم

$$\sin^۲ x - \cos^۲ x = -(\cos^۲ x - \sin^۲ x) = -\cos ۲x$$

$$\sin^۴ x - \cos^۴ x = -\cos ۲x = \sin^۲\frac{۵\pi}{۴} \xrightarrow{\sin\frac{۵\pi}{۴} = -\frac{\sqrt{۲}}{۲}} -\cos ۲x = \left(-\frac{\sqrt{۲}}{۲}\right)^۲ \Rightarrow -\cos ۲x = \frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow \cos ۲x = -\frac{۱}{۲} \Rightarrow \cos ۲x = \cos\frac{۲\pi}{۳} \Rightarrow ۲x = ۲k\pi \pm \frac{۲\pi}{۳} \xrightarrow{\div ۲} x = k\pi \pm \frac{\pi}{۳}$$

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۴۷ گزینه ۱

$$\tan\alpha = ۲\,,\ \tan\beta = \frac{۱}{۳}$$

$$\tan ۲\alpha = \frac{۲\tan\alpha}{۱-\tan^{۲}\alpha} = \frac{۲\times ۲}{۱-۲^{۲}} = -\frac{۴}{۳}$$

$$\tan(۲\alpha-\beta) = \frac{\tan ۲\alpha - \tan\beta}{۱+\tan ۲\alpha\tan\beta} = \frac{\frac{-۴}{۳}-\frac{۱}{۳}}{۱-\frac{۴}{۳}\times\frac{۱}{۳}} = \frac{\frac{-۵}{۳}}{\frac{۵}{۹}} = -۳$$

۴۸ گزینه ۱

گام اول

الف) معادلهٔ مثلثاتی $\cos ۳x + \cos x = ۰$ را به معادلهٔمثلثاتی $\cos ۳x = -\cos x$ تبدیل می‌کنیم.

ب) به‌جای $-\cos x$ عبارت $\cos(\pi - x)$ را قرار داده و جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی را تعیین می‌کنیم.

گام دوم

$$\cos ۳x = \cos(\pi - x) \Rightarrow ۳x = ۲k\pi \pm (\pi - x)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۳x = ۲k\pi + \pi - x \Rightarrow ۴x = ۲k\pi + \pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{۲} + \frac{\pi}{۴} \\ ۳x = ۲k\pi - \pi + x \Rightarrow ۲x = ۲k\pi - \pi \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{۲} \end{cases}$$

جواب کلی $x = \frac{k\pi}{۲} + \frac{\pi}{۴}$ هر دو جواب به‌دست‌آمده را شامل می‌شود.

۴۹ گزینه ۴

نکته:

$$\sin x = \sin\alpha \Rightarrow \begin{cases} x = ۲k\pi + \alpha \\ x = ۲k\pi + \pi - \alpha \end{cases}$$

$$\frac{\sin ۳x}{\cos(\frac{۳\pi}{۲} + x)} = ۱ \xrightarrow{\cos(\frac{۳\pi}{۲}+x)=\sin x} \frac{\sin ۳x}{\sin x} = ۱$$

$$\Rightarrow \sin ۳x = \sin x \Rightarrow \begin{cases} ۳x = ۲k\pi + x \Rightarrow x = k\pi \ \text{غ‌ق‌ق} \\ ۳x = ۲k\pi + \pi - x \Rightarrow x = \frac{k\pi}{۲} + \frac{\pi}{۴} \end{cases}$$

چون $\sin x \neq ۰$، بنابراین جواب $x = k\pi$ غیرقابل‌قبول است.

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۵۰

گزینه ۳

کمترین مقدار تابع ۱- است؛ پس:

$$۱-|a|=-۱\Rightarrow |a|=۲$$

تابع در دورهٔ تناوب رسم شده است، پس:

$$۲T=\frac{۴}{۳}\Rightarrow T=\frac{۲}{۳}$$

$$\frac{۲\pi}{|b\pi|}=\frac{۲}{۳}\Rightarrow |b|=۳$$

باتوجه‌به نمودار a و b هم‌علامت است؛ پس:

$$a+b=۵ \text{ یا } -۵$$

۵۱

گزینه ۳

گام اول

با استفاده از فرمول $\cos ۲\alpha=۲\cos^۲\alpha-۱$ عبارت داده‌شده را ساده کرده و معادله را حل می‌کنیم.

گام دوم

$$\cos ۲x+۲\cos^۲x=۰\Rightarrow ۲\cos^۲x-۱+۲\cos^۲x=۰$$

$$\Rightarrow ۴\cos^۲x=۱\Rightarrow \cos^۲x=\frac{۱}{۴}\Rightarrow \cos x=\pm\frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\cos x=\frac{۱}{۲}\Rightarrow x=۲k\pi\pm\frac{\pi}{۳}\\ \cos x=-\frac{۱}{۲}\Rightarrow x=۲k\pi\pm\frac{۲\pi}{۳}\end{cases}\xrightarrow{\text{اجتماع}} x=k\pi\pm\frac{\pi}{۳}$$

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۵۲

گزینه ۴

گام اول

الف) تابع در بازهٔ بین $\frac{\pi}{۱۸}$ و $\frac{۱۳\pi}{۱۸}$ یک دوره تناوب کامل را طی می‌کند.

ب) دوره تناوب تابع $y = a - ۲\cos\left(bx + \frac{\pi}{۲}\right)$ از رابطهٔ $T = \frac{۲\pi}{|b|}$ به دست می‌آید.

ج) داریم:

$$y = a - ۲\cos(bx + \frac{\pi}{۲}) = a + ۲\sin bx$$

باتوجه‌به نمودار b باید مثبت باشد زیرا در غیر این صورت نمودار تابع قرینهٔ نمودار رسم شده خواهد بود.

د) نقطه به مختصات $\left(\frac{\pi}{۱۸}, ۰\right)$ در ضابطهٔ تابع صدق می‌کند.

گام دوم

باتوجه‌به قسمت الف از گام اول، دوره تناوب تابع برابر است با:

$$T = \frac{۱۳\pi}{۱۸} - \frac{\pi}{۱۸} = \frac{۱۲\pi}{۱۸} = \frac{۲\pi}{۳}$$

همچنین باتوجه‌به قسمت ب و ج از گام اول می‌توان نوشت:

$$T = \frac{۲\pi}{|b|} = \frac{۲\pi}{۳} \quad \Rightarrow \quad |b| = ۳ \quad \xrightarrow{b>۰} \quad b = ۳$$

اکنون با توجه به اینکه $f\left(\frac{\pi}{۱۸}\right) = ۰$ است، مقدار a را محاسبه می‌کنیم:

$$۰ = a - ۲\cos\left(۳ \times \frac{\pi}{۱۸} + \frac{\pi}{۲}\right) = a - ۲\cos\left(\frac{\pi}{۶} + \frac{\pi}{۲}\right) = a + ۲\sin\left(\frac{\pi}{۶}\right) = a + ۲\left(\frac{۱}{۲}\right)$$

$$\Rightarrow \quad a + ۱ = ۰ \quad \Rightarrow \quad a = -۱$$

پس حاصل $a + b$ برابر است با:

$$a + b = -۱ + ۳ = ۲$$

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۵۳

گزینه ۲

نکته: از فرمول های کمان $(\alpha+\beta)$ می دانیم:

$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$

معادلهٔ مثلثاتی را ساده می کنیم:

$$\sin ۲x(\sin x+\cos x)=\cos ۲x(\cos x-\sin x)$$
$$\Rightarrow \sin ۲x\ \sin x+\sin ۲x\ \cos x=\cos ۲x\ \cos x-\cos ۲x\ \sin x$$
$$\Rightarrow \sin ۲x\ \cos x+\cos ۲x\ \sin x=\cos ۲x\ \cos x-\sin ۲x\ \sin x$$

با توجه به فرمول های کمان $(\alpha+\beta)$ داریم:

$$\sin(۲x+x)=\cos(۲x+x)\Rightarrow \sin ۳x=\cos ۳x$$

$$\xrightarrow[\cos ۳x\neq ۰]{\div \cos ۳x}\frac{\sin ۳x}{\cos ۳x}=۱\Rightarrow \tan ۳x=۱\Rightarrow \tan ۳x=\tan\frac{\pi}{۴}$$

جواب معادلهٔ مثلثاتی $\tan x=\tan\alpha$ از رابطهٔ $x=k\pi+\alpha$ به دست می آید.

$$۳x=k\pi+\frac{\pi}{۴}\Rightarrow x=\frac{k\pi}{۳}+\frac{\pi}{۱۲}$$

جواب های معادله در بازهٔ $[۰\ ,\ \pi]$ به صورت زیر است:

$$k=۰\Rightarrow x=\frac{\pi}{۱۲}\ ,\ k=۱\Rightarrow x=\frac{۵\pi}{۱۲}\ ,\ k=۲\Rightarrow x=\frac{۹\pi}{۱۲}$$

$$\text{مجموع جواب ها}=\frac{\pi}{۱۲}+\frac{۵\pi}{۱۲}+\frac{۹\pi}{۱۲}=\frac{۱۵\pi}{۱۲}=\frac{۵\pi}{۴}$$

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۵۴ گزینه ۳

دورهٔ تناوب تابع برابر π و ماکزیمم مقدار آن ۱/۵ است.

$$T = \frac{۲\pi}{|b|} = \pi \Rightarrow |b| = ۲ \Rightarrow b = \pm ۲ \quad (I)$$

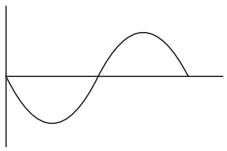
$$\text{ماکزیمم تابع} = ۱ + |a| = ۱/۵ \Rightarrow |a| = \frac{۱}{۲} \Rightarrow a = \pm\frac{۱}{۲} \ (II)$$

از طرفی عرض نقطهٔ تماس نمودار با محور yها بزرگ‌تر از یک است.

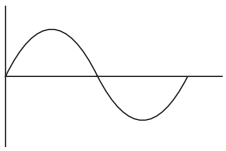
$$x = ۰ : y = ۱ + a\sin(\frac{-\pi}{۶}) = ۱ - \frac{a}{۲} > ۱ \Rightarrow \frac{a}{۲} < ۰ \Rightarrow a < ۰ \xrightarrow{(II)} a = \frac{-۱}{۲}$$

باتوجه‌به اینکه ضریب sin در تابع منفی است و باتوجه‌به شکل زیر، نتیجه می‌گیریم باید b (ضریب x) مثبت باشد (حالت اول)؛ یعنی $b = ۲$ قابل‌قبول است.

$$a + b = ۲ - \frac{۱}{۲} = \frac{۳}{۲}$$



نمودار $y=-sinx$



نمودار $y=-sin(-x)$

۵۵ گزینه ۱

$$\sin(x + \frac{\pi}{۸}) + \cos(x - \frac{۳\pi}{۸}) = ۱$$

باتوجه‌به اینکه $\sin\alpha = \cos(\frac{\pi}{۲} - \alpha)$ است، داریم:

$$\cos(\frac{\pi}{۲} - x - \frac{\pi}{۸}) + \cos(x - \frac{۳\pi}{۸}) = \cos(\frac{۳\pi}{۸} - x) + \cos(x - \frac{۳\pi}{۸})$$

$$= ۲\cos(x - \frac{۳\pi}{۸}) = ۱ \Rightarrow \cos(x - \frac{۳\pi}{۸}) = \frac{۱}{۲} = \cos\frac{\pi}{۳}$$

$$\Rightarrow x - \frac{۳\pi}{۸} = ۲k\pi \pm \frac{\pi}{۳} \Rightarrow x = ۲k\pi + \frac{۳\pi}{۸} \pm \frac{\pi}{۳}$$

$$\xrightarrow{x\in[۰,۲\pi]} x \in \left\{\frac{۳\pi}{۸} + \frac{\pi}{۳}, \frac{۳\pi}{۸} - \frac{\pi}{۳}\right\}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع جواب‌ها} = \frac{۳\pi}{۸} + \frac{\pi}{۳} + \frac{۳\pi}{۸} - \frac{\pi}{۳} = \frac{۳\pi}{۴}$$

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۵۶ گزینه ۳

در فرض تست مقدار $\tan ۲۰^\circ$ به ما داده شده است، پس ابتدا تمامی زوایا را به‌صورت جمع یا تفاضل کمان‌های معروف و زاویهٔ ۲۰° می‌نویسیم. عبارت نهایی را برحسب $\tan ۲۰^\circ$ به دست آورده و حاصل عددی آن را محاسبه می‌کنیم.

$$A = \frac{\sin ۲۵۰^\circ + \sin ۷۰۰^\circ}{\cos ۵۶۰^\circ - \cos ۱۱۰^\circ} = \frac{\sin(۲۷۰ - ۲۰^\circ) + \sin(۷۲۰^\circ - ۲۰^\circ)}{\cos(۵۴۰^\circ + ۲۰^\circ) - \cos(۹۰^\circ + ۲۰^\circ)}$$

$$= \frac{-\cos ۲۰^\circ + \sin(-۲۰^\circ)}{\cos(۱۸۰^\circ + ۲۰^\circ) - (-\sin ۲۰^\circ)} = \frac{-\cos ۲۰^\circ - \sin ۲۰^\circ}{-\cos ۲۰^\circ + \sin ۲۰^\circ}$$

$$\xrightarrow{\div \cos ۲۰^\circ} A = \frac{\frac{-\cos ۲۰^\circ}{\cos ۲۰^\circ} - \frac{\sin ۲۰^\circ}{\cos ۲۰^\circ}}{\frac{-\cos ۲۰^\circ}{\cos ۲۰^\circ} + \frac{\sin ۲۰^\circ}{\cos ۲۰^\circ}} = \frac{-۱ - \tan ۲۰^\circ}{-۱ + \tan ۲۰^\circ} = \frac{-۱ - ۰/۴}{-۱ + ۰/۴} = \frac{-۱/۴}{-۰/۶} = \frac{۷}{۳}$$

۵۷ گزینه ۳

گام اول

$$\frac{۱}{\sin ۱۵^\circ} - \frac{۱}{\cos ۱۵^\circ} = \frac{\cos ۱۵^\circ - \sin ۱۵^\circ}{\sin ۱۵^\circ \cos ۱۵^\circ} = \frac{\cos ۱۵^\circ - \sin ۱۵^\circ}{\frac{۱}{۲}\sin ۳۰^\circ}$$

نکته: $-\sqrt{۲}\sin(\alpha - \frac{\pi}{۴}) = \cos\alpha - \sin\alpha$

گام دوم

$$\frac{\cos ۱۵^\circ - \sin ۱۵^\circ}{\frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲}} = \frac{-\sqrt{۲}\sin(۱۵^\circ - ۴۵^\circ)}{\frac{۱}{۴}}$$

$$= -۴\sqrt{۲}\sin(-۳۰^\circ) = -۴\sqrt{۲}(-\frac{۱}{۲}) = ۲\sqrt{۲}$$

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۵۸ گزینه ۴

راه‌حل اول:

ابتدا حاصل $1+\cot^2\theta$ و $1+\tan^2\theta$ را برحسب $\sin\theta$ و $\cos\theta$ به دست می‌آوریم:

$$1+\tan^2\theta = 1+\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} = \frac{\cos^2\theta+\sin^2\theta}{\cos^2\theta} = \frac{1}{\cos^2\theta}$$

$$1+\cot^2\theta = 1+\frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta} = \frac{\sin^2\theta+\cos^2\theta}{\sin^2\theta} = \frac{1}{\sin^2\theta}$$

می‌دانیم $1-\sin^2\theta=\cos^2\theta$ و $1-\cos^2\theta=\sin^2\theta$ است پس:

$$\frac{(1+\tan^2\theta)(1+\cot^2\theta)}{1-\sin^2\theta-\cos^4\theta} = \frac{\frac{1}{\cos^2\theta}\times\frac{1}{\sin^2\theta}}{\cos^2\theta-\cos^4\theta} = \frac{\frac{1}{\cos^2\theta\sin^2\theta}}{\cos^2\theta(1-\cos^2\theta)} = \frac{\frac{1}{\cos^2\theta\sin^2\theta}}{\cos^2\theta\sin^2\theta}$$

$$= \frac{1}{\cos^4\theta\sin^4\theta} = \frac{1}{(\cos\theta\sin\theta)^4}$$

می‌دانیم:

$$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta \Rightarrow \sin\theta\cos\theta = \frac{1}{2}\sin 2\theta$$

بنابراین:

$$\frac{1}{(\cos\theta\sin\theta)^4} = \frac{1}{(\frac{1}{2}\sin 2\theta)^4} = \frac{1}{\frac{1}{16}\sin^4 2\theta} = 16\sin^{-4}2\theta$$

راه‌حل دوم: (عددگذاری)

در صورتی که $\theta=\frac{\pi}{4}$ در نظر بگیریم، داریم:

$$\frac{(1+\tan^2\theta)(1+\cot^2\theta)}{1-\sin^2\theta-\cos^4\theta} = \frac{(1+(\tan\frac{\pi}{4})^2)(1+(\cot\frac{\pi}{4})^2)}{1-\sin^2\frac{\pi}{4}-\cos^4\frac{\pi}{4}} = \frac{(1+1)(1+1)}{1-(\frac{\sqrt{2}}{2})^2-(\frac{\sqrt{2}}{2})^4} = 16$$

با جایگذاری $\theta=\frac{\pi}{4}$ در گزینه‌ها، نتیجه می‌گیریم که تنها در گزینهٔ "۴" صدق می‌کند:

$$16\sin^{-4}2\theta = 16(\sin(2\times\frac{\pi}{4}))^{-4} = 16$$

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۵۹

گزینه ۱

گام اول

با توجه به اینکه در صورت سؤال مقدار $\tan ۱۵^\circ$ داده شده است، سعی می کنیم تمام زوایا را بر حسب زاویهٔ ۱۵° به دست آوریم.

گام دوم

$$A = \frac{\cos ۲۸۵^\circ - \sin ۲۵۵^\circ}{\sin ۵۲۵^\circ - \sin ۱۰۵^\circ} = \frac{\cos(۲۷۰^\circ + ۱۵^\circ) - \sin(۲۷۰^\circ - ۱۵^\circ)}{\sin(۵۴۰^\circ - ۱۵) - \sin(۹۰^\circ + ۱۵^\circ)}$$
$$= \frac{\cos(\frac{۳\pi}{۲} + ۱۵^\circ) - \sin(\frac{۳\pi}{۲} - ۱۵^\circ)}{\sin(۳\pi - ۱۵^\circ) - \sin(\frac{\pi}{۲} + ۱۵^\circ)} = \frac{\sin ۱۵^\circ - (-\cos ۱۵^\circ)}{\sin ۱۵^\circ - \cos ۱۵^\circ} = \frac{\sin ۱۵^\circ + \cos ۱۵^\circ}{\sin ۱۵^\circ - \cos ۱۵^\circ}$$

برای این که در کسر داده شده $\tan ۱۵^\circ$ ایجاد شود، صورت و مخرج کسر را بر $\cos ۱۵^\circ$ تقسیم می کنیم. بنابراین داریم:

$$A = \frac{\frac{\sin ۱۵^\circ + \cos ۱۵^\circ}{\cos ۱۵^\circ}}{\frac{\sin ۱۵^\circ - \cos ۱۵^\circ}{\cos ۱۵^\circ}} = \frac{\frac{\sin ۱۵^\circ}{\cos ۱۵^\circ} + \frac{\cos ۱۵^\circ}{\cos ۱۵^\circ}}{\frac{\sin ۱۵^\circ}{\cos ۱۵^\circ} - \frac{\cos ۱۵^\circ}{\cos ۱۵^\circ}}$$
$$= \frac{\tan ۱۵^\circ + ۱}{\tan ۱۵^\circ - ۱} = \frac{۰/۲۸ + ۱}{۰/۲۸ - ۱} = \frac{۱/۲۸}{-۰/۷۲} = -\frac{۱۲۸}{۷۲} = -\frac{۱۶}{۹}$$

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۶۰ گزینه ۱

گام اول

نکته:

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

گام دوم

با استفاده از گام اول، معادلهٔ داده‌شده را تا حد امکان ساده می‌کنیم:

$$\cos\left(x+\frac{\pi}{۴}\right)\cos\left(x-\frac{\pi}{۴}\right) = \frac{۱}{۴}$$
$$\Rightarrow \left(\cos x \cos\frac{\pi}{۴} - \sin x \sin\frac{\pi}{۴}\right)\left(\cos x \cos\frac{\pi}{۴} + \sin x \sin\frac{\pi}{۴}\right) = \frac{۱}{۴}$$
$$\Rightarrow \left(\frac{\sqrt{۲}}{۲}\cos x - \frac{\sqrt{۲}}{۲}\sin x\right)\left(\frac{\sqrt{۲}}{۲}\cos x + \frac{\sqrt{۲}}{۲}\sin x\right) = \frac{۱}{۴}$$
$$\Rightarrow \frac{\sqrt{۲}}{۲}(\cos x - \sin x)\frac{\sqrt{۲}}{۲}(\cos x + \sin x) = \frac{۱}{۴}$$
$$\Rightarrow \cos^۲ x - \sin^۲ x = \frac{۱}{۲} \quad \Rightarrow \quad \cos ۲x = \frac{۱}{۲} \quad \Rightarrow \quad \cos ۲x = \cos\frac{\pi}{۳}$$

با توجه به اینکه می‌دانیم رابطهٔ $\cos x = \cos\alpha$ هنگامی برقرار است که $x = ۲k\pi \pm \alpha$ باشد، جواب معادلهٔ مثلثاتی داده‌شده، برابر است با:

$$۲x = ۲k\pi \pm \frac{\pi}{۳} \quad \Rightarrow \quad x = k\pi \pm \frac{\pi}{۶}$$

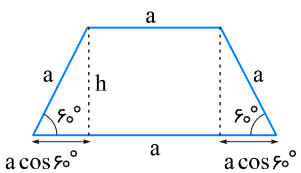
۶۱ گزینه ۱

$$۲\sin^۲ x + ۳\cos x = ۰ \xrightarrow{\sin^۲ x = ۱ - \cos^۲ x} ۲ - ۲\cos^۲ x + ۳\cos x = ۰ \Rightarrow ۲\cos^۲ x - ۳\cos x - ۲ = ۰$$

$$\Rightarrow \cos x = \frac{۳ \pm \sqrt{۹+۱۶}}{۴} = \begin{cases} ۲ & \text{غ‌ق‌ق} \\ -\frac{۱}{۲} \end{cases} \Rightarrow \cos x = \frac{-۱}{۲} \Rightarrow x = ۲k\pi \pm \frac{۲\pi}{۳}$$

۶۲ گزینه ۲

$$(\text{محیط})\, P = ۳a + ۲a\cos ۶۰^\circ + a \Rightarrow ۳۰ = ۵a \Rightarrow a = ۶$$
$$S = \frac{(a+۲a)h}{۲} = \frac{۳a \times a\sin ۶۰^\circ}{۲} \xrightarrow{a=۶} S = \frac{۳\sqrt{۳} \times ۶^۲}{۴} = ۲۷\sqrt{۳}$$



وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۶۳ گزینه ۴

$$\sin ۲x + \cos(\frac{\pi}{۲} - x) = ۰ \Rightarrow ۲\sin x \cos x + \sin x = ۰ \Rightarrow \sin x(۲\cos x + ۱) = ۰$$

$$\sin x = ۰ \Rightarrow x = ۰, \pi, ۲\pi$$

$$۲\cos x + ۱ = ۰ \Rightarrow \cos x = -\frac{۱}{۲} \Rightarrow x = \pi - \frac{\pi}{۳} = \frac{۲\pi}{۳}, x = \pi + \frac{\pi}{۳} = \frac{۴\pi}{۳}$$

$$\pi + ۲\pi + \frac{۲\pi}{۳} + \frac{۴\pi}{۳} = ۵\pi$$

در اینجا نیازی به محاسبهٔ جواب‌های کلی معادلهٔ مثلثاتی نیست، فقط کافی است جواب‌ها را در فاصلهٔ داده‌شده، مشخص کنیم.

۶۴ گزینه ۴

نکته: در مثلث ABC با اضلاع a، b و c، اگر زاویهٔ بین اضلاع a و b برابر با α باشد، مساحت مثلث برابر است با:

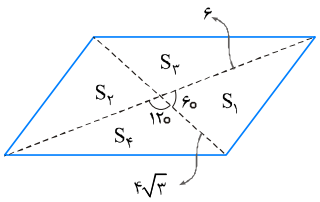
$$S = \frac{۱}{۲} \times a \times b \times \sin\alpha$$

بااستفاده از نکتهٔ بالا داریم:

$$S_۱ = S_۲ \Rightarrow \frac{۱}{۲} \times ۶ \times ۴\sqrt{۳} \times \sin ۶۰^\circ = ۱۸$$

$$S_۳ = S_۴ \Rightarrow \frac{۱}{۲} \times ۶ \times ۴\sqrt{۳} \times \sin(۱۲۰) = ۱۸$$

$$S_۱ + S_۲ + S_۳ + S_۴ = ۴ \times ۱۸ = ۷۲$$



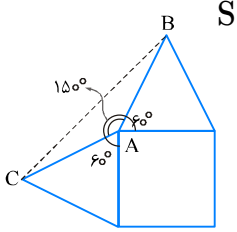
۶۵ گزینه ۱

نکته:

$$۱)\ \sin x - \cos x = \sqrt{۲}\sin(x - \frac{\pi}{۴})$$
$$۲)\ \cos(\frac{\pi}{۲} - x) = \sin x$$

$$\cos(\frac{\pi}{۴} - \alpha) - \cos(\frac{\pi}{۴} + \alpha) = \cos(\frac{\pi}{۲} - (\frac{\pi}{۴} + \alpha)) - \cos(\frac{\pi}{۴} + \alpha)$$
$$= \sin(\frac{\pi}{۴} + \alpha) - \cos(\frac{\pi}{۴} + \alpha) = \sqrt{۲}\sin\left((\frac{\pi}{۴} + \alpha) - \frac{\pi}{۴}\right) = \sqrt{۲}\sin(\alpha)\ (*)$$
$$\cos\alpha = \frac{\sqrt{۷}}{۳} \Rightarrow ۱ - \cos^۲\alpha = \sin^۲\alpha \Rightarrow \sin^۲\alpha = ۱ - \frac{۷}{۹} \Rightarrow \sin\alpha = \pm\frac{\sqrt{۲}}{۳}$$
$$\xrightarrow{\text{ربع (ناحیهٔ) چهارم}} \sin\alpha = -\frac{\sqrt{۲}}{۳}$$
$$\xrightarrow{(*)} \sqrt{۲}\sin(\alpha) = \sqrt{۲} \times -\frac{\sqrt{۲}}{۳} = \frac{-۲}{۳}$$

۶۶ گزینه ۳



$$S_{\overset{\Delta}{ABC}} = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۲ \times \sin ۱۵۰^\circ = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۲ \times \sin ۳۰^\circ = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۲ \times \frac{۱}{۲} = ۱$$

۶۷ گزینه ۱

داریم:

$$\tan\alpha - \cot\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} - \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{\sin^۲\alpha - \cos^۲\alpha}{\sin\alpha\cos\alpha} = \frac{-\cos ۲\alpha}{\frac{۱}{۲}\sin ۲\alpha} = -۲\cot ۲\alpha$$

بنابراین $\tan\alpha - \cot\alpha = -۲\cot ۲\alpha$، پس:

$$f(x) = \tan(\pi x) - \cot(\pi x) = -۲\cot(۲\pi x)$$

دورهٔ تناوب تابع $\tan(ax)$ و $\cot(ax)$ برابر $\frac{\pi}{|a|}$ است، پس دورهٔ تناوب تابع $f(x)$ برابر $\frac{\pi}{|۲\pi|}$ است، یعنی $\frac{۱}{۲}$.

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۶۸ گزینه ۲

$$\tan(\frac{۱۷\pi}{۶}) = \tan(\frac{۱۸\pi}{۶} - \frac{\pi}{۶}) = \tan(-\frac{\pi}{۶}) = -\tan\frac{\pi}{۶} = -\frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

$$\sin(\frac{۱۱\pi}{۳}) = \sin(\frac{۱۲\pi}{۳} - \frac{\pi}{۳}) = \sin(-\frac{\pi}{۳}) = -\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

$$\cos(\frac{۱۰\pi}{۳}) = \cos(۳\pi + \frac{\pi}{۳}) = -\cos\frac{\pi}{۳} = -\frac{۱}{۲}$$

حاصل عبارت برابر است با:

$$(-\frac{\sqrt{۳}}{۳})(-\frac{\sqrt{۳}}{۲}) - \frac{۱}{۲} = \frac{۳}{۶} - \frac{۱}{۲} = ۰$$

۶۹ گزینه ۳

گام اول

الف) با در نظر گرفتن $\cot\frac{x}{۲} = \frac{۱}{\tan\frac{x}{۲}}$ معادله را برحسب $\tan\frac{x}{۲}$ به دست می‌آوریم. معادله به یک معادلهٔ درجه‌دو برحسب $\tan\frac{x}{۲}$ تبدیل و با حل معادلهٔ درجه‌دو، حاصل $\tan\frac{x}{۲}$ را تعیین می‌کنیم.

ب) با استفاده از فرمول کمان $\tan ۲x$، ابتدا $\tan x$ و سپس $\tan ۲x$ را محاسبه می‌کنیم.

گام دوم

$$\tan\frac{x}{۲} - \cot\frac{x}{۲} = ۱ \Rightarrow \tan\frac{x}{۲} - \frac{۱}{\tan\frac{x}{۲}} = ۱$$

$$\Rightarrow \frac{\tan^۲\frac{x}{۲} - ۱}{\tan\frac{x}{۲}} = ۱ \Rightarrow \tan^۲\frac{x}{۲} - ۱ = \tan\frac{x}{۲}$$

$$\Rightarrow \tan^۲\frac{x}{۲} - \tan\frac{x}{۲} - ۱ = ۰ \Rightarrow \tan\frac{x}{۲} = \begin{cases} \frac{۱+\sqrt{۵}}{۲} \\ \frac{۱-\sqrt{۵}}{۲} \end{cases}$$

محاسبهٔ $\tan x$:

$$\tan x = \frac{۲\tan\frac{x}{۲}}{۱-\tan^۲\frac{x}{۲}} = \frac{۲(۱\pm\sqrt{۵})^۲}{۱-(\frac{۱\pm\sqrt{۵}}{۲})^۲} = -۲$$

محاسبهٔ $\tan ۲x$:

$$\tan ۲x = \frac{۲\tan x}{۱-\tan^۲ x} = \frac{۲(-۲)}{۱-(-۲)^۲} = \frac{-۴}{۱-۴} = \frac{-۴}{-۳} = \frac{۴}{۳}$$

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۷۰ گزینه ۱

$$\sin ۵x \cos ۳x - \cos ۵x \sin ۳x = \sin(۵x - ۳x) = \sin ۲x = \frac{۲}{۳}$$

مقدار $\cos ۴x$ را می‌خواهیم. می‌دانیم:

$$\cos ۴x = ۱ - ۲\sin^۲ ۲x = ۱ - ۲(\frac{۲}{۳})^۲ = ۱ - \frac{۸}{۹} = \frac{۱}{۹}$$

۷۱ گزینه ۱

$$\cos(\frac{۳\pi}{۲} - ۲\alpha) = -\sin ۲\alpha$$

$$\sin\alpha - \cos\alpha = \frac{۱}{۲} \xrightarrow{\text{به توان دو می‌رسانیم}} \sin^۲\alpha + \cos^۲\alpha - ۲\sin\alpha\cos\alpha = \frac{۱}{۴}$$

$$\xrightarrow[۲\sin\alpha\cos\alpha=\sin ۲\alpha]{\sin^۲\alpha+\cos^۲\alpha=۱} -\sin ۲\alpha = -\frac{۳}{۴} \xrightarrow{\cos(\frac{۳\pi}{۲}-۲\alpha)=-\sin ۲\alpha} \cos(\frac{۳\pi}{۲} - ۲\alpha) = -\frac{۳}{۴}$$

۷۲ گزینه ۱

ابتدا با استفاده از اتحادهای مثلثاتی عبارت داده شده را خلاصه کرده و سپس با استفاده از فرمول کمان های ۲α، حاصل تست را به دست می آوریم.

$$\sin(\frac{\pi}{۲} + \alpha)\sin(\pi + \alpha) - \sin(\pi - \alpha)\cos(-\alpha) = \cos\alpha(-\sin\alpha) - \sin\alpha\cos\alpha =$$
$$-\sin\alpha\cos\alpha - \sin\alpha\cos\alpha = -۲\sin\alpha\cos\alpha = -\sin ۲\alpha$$

۷۳ گزینه ۱

ماکزیمم برابر ۴ است.

$$f(۰) = ۰ \Rightarrow a + b = ۰\ ,\ \ f(۲) = ۴ \Rightarrow a + b\cos\pi = ۴ \Rightarrow a - b = ۴$$

$$\begin{cases} a + b = ۰ \\ a - b = ۴ \end{cases} \Rightarrow a = ۲\ ,\ b = -۲$$

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۷۴ گزینه ۲

$$y = a + b\cos(\frac{\pi}{۲} - x) = a + b\sin x$$

مقدار تابع در $-\frac{۵\pi}{۶}$ صفر است. پس:

$$y(-\frac{۵\pi}{۶}) = a + b\sin(-\frac{۵\pi}{۶}) = a + b(-\frac{۱}{۲}) = ۰ \Rightarrow b = ۲a$$

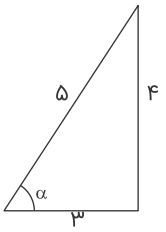
بنابراین: $y = a + ۲a\sin x$. به‌علاوه باتوجه‌به اینکه $y(۰) > ۰$ می‌باشد، پس $a > ۰$ است و ماکزیمم تابع زمانی رخ می‌دهد که $\sin x = ۱$ باشد.

$$\max = ۳ \Rightarrow a + ۲a = ۳ \Rightarrow a = ۱$$
$$\Rightarrow y = ۱ + ۲\sin x$$
$$y(\frac{\pi}{۶}) = ۱ + ۲(\frac{۱}{۲}) = ۲$$

۷۵ گزینه ۳

$$\sin(\frac{۹\pi}{۲} + \alpha) = \sin(\frac{\pi}{۲} + \alpha) = \cos\alpha$$
$$\cos(\frac{۷\pi}{۲} - \alpha) = -\sin\alpha$$
$$\tan(\alpha - \frac{۳\pi}{۲}) = -\tan(\frac{۳\pi}{۲} - \alpha) = -\cot\alpha$$

اگر $\tan\alpha = \frac{۴}{۳}$ باشد، با رسم مثلث سایر نسبت‌های مثلثاتی α را پیدا می‌کنیم:



$$\tan\alpha = \frac{۴}{۳} \quad , \cot\alpha = \frac{۳}{۴}$$
$$\sin\alpha = -\frac{۴}{۵} \quad , \cos\alpha = -\frac{۳}{۵}$$
$$\text{حاصل} : \cos\alpha(-\sin\alpha) - (-\cot\alpha) = -\frac{۳}{۵}(\frac{۴}{۵}) + \frac{۳}{۴}$$
$$= -\frac{۱۲}{۲۵} + \frac{۳}{۴} = \frac{-۴۸ + ۷۵}{۱۰۰} = \frac{۲۷}{۱۰۰}$$

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۷۶ گزینه ۱

$$\frac{\tan x}{\sqrt{1+\tan^2 x}}\left(\frac{1}{\sin x}-\sin x\right)=\frac{\tan x}{\sqrt{\frac{1}{\cos^2 x}}}\left(\frac{1-\sin^2 x}{\sin x}\right)$$

$$=\frac{\frac{\tan x}{1}}{\frac{1}{|\cos x|}}\times\frac{\cos^2 x}{\sin x}=\frac{\sin x}{\cos x}\times|\cos x|\times\frac{\cos^2 x}{\sin x}$$

اگر $\frac{\pi}{2}<x<\pi$ باشد آنگاه $\cos x<0$ است، پس $|\cos x|=-\cos x$ است. بنابراین:

$$\frac{\sin x}{\cos x}\times(-\cos x)\times\frac{\cos^2 x}{\sin x}=-\cos^2 x$$

۷۷ گزینه ۴

گام اول

می‌دانیم:

$$\tan x=\frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$

گام دوم

$$\tan a+\tan b=\frac{\sin a}{\cos a}+\frac{\sin b}{\cos b}=\frac{\sin a\cos b+\sin b\cos a}{\cos a\cos b}=\frac{\sin(a+b)}{\cos a\cos b}$$

$$=\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}-a\right)}{\cos a\cos b}=\frac{\cos a}{\cos a\cos b}=\frac{1}{\cos b}$$

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۷۸ گزینه ۴

گام اول

می‌دانیم:

الف) $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

ب) $\sin(\frac{\pi}{۲} - \alpha) = \cos\alpha \ , \ \sin(\frac{\pi}{۲} + \alpha) = \cos\alpha$

ج) $\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha$

گام دوم

باتوجه‌به گام اول، عبارت داده‌شده را تا حد امکان ساده می‌کنیم:

$$\sin ۱۱۰^\circ(\tan ۲۰^\circ + \tan ۳۵^\circ) = \sin(\frac{\pi}{۲} + ۲۰^\circ)(\frac{\sin ۲۰^\circ}{\cos ۲۰^\circ} + \frac{\sin ۳۵^\circ}{\cos ۳۵^\circ})$$

$$= \cos ۲۰^\circ(\frac{\sin ۲۰^o \cos ۳۵^\circ + \sin ۳۵^\circ \cos ۲۰^\circ}{\cos ۲۰^\circ \cos ۳۵^\circ}) = \frac{\sin(۲۰^\circ + ۳۵^\circ)}{\cos ۳۵^\circ} = \frac{\sin ۵۵^\circ}{\cos ۳۵^\circ}$$

$$= \frac{\sin(\frac{\pi}{۲} - ۳۵^\circ)}{\cos ۳۵^\circ} = \frac{\cos ۳۵^\circ}{\cos ۳۵^\circ} = ۱$$

۷۹ گزینه ۳

$$\sin\frac{۱۷\pi}{۳} = \sin(\frac{۱۸\pi}{۳} - \frac{\pi}{۳}) = \sin(۶\pi - \frac{\pi}{۳}) = \sin(-\frac{\pi}{۳}) = -\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

$$\cos(-\frac{۱۷\pi}{۶}) = \cos(\frac{۱۷\pi}{۶}) = \cos(\frac{۱۸\pi}{۶} - \frac{\pi}{۶}) = \cos(۳\pi - \frac{\pi}{۶})$$

$$= \cos(\pi - \frac{\pi}{۶}) = -\cos\frac{\pi}{۶} = -\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

$$\tan(\frac{۱۹\pi}{۴}) = \tan(\frac{۲۰\pi}{۴} - \frac{\pi}{۴}) = \tan(-\frac{\pi}{۴}) = -۱$$

$$\sin(-\frac{۱۱\pi}{۶}) = -\sin\frac{۱۱\pi}{۶} = -\sin(\frac{۱۲\pi}{۶} - \frac{\pi}{۶}) = \sin\frac{\pi}{۶} = \frac{۱}{۲}$$

حاصل عبارت خواسته‌شده برابر است با:

$$(-\frac{\sqrt{۳}}{۲})(-\frac{\sqrt{۳}}{۲}) + (-۱)(\frac{۱}{۲}) = \frac{۳}{۴} - \frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۴}$$

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۸۰ گزینه ۳

تابع را کمی ساده می‌کنیم. از رابطهٔ $\sin\alpha\cos\alpha = \frac{۱}{۲}\sin ۲\alpha$ استفاده می‌کنیم:

$$y = ۱ + a\sin bx\cos bx = ۱ + \frac{a}{۲}\sin ۲bx$$

باتوجه‌به نمودار داده‌شده، ماکزیمم تابع $\frac{۳}{۲}$، مینیمم تابع $\frac{۱}{۲}$ و دورهٔ تناوب $\frac{۳\pi}{۴} - (-\frac{\pi}{۴}) = \pi$ است. پس:

$$\begin{cases} ۱ + \left|\frac{a}{۲}\right| = \frac{۳}{۲} \\ ۱ - \left|\frac{a}{۲}\right| = \frac{۱}{۲} \end{cases} \Rightarrow \frac{|a|}{۲} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow |a| = ۱$$

$$\frac{۲\pi}{|۲b|} = \pi \Rightarrow |b| = ۱$$

باتوجه‌به اینکه تابع داده‌شده در سمت راست محور y صعودی است، پس $\frac{a}{۲}$ و $۲b$ باید هم‌علامت باشند. پس مسئله دو دسته جواب $\begin{cases} a = ۱ \\ b = ۱ \end{cases}$ یا $\begin{cases} a = -۱ \\ b = -۱ \end{cases}$ دارد، درنتیجه $a + b = ۲$ یا $a + b = -۲$ صحیح است.

۸۱ گزینه ۴

$$A = \sqrt{۱ + \tan^۲ x}(۲\sin^۲\frac{\pi}{۴} - \sin^۲ x) = \sqrt{\frac{۱}{\cos^۲ x}}\left(۲(\frac{\sqrt{۲}}{۲})^۲ - \sin^۲ x\right)$$

$$= \frac{۱}{|\cos x|}(۲ \times \frac{۱}{۲} - \sin^۲ x) = \frac{۱ - \sin^۲ x}{|\cos x|} = \frac{\cos^۲ x}{|\cos x|}$$

چون $\pi < x < \frac{۳\pi}{۲}$ است، یعنی x در ناحیهٔ سوم قرار دارد و درنتیجه $|\cos x| = -\cos x$ است. پس:

$$A = \frac{\cos^۲ x}{-\cos x} = -\cos x$$

۸۲ گزینه ۲

$$\tan\frac{۱۱\pi}{۴} = \tan(\frac{۱۲\pi}{۴} - \frac{\pi}{۴}) = \tan(۳\pi - \frac{\pi}{۴}) = \tan(-\frac{\pi}{۴}) = -۱$$

$$\sin\frac{۱۵\pi}{۴} = \sin(\frac{۱۶\pi}{۴} - \frac{\pi}{۴}) = \sin(۴\pi - \frac{\pi}{۴}) = \sin(-\frac{\pi}{۴}) = -\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

$$\cos\frac{۱۳\pi}{۴} = \cos(\frac{۱۲\pi}{۴} + \frac{\pi}{۴}) = \cos(۳\pi + \frac{\pi}{۴}) = -\cos(\frac{\pi}{۴}) = -\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

$$A = \tan\frac{۱۱\pi}{۴} + \sin\frac{۱۵\pi}{۴}\cos\frac{۱۳\pi}{۴} = -۱ + (\frac{-\sqrt{۲}}{۲})(\frac{-\sqrt{۲}}{۲}) = -۱ + \frac{۱}{۲} = -\frac{۱}{۲}$$

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۸۳ گزینه ۲

$$\frac{\sin ۳x + \sin ۲x}{۱ + \cos x} = ۰$$

برای آنکه کسر صفر شود باید صورت آن صفر باشد.

$$\sin ۳x + \sin ۲x = ۰ \Rightarrow \sin ۳x = -\sin ۲x \Rightarrow \sin ۳x = \sin(-۲x)$$

$$\begin{cases} ۳x = ۲k\pi - ۲x \Rightarrow ۵x = ۲k\pi \Rightarrow x = \frac{۲k\pi}{۵} & \checkmark \\ ۳x = ۲k\pi + \pi - (-۲x) \Rightarrow x = ۲k\pi + \pi & \times \end{cases}$$

توجه کنید که به ازای $x = ۲k\pi + \pi$ مخرج یعنی $۱ + \cos x$ صفر می‌شود؛ بنابراین جواب کلی همان $x = \frac{۲k\pi}{۵}$ است.

۸۴ گزینه ۲

با توجه به رابطهٔ $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ معادله را ساده می کنیم. هم چنین می دانیم $\sin ۲\alpha = ۲\sin\alpha\cos\alpha$ است.

$$۲\tan x\cos^۲ x = ۱ \Rightarrow ۲\frac{\sin x}{\cos x} \times \cos^۲ x = ۱ \xrightarrow{\cos x \neq ۰} ۲\sin x\cos x = ۱$$

$$\Rightarrow \sin ۲x = ۱ \xrightarrow{\sin\alpha = ۱ \Rightarrow \alpha = ۲k\pi + \frac{\pi}{۲}} ۲x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۲} \xrightarrow{\div ۲} x = k\pi + \frac{\pi}{۴}$$

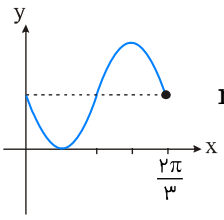
۸۵ گزینه ۴

طبق نمودار : $T = \frac{۲\pi}{۳}$

از روی ضابطه : $T = \frac{۲\pi}{|m|}$

$$\Rightarrow \frac{۲\pi}{۳} = \frac{۲\pi}{|m|} \Rightarrow |m| = ۳ \Rightarrow m = \pm ۳$$

چون باتوجه‌به نمودار تابع باید ابتدا min و سپس max داشته باشد، بنابراین:



$$m = ۳ \Rightarrow y = ۱ - \sin ۳x \xrightarrow{x = \frac{۷\pi}{۶}} y(\frac{۷\pi}{۶}) = ۱ - \sin ۳(\frac{۷\pi}{۶})$$

$$= ۱ - \sin(\frac{۷\pi}{۲}) = ۱ - (-۱) = ۲$$

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

گزینه ۳

ابتدا معادلهٔ مثلثاتی را به حالت استاندارد $f(x) = ۰$ تبدیل و جواب‌ها را در بازهٔ $[۰, ۲\pi]$ تعیین می‌کنیم:

$$\frac{\sin x \cos x}{۱ - \cos x} = ۱ + \cos x \Rightarrow \sin x \cos x = (۱ - \cos x)(۱ + \cos x)$$

$$\Rightarrow \sin x \cos x = ۱ - \cos^۲ x = \sin^۲ x$$

$$\Rightarrow \sin x \cos x - \sin^۲ x = ۰ \Rightarrow \sin x(\cos x - \sin x) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} \sin x = ۰ \\ \cos x = \sin x \end{cases}$$

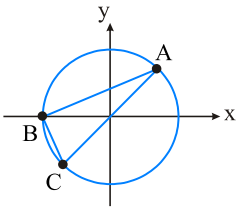
$$\sin x = ۰ \Rightarrow x = k\pi \xrightarrow{x \in [۰, ۲\pi]} x = ۰,\ x = \pi,\ x = ۲\pi$$

$$\sin x = \cos x \Rightarrow \tan x = ۱ \xrightarrow{x \in [۰, ۲\pi]} x = \frac{\pi}{۴},\ x = \frac{۵\pi}{۴}$$

به ازای $x = ۰$ و $x = ۲\pi$ عبارت $۱ - \cos x$ برابر صفر است پس کسر تعریف‌نشده خواهد بود.

مجموعه جواب‌های $x = \pi$, $x = \frac{\pi}{۴}$, $x = \frac{۵\pi}{۴}$ را بر روی دایرهٔ مثلثاتی مشخص می‌کنیم:

$$\overset{\frown}{AC} = \pi \Rightarrow \hat{B} = ۹۰^\circ$$



بنابراین مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ قائم‌الزاویه است.

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۸۷

گزینه ۱

گام اول

الف) دورهٔ تناوب تابع $y = \sin ax$ از رابطهٔ $T = \frac{۲\pi}{|a|}$ به دست می‌آید.

ب) به ازای هر مقدار دلخواه x و a همواره داریم: $-۱ \leq \sin ax \leq ۱$

گام دوم

تابع $y = a\sin(b\pi x)$ در بازهٔ $[۰, ۳]$، سه نوسان کامل انجام داده است؛ بنابراین طول این بازه سه برابر دورهٔ تناوب تابع است، پس:

$$۳T = ۳ - ۰ \Rightarrow ۳T = ۳ \Rightarrow T = ۱$$

بنابراین طبق قسمت (الف) از گام اول، داریم:

$$T = \frac{۲\pi}{|b\pi|} = \frac{۲\pi}{|b|\pi} = \frac{۲}{|b|} \Rightarrow ۱ = \frac{۲}{|b|} \Rightarrow |b| = ۲ \Rightarrow b = \pm ۲$$

باتوجه‌به قسمت (ب) از گام اول، داریم:

$$-۱ \leq \sin(b\pi x) \leq ۱ \Rightarrow -a \leq a\sin(b\pi x) \leq a \Rightarrow -a \leq y \leq a$$

طبق نمودار تابع $y_{max} = ۳$ و $y_{min} = -۳$ و نمودار تابع ابتدا نزولی و سپس صعودی است بنابراین $a = -۳$ خواهد بود.
ازطرفی، به ازای مقادیر کوچک بزرگ‌تر از صفر، حاصل تابع باید منفی شود و چون $a = -۳$ شد پس مقدار $\sin b\pi x$ باید مثبت باشد؛ بنابراین داریم: $b = ۲$
درنتیجه:

$$ab = (-۳) \times ۲ = -۶$$

Nomreyar.com | وبسایت آموزشی نمره یار

۸۸ گزینه ۳

دورهٔ تناوب تابع به معادلهٔ $y = A\sin(Bx + D) + E$ برابر است با $\frac{۲\pi}{|B|}$، پس:

$$y = a\sin(b\pi x) \Rightarrow T = \frac{۲\pi}{|b\pi|} = \frac{۲}{|b|} \quad (*)$$

همچنین با توجه به نمودار $T = ۶$ است، پس:

$$\xrightarrow{(*)} \frac{۲}{|b|} = ۶ \Rightarrow |b| = \frac{۱}{۳} \quad (۱)$$

با فرض $b = \frac{۱}{۳}$ و اگر A عددی مثبت باشد، آنگاه بیشترین مقدار تابع به معادلهٔ $y = A\sin(Bx + D) + E$، برابر با $A + E$ است، پس:

$$y = a\sin(b\pi x) \Rightarrow Max(y) = a \quad (**)$$

همچنین با توجه به نمودار $Max(y) = ۲$، پس:

$$\xrightarrow{(**)} a = ۲ \quad (۲)$$

$$(۱), (۲) \Rightarrow a + b = ۲ + \frac{۱}{۳} = \frac{۷}{۳}$$

توجه: مقادیر a و b می‌توانند هر دو منفی باشند و جواب $a + b = -\frac{۷}{۳}$ نیز قابل قبول است که در گزینه‌ها وجود ندارد.

۸۹ گزینه ۱

گام اول

باتوجه‌به نمودار رسم‌شده مشخص است دورهٔ تناوب تابع برابر با ۴π است. دورهٔ تناوب تابع $y = \frac{۱}{۲} + ۲\cos mx$ از رابطهٔ $T = \frac{۲\pi}{|m|}$ به دست می‌آید.

گام دوم

$$\frac{۲\pi}{|m|} = ۴\pi \Rightarrow |m| = \frac{۱}{۲} \Rightarrow m = \pm\frac{۱}{۲}$$

با فرض $m = \frac{۱}{۲}$ تست را حل می‌کنیم (اگر $m = -\frac{۱}{۲}$ هم فرض شود تأثیری در جواب تست ندارد چون تابع $\cos mx$ یک تابع زوج است).

$$m = \frac{۱}{۲} \Rightarrow y = \frac{۱}{۲} + ۲\cos\frac{x}{۲} \Rightarrow f(\frac{۱۶\pi}{۳}) = \frac{۱}{۲} + ۲\cos\frac{۸\pi}{۳}$$

$$= \frac{۱}{۲} + ۲\cos(۲\pi + \frac{۲\pi}{۳}) = \frac{۱}{۲} + ۲\cos\frac{۲\pi}{۳} = \frac{۱}{۲} + ۲(-\frac{۱}{۲}) = \frac{۱}{۲} - ۱ = -\frac{۱}{۲}$$

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۹۰ گزینه ۲

برای حل سؤال به دو رابطهٔ زیر توجه کنید:

$$\sin(\frac{۳\pi}{۲}+x)=-\cos x\ ,\ \cos ۲x=\cos^۲x-\sin^۲x$$

$$\sin^۲x-\cos^۲x=\sin(\frac{۳\pi}{۲}+x)\Rightarrow -\cos ۲x=-\cos x\Rightarrow \cos ۲x=\cos x$$

$$\Rightarrow ۲x=۲k\pi\pm x\Rightarrow \begin{cases} ۲x=۲k\pi+x\Rightarrow x=۲k\pi \\ ۲x=۲k\pi-x\Rightarrow ۳x=۲k\pi\Rightarrow x=\frac{۲k\pi}{۳}\end{cases}$$

جواب کلی که هر دو جواب $x=۲k\pi$ و $x=\frac{۲k\pi}{۳}$ را شامل شود به صورت $x=\frac{۲k\pi}{۳}$ است.

۹۱ گزینه ۳

برای ساده تر شدن معادلهٔ مثلثاتی از روابط زیر استفاده می کنیم:

$$\sin(\pi-x)=\sin x,\cos(\frac{۳\pi}{۲}+x)=\sin x,\sin(\pi+x)=-\sin x$$

اگر در حل معادلهٔ مثلثاتی دو نسبت مثلثاتی متفاوت داشتیم، آن ها را به یک نسبت تبدیل می کنیم. با استفاده از رابطهٔ $\sin^۲x=۱-\cos^۲x$، معادلهٔ مثلثاتی را برحسب $\cos x$ بازنویسی می کنیم.

$$۲\sin(\pi-x)\cos(\frac{۳\pi}{۲}+x)+۳\cot x\sin(\pi+x)=۰$$

$$\Rightarrow ۲\sin x\sin x+۳\cot x(-\sin x)=۰$$

$$\Rightarrow ۲\sin^۲x-۳\cos x=۰\xrightarrow{\sin^۲x=۱-\cos^۲x}۲(۱-\cos^۲x)-۳\cos x=۰$$

$$\Rightarrow ۲-۲\cos^۲x-۳\cos x=۰\Rightarrow ۲\cos^۲x+۳\cos x-۲=۰\Rightarrow (۲\cos x-۱)(\cos x+۲)=۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases}\cos x=\frac{۱}{۲}\Rightarrow \cos x=\cos\frac{\pi}{۳}\Rightarrow x=۲k\pi\pm\frac{\pi}{۳} \\ \cos x=-۲ \quad \text{غ.ق.ق}\end{cases}$$

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۹۲ گزینه ۴

در این گونه سؤال ها ابتدا تمام نسبت های مثلثاتی را به یک نسبت تبدیل می کنیم. با توجه به رابطهٔ $\sin^۲x = ۱ - \cos^۲x$، معادلهٔ مثلثاتی را برحسب $\cos x$ مرتب می کنیم.

$$۲\sin^۲x = ۳\cos x \Rightarrow ۲(۱ - \cos^۲x) = ۳\cos x$$
$$\Rightarrow ۲ - ۲\cos^۲x = ۳\cos x \Rightarrow ۲\cos^۲x + ۳\cos x - ۲ = ۰$$
$$\Rightarrow (۲\cos x - ۱)(\cos x + ۲) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{۱}{۲} \\ \cos x = -۲ \text{ غ.ق.ق} \end{cases}$$

معادلهٔ $\cos x = \cos\alpha$ دارای جواب $x = ۲k\pi \pm \alpha$ است. هم چنین توجه کنید که معادلهٔ $\cos x = A$ به ازای $A > ۱$ و $A < -۱$ فاقد جواب است.

پس جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی $\cos x = \frac{۱}{۲}$ برابر است با:

$$\cos x = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \cos x = \cos\frac{\pi}{۳} \Rightarrow x = ۲k\pi \pm \frac{\pi}{۳}$$

۹۳ گزینه ۳

ظاهر سؤال ممکن است کمی سخت به نظر برسد، ولی با انجام تغییرات زیر حل آن بسیار ساده می شود:

$$\sin(\pi + x) = -\sin x, \cos(\frac{\pi}{۲} + x) = -\sin x, \sin(\pi - x) = \sin x$$
$$\sin(\pi + x)\cos(\frac{\pi}{۲} + x) - ۲\sin(\pi - x) + ۱ = ۰$$
$$\Rightarrow (-\sin x)(-\sin x) - ۲\sin x + ۱ = ۰ \Rightarrow \sin^۲x - ۲\sin x + ۱ = ۰$$
$$\Rightarrow (\sin x - ۱)^۲ = ۰ \Rightarrow \sin x - ۱ = ۰ \Rightarrow \sin x = ۱ \Rightarrow x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۲}$$

۹۴ گزینه ۳

برای حل معادلهٔ مثلثاتی از روابط زیر کمک می گیریم:

$$\tan(\frac{۳\pi}{۲} - x) = \cot x$$
$$\cos\frac{۴\pi}{۳} = \cos(\pi + \frac{\pi}{۳}) = -\cos\frac{\pi}{۳} = -\frac{۱}{۲}$$
$$(\sin x - \tan x)\tan(\frac{۳\pi}{۲} - x) = \cos\frac{۴\pi}{۳}$$
$$(\sin x - \tan x)\cot x = -\frac{۱}{۲} \Rightarrow \sin x\cot x - \tan x\cot x = -\frac{۱}{۲}$$
$$\Rightarrow \sin x \times \frac{\cos x}{\sin x} - ۱ = -\frac{۱}{۲} \Rightarrow \cos x - ۱ = -\frac{۱}{۲}$$

جواب های معادلهٔ $\cos x = \cos\alpha$ از رابطهٔ $x = ۲k\pi \pm \alpha$ به دست می آید.

$$\cos x = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \cos x = \cos\frac{\pi}{۳} \Rightarrow x = ۲k\pi \pm \frac{\pi}{۳}$$

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۹۵

گزینه ۴

گام اول

می‌دانیم: $\cos ۲x = ۱ - ۲\sin^۲ x$

گام دوم

باتوجه‌به گام اول، معادله را برحسب $\sin x$ نوشته و حل می‌کنیم. جواب معادله را با $x = ۲k\pi + \frac{i\pi}{۶}$ مطابقت داده و مقادیر i را مشخص می‌کنیم.

$$\cos ۲x = \sin x \Rightarrow ۱ - ۲\sin^۲ x = \sin x$$

$$\Rightarrow ۲\sin^۲ x + \sin x - ۱ = ۰ \Rightarrow (۲\sin x - ۱)(\sin x + ۱) = ۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \sin x = \sin\frac{\pi}{۶} \Rightarrow \begin{cases} x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۶} \\ x = ۲k\pi + \pi - \frac{\pi}{۶} = ۲k\pi + \frac{۵\pi}{۶} \end{cases} \\ \sin x = -۱ \Rightarrow \sin x = \sin\frac{۳\pi}{۲} \Rightarrow x = ۲k\pi + \frac{۳\pi}{۲} = ۲k\pi + \frac{۹\pi}{۶} \end{cases}$$

باتوجه‌به جواب‌های به‌دست‌آمده مقادیر i برابر است با:

$$i = \{۱, ۵, ۹\}$$

۹۶

گزینه ۱

گام اول

می‌دانیم:

$$\sin\frac{۵\pi}{۶} = \frac{۱}{۲},\ \sin(\frac{\pi}{۲} + x) = \cos x,\ \sin(\pi + x) = -\sin x$$

گام دوم

باتوجه‌به گام اول، معادله را ساده کرده سپس حل می‌کنیم:

$$\sin\frac{۵\pi}{۶} + \sin(\frac{\pi}{۲} + x)\sin(\pi + x) = \frac{۱}{۲} - \cos x \sin x = ۰$$

$$\Rightarrow \cos x \sin x = \frac{۱}{۲} \Rightarrow ۲\cos x \sin x = ۱ \Rightarrow \sin ۲x = ۱ \Rightarrow ۲x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۲}$$

$$\Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{۴}$$

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۹۷

گزینه ۱

گام اول

مجموعه جواب‌های معادلهٔ $\cos x = \cos \alpha$ به‌صورت $x = ۲k\pi \pm \alpha$ است.

گام دوم

جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی را در بازهٔ $[۰, ۲\pi]$ به دست می‌آوریم:

$$۲\cos^۲ x + \cos x = ۱ \Rightarrow ۲\cos^۲ x + \cos x - ۱ = ۰$$

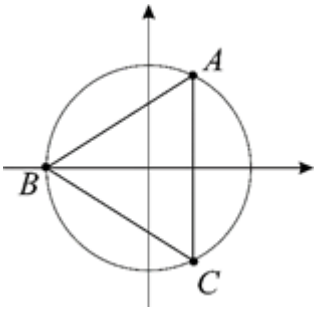
$$\Rightarrow (۲\cos x - ۱)(\cos x + ۱) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{۱}{۲} \\ \cos x = -۱ \end{cases}$$

$$\cos x = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \cos x = \cos \frac{\pi}{۳} \Rightarrow x = ۲k\pi \pm \frac{\pi}{۳} \xrightarrow{x \in [۰, ۲\pi]} x_۱ = \frac{\pi}{۳},\ x_۲ = \frac{۵\pi}{۳}$$

$$\cos x = -۱ \Rightarrow \cos x = \cos x\pi \xrightarrow{x \in [۰, ۲\pi]} x_۳ = \pi$$

جواب‌ها را بر روی دایره مثلثاتی مشخص می‌کنیم:

$$\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{BC} = \frac{۲\pi}{۳} \Rightarrow \hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = ۶۰^\circ$$



بنابراین مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ متساوی‌الاضلاع است.

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۹۸

گزینه ۱

گام اول

داریم: $\sin^{۲}x = ۱ - \cos^{۲}x$

گام دوم

با استفاده از رابطهٔ گام اول، معادلهٔ مثلثاتی داده‌شده را برحسب $\cos x$ مرتب می‌کنیم:

$$۲\sin^{۲}x - \cos x - ۱ = ۰ \xrightarrow{\sin^{۲}x = ۱ - \cos^{۲}x} ۲ - ۲\cos^{۲}x - \cos x - ۱ = ۰ \Rightarrow ۲\cos^{۲}x + \cos x - ۱ = ۰$$

$$\Rightarrow (۲\cos x - ۱)(\cos x + ۱) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{۱}{۲} \\ \cos x = -۱ \end{cases}$$

چون $-۱ \leq \cos x \leq ۱$ است پس هر دو مقدار به‌دست‌آمده، قابل‌قبول است. باتوجه‌به آن‌ها جواب‌های معادله را در بازهٔ $[\pi, ۲\pi]$ تعیین می‌کنیم:

$$\cos x = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \cos x = \cos\frac{\pi}{۳} \Rightarrow x = ۲k\pi \pm \frac{\pi}{۳} \xrightarrow{x \in [\pi, ۲\pi]} x_۱ = ۲\pi - \frac{\pi}{۳} = \frac{۵\pi}{۳}$$

$$\cos x = -۱ \Rightarrow \cos x = \cos\pi \Rightarrow x_۲ = \pi$$

بنابراین مجموع جواب‌های معادله برابر است با:

$$x_۱ + x_۲ = \frac{۵\pi}{۳} + \pi = \frac{۸\pi}{۳}$$

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۹۹ گزینه ۳

با استفاده از اتحاد مزدوج داریم:

$$\sin^{۴}x-\cos^{۴}x=\left(\sin^{۲}x-\cos^{۲}x\right)\underbrace{\left(\sin^{۲}x+\cos^{۲}x\right)}_{۱}$$

$$=\sin^{۲}x-\cos^{۲}x=-\left(\cos^{۲}x-\sin^{۲}x\right)=-\cos ۲x$$

همچنین با استفاده از فرمول کمان‌های ۲α داریم:

$$\sin ۴x=۲\sin ۲x\cos ۲x$$

بنابراین معادلهٔ مثلثاتی به‌صورت زیر ساده می‌شود:

$$۲\sin ۲x\cos ۲x=-\cos ۲x \quad\Rightarrow\quad ۲\sin ۲x\cos ۲x+\cos ۲x=۰ \quad\Rightarrow\quad \cos ۲x\left(۲\sin ۲x+۱\right)=۰$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\cos ۲x=۰ \quad\Rightarrow\quad ۲x=k\pi+\frac{\pi}{۲} \quad\Rightarrow\quad x=\frac{k\pi}{۲}+\frac{\pi}{۴}\\ \sin ۲x=-\frac{۱}{۲} \quad\Rightarrow\quad \begin{cases}۲x=۲k\pi+\frac{۷\pi}{۶} \quad\Rightarrow\quad x=k\pi+\frac{۷\pi}{۱۲}\\ ۲x=۲k\pi-\frac{\pi}{۶} \quad\Rightarrow\quad x=k\pi-\frac{\pi}{۱۲}\end{cases}\end{cases}$$

حالا جواب‌های معادله را در بازهٔ $[۰,\pi]$ به دست می‌آوریم:

$$x=\frac{k\pi}{۲}+\frac{\pi}{۴} \quad\Rightarrow\quad \begin{cases}k=۰ \quad\Rightarrow\quad x=\frac{\pi}{۴}\\ k=۱ \quad\Rightarrow\quad x=\frac{\pi}{۲}+\frac{\pi}{۴}=\frac{۳\pi}{۴}\end{cases}$$

$$x=k\pi+\frac{۷\pi}{۱۲} \xrightarrow{k=۰} x=\frac{۷\pi}{۱۲}$$

$$x=k\pi-\frac{\pi}{۱۲} \xrightarrow{k=۱} x=\pi-\frac{\pi}{۱۲}=\frac{۱۱\pi}{۱۲}$$

بنابراین مجموع تمام جواب‌های معادله در بازهٔ $[۰,\pi]$ برابر است با:

$$\frac{\pi}{۴}+\frac{۳\pi}{۴}+\frac{۷\pi}{۱۲}+\frac{۱۱\pi}{۱۲}=\pi+\frac{۱۸\pi}{۱۲}=۲\pi+\frac{۶\pi}{۱۲}=۲\pi+\frac{\pi}{۲}=\frac{۵\pi}{۲}$$

۱۰۰ گزینه ۴

$$\tan x=\frac{۱}{\tan ۳x}=\cot ۳x=\tan\left(\frac{\pi}{۲}-۳x\right)$$

$$x=k\pi+\frac{\pi}{۲}-۳x\Rightarrow ۴x=k\pi+\frac{\pi}{۲}\Rightarrow x=\frac{k\pi}{۴}+\frac{\pi}{۸}$$

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۱۰۱ گزینه ۱

$$\frac{\sin(x-\frac{\pi}{۴})}{\sin(x+\frac{\pi}{۴})}=\frac{\sin x\cos\frac{\pi}{۴}-\cos x\sin\frac{\pi}{۴}}{\sin x\cos\frac{\pi}{۴}+\cos x\sin\frac{\pi}{۴}}=\frac{\frac{\sqrt{۲}}{۲}\sin x-\frac{\sqrt{۲}}{۲}\cos x}{\frac{\sqrt{۲}}{۲}\sin x+\frac{\sqrt{۲}}{۲}\cos x}$$

$$=\frac{\sin x-\cos x}{\sin x+\cos x}\xrightarrow{\div\cos x}\frac{\tan x-۱}{\tan x+۱}=۲$$

$$\tan x-۱=۲\tan x+۲\Rightarrow\tan x=-۳$$

۱۰۲ گزینه ۲

گام اول

اگر $\alpha-\beta=\frac{\pi}{۴}$ باشد، می توان نتیجه گرفت $\alpha=\beta+\frac{\pi}{۴}$ است. با معلوم بودن مقدار $\tan\beta$، حاصل $\tan\alpha$ را به دست می آوریم.

گام دوم

$$\alpha=\beta+\frac{\pi}{۴}\Rightarrow\tan\alpha=\tan(\beta+\frac{\pi}{۴})\Rightarrow\tan\alpha=\frac{\tan\beta+\tan\frac{\pi}{۴}}{۱-\tan\beta\tan\frac{\pi}{۴}}=\frac{\frac{۱}{۲}+۱}{۱-\frac{۱}{۲}}=\frac{\frac{۳}{۲}}{\frac{۱}{۲}}=۳$$

پس حاصل $\sin ۲\alpha$ برابر است با:

$$\sin ۲\alpha=\frac{۲\tan\alpha}{۱+\tan^{۲}\alpha}=\frac{۲\times۳}{۱+(۳)^{۲}}=\frac{۶}{۱۰}=۰/۶$$

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۱۰۳ گزینه ۱

گام اول

می‌دانیم: $\cos(\frac{\pi}{۲} - \theta) = \sin\theta$

گام دوم

باتوجه‌به گام اول و باتوجه‌به اینکه $\sin ۲\theta = ۲\sin\theta\cos\theta$ است عبارت داده‌شده را ساده می‌کنیم:

$$۸\cos a\cos b\cos(\frac{\pi}{۲} - a)\cos(\frac{\pi}{۲} - b) = ۸\cos a\cos b\sin a\sin b$$

$$= ۲(۲\sin a\cos a)(۲\sin b\cos b) = ۲\sin ۲a\sin ۲b$$

داریم:

$$a + b = \frac{\pi}{۴} \xrightarrow{\times ۲} ۲a + ۲b = \frac{\pi}{۲} \Rightarrow ۲b = \frac{\pi}{۲} - ۲a$$

بنابراین:

$$\sin ۲b = \sin(\frac{\pi}{۲} - ۲a) = \cos ۲a$$

پس می‌توان نوشت:

$$۲\sin ۲a\sin ۲b = ۲\sin ۲a\cos ۲a = \sin ۲(۲a) = \sin ۴a$$

۱۰۴ گزینه ۱

دانستن روابط زیر به ساده شدن معادلهٔ مثلثاتی کمک بسیاری می کند:

$$\sin(۳\pi - x) = \sin x, \cos(\pi + x) = -\cos x, \cos\frac{۳\pi}{۲} = ۰$$
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$$

$$\cos ۳x\sin(۳\pi - x) - \sin ۳x\cos(\pi + x) = \cos\frac{۳\pi}{۲} \Rightarrow \cos ۳x\sin x - \sin ۳x(-\cos x) = ۰$$
$$\Rightarrow \cos ۳x\sin x + \sin ۳x\cos x = ۰ \Rightarrow \sin(x + ۳x) = ۰ \Rightarrow \sin ۴x = ۰$$
$$\xrightarrow{\sin\alpha = ۰ \ \Rightarrow \alpha = k\pi} ۴x = k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{۴}$$

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۱۰۵ گزینه ۲

نکته:

$$\tan x = \tan\alpha \Rightarrow x = k\pi + \alpha$$

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{۱ + \tan\alpha\tan\beta}$$

از نکتهٔ بالا می‌توان فهمید $\frac{۱ - \tan x}{۱ + \tan x} = \tan(\frac{\pi}{۴} - x)$؛ بنابراین:

$$\frac{۱ - \tan x}{۱ + \tan x} = \tan ۳x \Rightarrow \tan(\frac{\pi}{۴} - x) = \tan ۳x$$

$$\Rightarrow ۳x = k\pi + (\frac{\pi}{۴} - x) \Rightarrow ۴x = k\pi + \frac{\pi}{۴} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{۴} + \frac{\pi}{۱۶}$$

۱۰۶ گزینه ۴

گام اول

می‌دانیم:

$$\cos ۲x = ۱ - ۲\sin^۲ x \ , \ \sin ۲x = ۲\sin x\cos x$$

گام دوم

باتوجه‌به گام اول، کسر داده‌شده را ساده کرده و سپس حل می‌کنیم:

$$\frac{۱ - \cos ۲x}{\sin ۲x} = \sqrt{۳} \Rightarrow \frac{۲\sin^۲ x}{۲\sin x\cos x} = \sqrt{۳} \Rightarrow \frac{\sin x}{\cos x} = \sqrt{۳} \Rightarrow \tan x = \sqrt{۳}$$

$$\Rightarrow \tan x = \tan\frac{\pi}{۳} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{۳}$$

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۱۰۷ گزینه ۳

گام اول

می‌دانیم:

$$۲\sin x\cos x = \sin ۲x$$

$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$$

گام دوم

باتوجه‌به گام اول می‌توان نوشت:

$$\sin(x+\frac{\pi}{۴}) = \sin x\cos\frac{\pi}{۴} + \cos x\sin\frac{\pi}{۴} \Rightarrow \sin(x+\frac{\pi}{۴}) = \frac{\sqrt{۲}}{۲}\sin x + \frac{\sqrt{۲}}{۲}\cos x$$

$$\Rightarrow \sin(x+\frac{\pi}{۴}) = \frac{\sqrt{۲}}{۲}(\sin x + \cos x) \Rightarrow \sqrt{۲}\sin(x+\frac{\pi}{۴}) = \sin x + \cos x$$

بنابراین داریم:

$$۲\sqrt{۲}\sin x\cos x = \sin x + \cos x \Rightarrow \sqrt{۲}\sin ۲x = \sqrt{۲}\sin(x+\frac{\pi}{۴}) \Rightarrow \sin ۲x = \sin(x+\frac{\pi}{۴})$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۲x = ۲k\pi + x + \frac{\pi}{۴} \Rightarrow x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۴} \\ ۲x = ۲k\pi + \pi - x - \frac{\pi}{۴} \Rightarrow ۳x = ۲k\pi + \frac{۳\pi}{۴} \Rightarrow x = \frac{۲k\pi}{۳} + \frac{\pi}{۴} \end{cases}$$

به ازای $k \in \mathbb{Z}$، مجموعهٔ $x = \frac{۲k\pi}{۳} + \frac{\pi}{۴}$ جواب‌های $x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۴}$ را نیز شامل می‌شود؛ بنابراین جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی داده‌شده به‌صورت $x = \frac{۲k\pi}{۳} + \frac{\pi}{۴}$ است.

۱۰۸ گزینه ۲

$$۲\cos x(\cos x - \sin x) = ۱ \Rightarrow ۲\cos^۲ x - ۲\cos x\sin x - ۱ = ۰$$

$$\Rightarrow ۲\cos x\sin x = ۲\cos^۲ x - ۱ \Rightarrow \sin ۲x = \cos ۲x \Rightarrow \tan ۲x = ۱$$

$$\Rightarrow ۲x = k\pi + \frac{\pi}{۴} \xrightarrow{\div ۲} x = \frac{k\pi}{۲} + \frac{\pi}{۸}$$

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۱۰۹ گزینه ۴

$$\sin 5x + \sin 4x = 1 + \cos \pi \Rightarrow \sin 5x + \sin 4x = 0$$

بنابراین:

$$\sin 5x = -\sin 4x = \sin(-4x)$$

$$\begin{cases} 5x = 2k\pi - 4x \Rightarrow 9x = 2k\pi \Rightarrow x = \dfrac{2k\pi}{9} & (1) \\ 5x = 2k\pi + \pi + 4x \Rightarrow x = 2k\pi + \pi & (2) \end{cases}$$

جواب‌های معادلهٔ (۱) عبارت‌اند از:

$$0, \frac{2\pi}{9}, \frac{4\pi}{9}, \frac{6\pi}{9}, \frac{8\pi}{9}, \frac{10\pi}{9}, \frac{12\pi}{9}, \frac{14\pi}{9}, \frac{16\pi}{9}, \frac{18\pi}{9}$$

جواب‌های این معادله یک دنبالهٔ حسابی با قدر نسبت $\frac{2\pi}{9}$ است که مجموع جملات برابر می‌شود با:

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \xrightarrow{n=10} S_{10} = \frac{10}{2}(0 + \frac{18\pi}{9}) = 10\pi$$

از طرفی معادلهٔ (۲) در این بازه فقط دارای جواب π است؛ بنابراین مجموع جواب‌های معادله در این بازه 11π است.

۱۱۰ گزینه ۲

می دانیم $\tan 2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$ است. هم چنین جواب های کلی معادلهٔ $\tan x = \tan\alpha$ از رابطهٔ $x = k\pi + \alpha$ به دست می آید.

$$\frac{2\tan x}{1-\tan^2 x} = \sqrt{3} \Rightarrow \tan 2x = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \tan 2x = \tan\frac{\pi}{3} \Rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{6}$$

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com

۱۱۱ گزینه ۴

$$\frac{\cos^{۲}\alpha\cos^{۲}\beta-\sin^{۲}\alpha\sin^{۲}\beta}{\sin^{۲}\alpha\cos^{۲}\beta-\cos^{۲}\alpha\sin^{۲}\beta}=\frac{(\cos a\cos\beta)^{۲}-(\sin\alpha\sin\beta)^{۲}}{(\sin\alpha\cos\beta)^{۲}-(\cos\alpha\sin\beta)^{۲}}$$

با استفاده از اتحاد مزدوج خواهیم داشت:

$$=\frac{(\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta)(\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta)}{(\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta)(\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta)}$$

با استفاده از دستورهای مجموع و تفاضل دو کمان برای کسینوس، خواهیم داشت:

$$=\frac{\cos(\alpha+\beta)\cos(\alpha-\beta)}{\sin(\alpha-\beta)\sin(\alpha+\beta)}=\cot(\alpha+\beta)\cot(\alpha-\beta)$$

باید $\cot(\alpha+\beta)$ و $\cot(\alpha-\beta)$ را بیابیم:

$$\begin{cases}\alpha+\beta=۱۳۵^\circ\Rightarrow\cot(\alpha+\beta)=\cot\frac{۳\pi}{۴}=-۱\\ \tan(\alpha-\beta)=\frac{۳}{۴}\Rightarrow\cot(\alpha-\beta)=\frac{۴}{۳}\end{cases}$$

پس:

$$\cot(\alpha+\beta)\cot(\alpha-\beta)=(-۱)(\frac{۴}{۳})=\frac{-۴}{۳}$$

۱۱۲ گزینه ۲

از فرمول $\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$ استفاده می‌کنیم.

$$\cos(x+\frac{\pi}{۳})+\cos(x-\frac{\pi}{۳})=\frac{۲}{۳}$$

$$\Rightarrow\cos x\cos\frac{\pi}{۳}-\cancel{\sin x\sin\frac{\pi}{۳}}+\cos x\cos\frac{\pi}{۳}+\cancel{\sin x\sin\frac{\pi}{۳}}=\frac{۲}{۳}$$

$$\Rightarrow ۲\cos x\cos\frac{\pi}{۳}=\frac{۲}{۳}\Rightarrow ۲\cos x\times\frac{۱}{۲}=\frac{۲}{۳}\Rightarrow\cos x=\frac{۲}{۳}$$

$$\cos ۲x=۲\cos^{۲}x-۱=۲(\frac{۲}{۳})^{۲}-۱=۲\times\frac{۴}{۹}-۱=\frac{۸}{۹}-۱=\frac{-۱}{۹}$$

وبسایت آموزشی نمره یار | Nomreyar.com